

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta elektrotechnická

Katedra kybernetiky



## SEMESTRÁLNÍ PRÁCE

Název semestrální práce:

**Modelování pulsatilního srdečního oběhu a  
měření periferního tlaku krve**

AR: 2011/2012

A6M33MOS

Autoři: Jan Dvořák  
Imrich Kohút  
Jan Sedlák

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod .....</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Srdeční oběh .....</b>	<b>3</b>
2.1	Odpor krevního řečiště .....	3
<b>3</b>	<b>Tlak krve .....</b>	<b>6</b>
3.1	Tlak krve a jeho měření .....	6
<b>4</b>	<b>Popis modelu.....</b>	<b>7</b>
4.1	Model manžety.....	7
4.2	Simulace modelu manžety dle Ursina .....	10
4.3	Simulace modelu manžety dle Číňanů .....	11
<b>5</b>	<b>Závěr .....</b>	<b>13</b>
<b>6</b>	<b>Použitá literatura .....</b>	<b>13</b>

## 1 Úvod

Tématem naší semestrální práce je modelování principu oscilometrického měření tlaku. Chtěli bychom postavit jednoduchý model pulsatilního srdečního oběhu, kde bychom přidali bloček manžety. Manžetu bychom zkusili namodelovat podle článku „**Techniques and Applications of Mathematical Modeling for Noninvasive Blood Pressure Estimation**“ dostupného z URL: [ftp://58.192.112.18/Pub2/EBooks/Books\\_from\\_EngnetBase/pdf/9047/CH-07.pdf](ftp://58.192.112.18/Pub2/EBooks/Books_from_EngnetBase/pdf/9047/CH-07.pdf). Konkrétně zkusíme využít kapitolu 7.4 Brachial Hemodynamics a s použitím rovnic uvedených v článku namodelujeme měření (jde podle našeho názoru konkrétně o rovnice 7.45 až 7.55 a dále rovnici 7.65). Externí tlak bychom vyřešili bločkem (např. rampa), čímž bychom generovali „sílu stlačení“ manžety (důležitá pro výpočet MAP, SBP a DBP).

Z naměřeného signálu zkusíme získat matematickým výpočtem SBP a DBP (poměrové pravidlo 55%/85% vzhledem k MAP) a porovnat jej s nastaveným tlakem. Tím bychom ověřili přesnost poměrové metody výpočtu z oscilometrického signálu a otestovali závislost přesnosti na parametrech vaskulárního systému. K tomuto bychom využili propojení algoritmu v jazyce C s Modelicou.

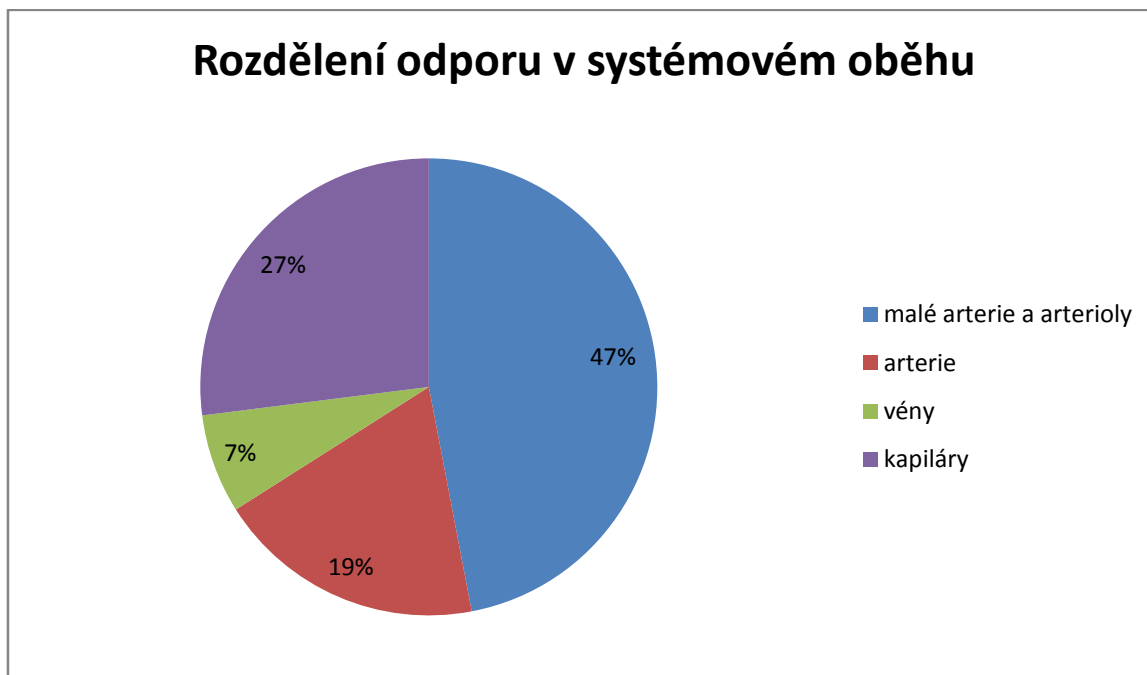
## 2 Srdeční oběh

Levá srdeční komora vypuzuje krev tepnami velkého (systémového) oběhu ke krevním kapilárám na periferii těla. Žilami se krev dostává zpět do srdce a je pak pravou srdeční komorou vypuzována do malého (plicního) oběhu a jím opět přiváděno do levého srdce. 80% celkového objemu krve se nachází v takzvaném *nízkotlakém systému*, tedy v žilách, v pravém srdci a v cévách malého oběhu. Díky velké roztažnosti a kapacitě slouží nízkotlaký systém jako rezervoár krve, která může v případě potřeby konstrikcí žil doplnit potřebný objem. Jestliže se normální objem krve zvýší (např. krevní transfúzí), pak je více než 99% přivedeného objemu v nízkotlakém systému a méně než 1% v arteriálním *vysokotlakém systému*. Za opačné situace, kdy je objem krve příliš nízký, se zmenšuje téměř výhradně objem nízkotlakého systému.

### 2.1 Odpor krevního řečiště

Odpor kladený proudem krve v malém oběhu je pouhým zlomkem celkového periferního odporu (CPR) ve velkém oběhu, takže pravé komoře stačí vytvořit podstatně nižší střední tlak (15 mm Hg) než musí

komora levá (100 mm Hg). Hlavním zdrojem odporu ve velkém oběhu jsou malé arterie a arterioly, které jsou proto označovány jako odporové cévy.



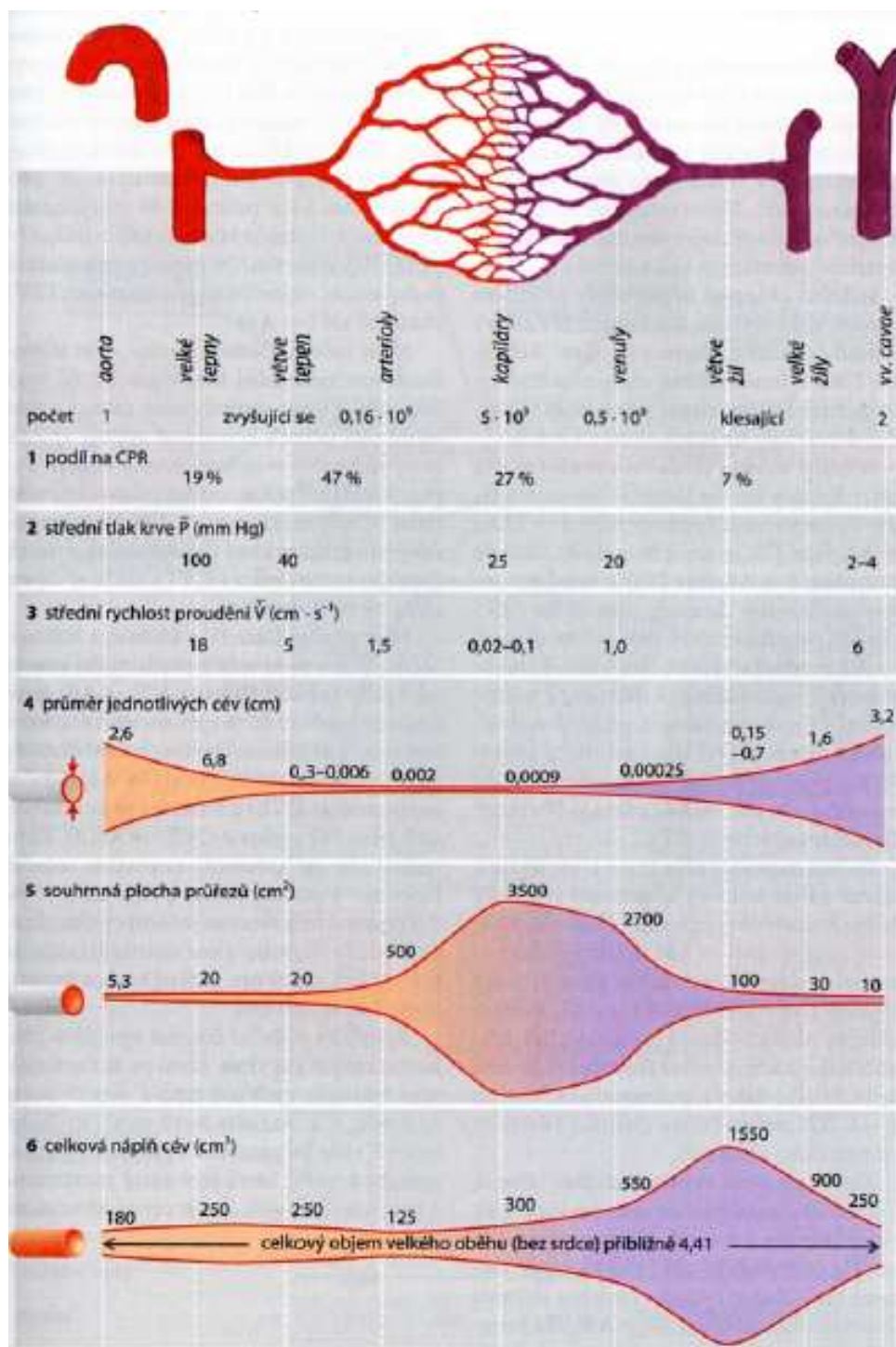
V systémovém oběhu je krev vypuzována z levé komory do aorty a dostává se přes vv. cavae opět do pravé předsíně. Přitom klesá střední tlak krve ze 100 mm Hg v aortě na 2-4 mm Hg, takže arteriovenózní tlakový rozdíl ( $\Delta P$ ) činí 97 mm Hg. Podle **Ohmova zákona** platí:

$$\Delta P = Q \cdot R(\text{mm Hg}),$$

kde  $Q$  je velikost proudu krve (l/min) a  $R$  odpor proudění krve (mm Hg·min/l). Tato rovnice platí jak pro průtok krve jedním orgánem ( $R$  je pak orgánový odpor), tak pro celý velký oběh, kdy  $Q$  pak představuje minutový srdeční výdej (MV) a  $R$  je celkový periferní odpor (CPR, v klidu okolo 18 mm Hg·min/l). Aorta a velké tepny distribuují krev do periferie a mají funkci pružníku: jejich stěna se během vypuzovací fáze působením velkého systolického tlaku roztáhne, takže část vypuzeného objemu krve se v takto zvětšeném lumen hromadí. Po uzavření aortální chlopně se stěny velkých cév opět vrací do výchozí polohy, tlačí krev a tím udržují proudění krve i v průběhu diastoly. Aorta a arterie tak, díky své objemové roztlačnosti (ta se s věkem snižuje), přeměňují pulzní proud krve na začátku aorty na kontinuální proudění. Při příčné ploše aorty okolo 5,3 cm<sup>2</sup> a celkovém průřezu všech navazujících artérií 20 cm<sup>2</sup> lze z klidového MV 5,6 l/min vypočítat průměrnou rychlost proudu krve (během systoly a diastoly) v klidu, kdy je hodnota pro aortu 18 cm/s a tepny 5 cm/s. Protože však aorta dostává krev z levé komory pouze během vypuzovací fáze, jsou rychlost  $V$  a velikost proudu krve  $Q$  mnohem vyšší, maximální hodnoty v klidu:  $V = 95 \text{ cm/s}$  a  $Q = 500 \text{ cm}^3/\text{s}$ . Podle **Hagenova-Poiseuilleova zákona** platí:

$$R = \frac{8 \cdot l \cdot \eta}{\pi \cdot r^4},$$

kde proudový odpor  $R$  v trubicích o délce  $l$  závisí na viskozitě tekutiny  $\eta$  a na čtvrté mocnině vnitřního poloměru trubice  $r$ . Aby se odpor zdvojnásobil (tedy člen ve jmenovateli snížil na polovinu), stačí zmenšení poloměru na pouhých 84% původní hodnoty.



Malé arterie a arterioly se jako celek podílejí na téměř 50% CPR, protože jejich jednotlivé malé poloměry ovlivňují CPR podstatně více ( $R$  závisí na čtvrté mocnině poloměru) než celková plocha jejich průřezu ( $R$  závisí pouze na druhé mocnině poloměru). Krevní tlak v nich klesá a každá změna poloměru arterií či arteriol význačně ovlivňuje CPR. Jejich šířka a především šířka prekapilárních svěračů určují distribuci krve do kapilárních výměnných oblastí.

Kapiláry mají sice ještě menší poloměr, a tím pádem každá z nich mnohem větší  $R$  než arterioly, ale jejich celkový počet je tak velký (a tedy celkový průřez), že jejich podíl na CPR je pouze asi 27%. V kapilárách a v postkapilárních venulách probíhá výměna látek a tekutin. K tomu jsou tyto cévy zvlášť dobře uzpůsobeny, neboť v nich je rychlost průtoku velmi malá (0,02 - 0,1 cm/s). Mají také mimořádně velký celkový povrch (asi 1000 m<sup>2</sup>) a velmi tenké stěny. Existenci takto tenkých stěn umožňuje především malý vnitřní průměr kapilár. Transmurální tlak  $P_{tm}$  (N/m<sup>2</sup>), tedy tlakový rozdíl přes stěnu dutého tělesa, vyvolává napětí stěn, které musí stěny vydržet. Vznikající tangenciální napětí stěn  $T$  (N/m<sup>2</sup>) je dáno vnitřním poloměrem  $r$  (m): **Laplaceův zákon**. Pro válcovité (či kulovité) duté orgány zní:

$$P_{tm} = \frac{T}{r},$$

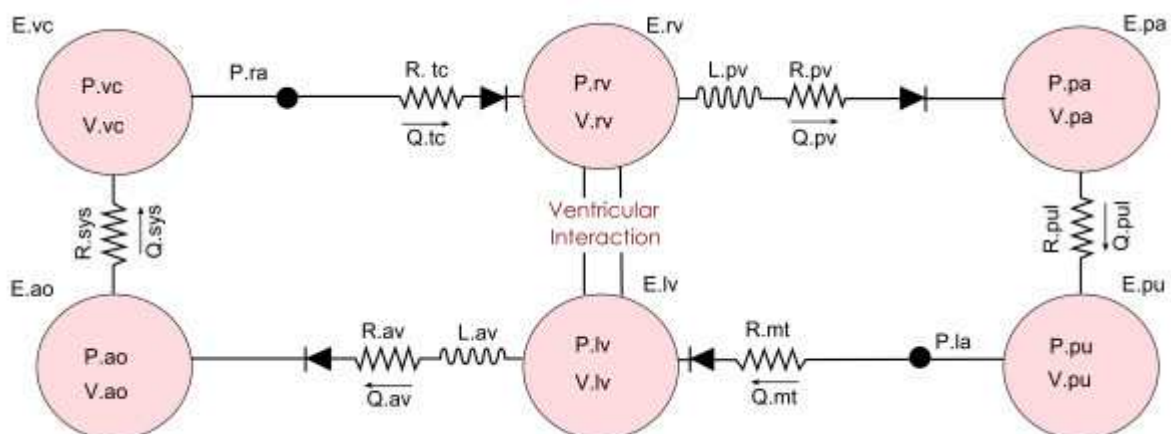
kde  $T$  zde znamená celkové napětí stěn bez ohledu na to, jak je stěna silná. Silná stěna však samozřejmě odolává danému  $P_{tm}$  snáze než tenká. Pro určení napětí  $S$  (tj. namáhání materiálu v N/m<sup>2</sup>) na plochu průřezu stěny musí být do rovnice zavedena tloušťka stěny  $w$ , takže rovnice pak zní:

$$P_{tm} = \frac{S \cdot w}{r}.$$

Vény mají za úkol shromažďovat krev. Jako součást nízkotlakého systému mají díky své velké kapacitě kromě toho důležitou úlohu jako krevní rezervoár.

## 2.2 Model oběhu

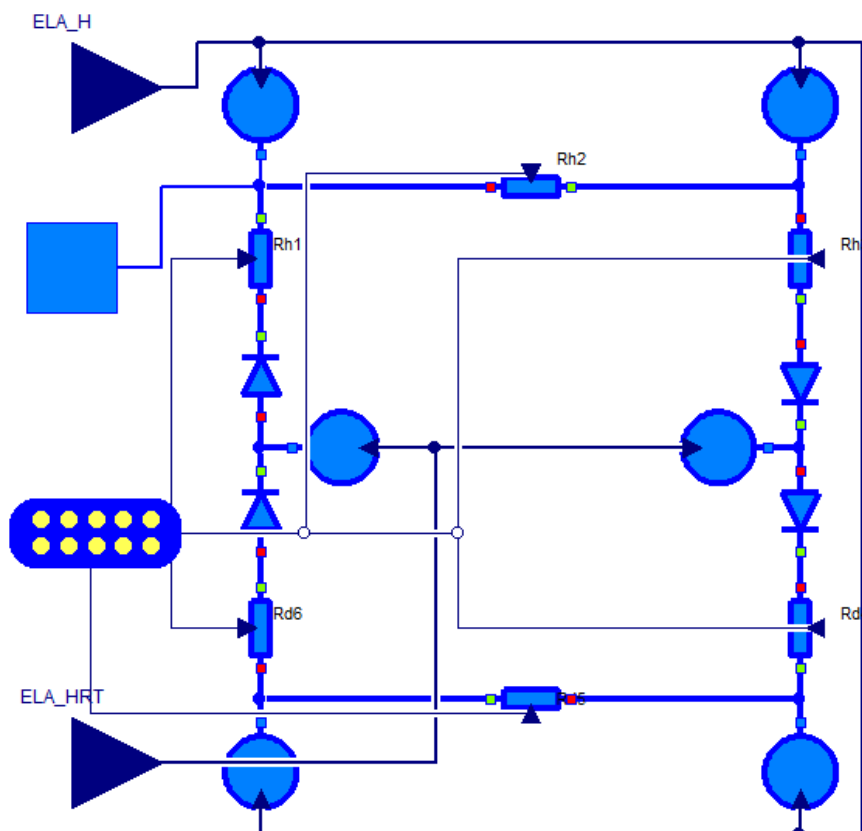
Model oběhu se skládá z elastických kompartmentů, rezistivních prvků a chlopní. Oběh je modelován podle článku Mathematical multi-scale model of the cardiovascular system including mitral valve dynamics. Application to ischemic mitral insufficiency. Navíc jsou zde induktivní akumulční prvky, které se nám však nepodařilo implementovat, simulace vždy selhala. To je způsobeno naší implementací chlopní jako ideálních diod, které neumí protlačit nic nazpátek.



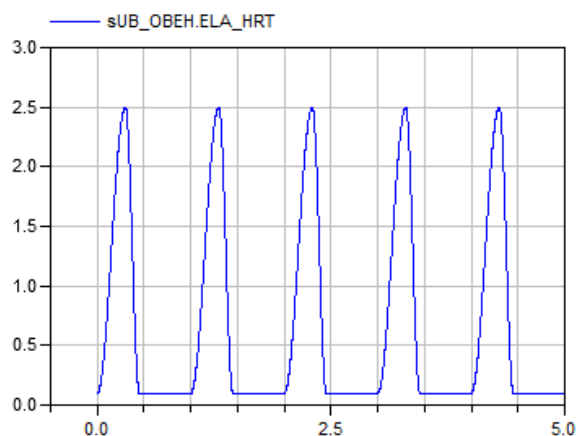
Parametry modelu byly nastaveny z části experimentálně a z části vypůjčeny ze statického modelu na webu [physiome.cz/atlas](http://physiome.cz/atlas).

Kardiovaskulární systém se skládá z modelu 6 elastických prvků, odporů v cévním průtoku, srdečních chlopní (pouze on/off). Elastické kompartmenty představují levou komoru (LV), pravou komoru (RV), vena cava (VC), aorta (AO), plicnice (PA) a plicních žil (PU). Odpory v průtoku systémové a plicní cirkulace jsou průtoku  $R_{sys}$  a  $R_{pul}$ . Setrvačnost krve v aortě a plicnici jsou popsány pomocí hydraulických cívek, které se nám však nepodařilo do modelu implementovat.

Celkový model oběhu je na následujícím obrázku:



Tvar průběhu elastance je použit z úlohy 6. cvičení předmětu MOS. Tvar je na následujícím obrázku:



### 3 Tlak krve

Systémový arteriální tlak krve stoupá během vypuzovací fáze až k maximu, zvanému systolický tlak ( $P_s$ ), aby během diastoly a systolické fáze izovolumické kontrakce, kdy je aortální chlopeč uzavřena, dosáhl minima, tzv. diastolického tlaku  $P_D$ . Normálně naměříme do věku asi 45 let v klidu diastolický tlak 60 - 90 mm Hg, systolický tlak asi 100 – 140 mm Hg. Rozdíl obou hodnot se označuje jako tlak pulzní.

#### 3.1 Tlak krve a jeho měření

Pro průtok krve v periférii je rozhodující střední tlak krve. Ten je možné stanovit graficky z křivky tlaku krve změřené krvavou cestou (např. arteriálním katétrem), nebo již během záznamu této křivky takovým ztlumením oscilací, že se vykreslí pouze střední tlak krve. Také v cévním systému jsou pulzace ve velkých tepnách jejich pružnickovou funkcí natolik utlumeny, že krev v prekapilární části oběhu již neteče nárazově, ale plynule. Ve stáří se tepny stávají tužšími, tzn. že vzestup tlaku při jednotkovém vzestupu objemu je vyšší (tuhost =  $\Delta P / \Delta V = 1 / \text{compliance}$  (objemová roztažitelnost)). V důsledku toho stoupá především systolický tlak, aniž by se tím nutně musel zvýšit také střední tlak. Tlak krve (ve výši srdce) se rutinně měří metodou Riva-Rocci. Ta využívá nafukovatelnou manžetu, obtočenou kolem paže, která se napumpuje vzduchem pod kontrolou manometru z hodnoty cca 30 mm Hg na úroveň vyšší, než je předpokládaný  $P_s$  (vymizení pulzací). Po přiložení fonendoskopu do loketní jamky se začne pomalu snižovat tlak v manžetě (asi o 2-4 mm Hg/s). Zachycení prvního šumu synchronního s pulzem (Korotkovův fenomén) odpovídá systolickému tlaku, který odečteme na manometru. Tento šum je zprvu hlučný a pak náhle, při dosažení  $P_D$ , se stává slabým a tlumeným (máme druhou hodnotu, kterou odečteme na manometru). V dnešní době je velmi často toto měření nahrazeno měřením pomocí elektronického tonometru, založeného na oscilometrické metodě. Ta je založena na tom, že objemové pulsace v tepnách se přenášejí přes manžetu (uzavřený systém) do přístroje, kde se vyhodnocují. Amplituda těchto pulsací je závislá na rozdílu tlaku uvnitř a vně tepny. Největší amplituda je při nulovém transmuraním tlaku  $P_{tm}$ , tj. při středním tlaku (průměrný tlak po dobu srdečního cyklu). Z průběhu na tlakovém senzoru se pak vypočítají hodnoty  $P_s$  a  $P_D$  vhodným algoritmem.

### 4 Popis modelu

#### 4.1 Model manžety dle Ursina (odkaz na článek v zadání)

Mechanické chování manžety může být popsáno objemovými roztažitelnostmi její vnitřní a vnější stěny, a uzavřeného vzduchu. Předpokládáme, že objemové roztažitelnosti stěn (compliance) jsou nepřímo úměrné místnímu (lokálnímu) transmuranímu tlaku, a tedy že stěny se stávají postupně tužšími se zvyšováním transmuraního tlaku a roztahováním stěny. Označíme-li si  $V_e$  a  $V_i$  objemy uzavřené v rámci vnější, respektive vnitřní stěny manžety (ten je roven objemu paže při měření), a  $P_c$

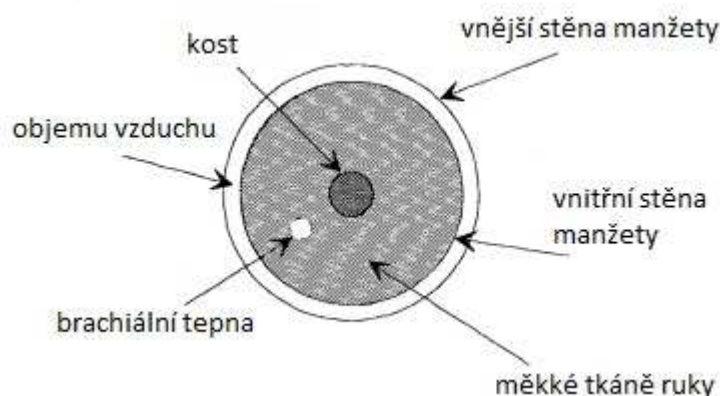


a  $P_b$  tlaky uvnitř manžety, respektive na vnějším povrchu paže, vyjádřeno vzhledem k atmosféře, platí:

$$\frac{dV_e}{dt} = C_e \cdot \frac{dp_c}{dt} = \frac{1}{\beta_e(p_c + p_{e0})} \cdot \frac{dp_c}{dt} \quad (4.1)$$

$$\frac{dV_i}{dt} = C_i \cdot \left( \frac{dp_b}{dt} - \frac{dp_c}{dt} \right) = \frac{1}{\beta_i(p_c - p_b + p_{i0})} \cdot \left( \frac{dp_b}{dt} - \frac{dp_c}{dt} \right) \quad (4.2)$$

kde  $C_e$  a  $C_i$  označují compliance vnější a vnitřní stěny a  $\beta_e, p_{e0}, \beta_i$  a  $p_{i0}$  jsou konstantní parametry charakterizující mechanické chování manžety. Podle rovnic 4.1 a 4.2 je compliance definována jako změna objemu k jednotkové změně transmuraního tlaku.



Kromě toho vzduch v manžetě (tedy  $V_c$ ) může být vyjádřen jako funkce tlaku v manžetě, za předpokladu, že se vzduch chová jako isotropní plyn řídící se zákonem ideálního plynu. Proto

$$(p_{atm} + p_c) \cdot V_c^{1.4} = q \quad (4.3)$$

kde hodnota 1.4 byla vybrána, aby simulovala adiabatický děj. Množství  $q$  označuje množství vzduchu obsažené v manžetě v daném okamžiku. Za předpokladu, že tloušťka stěny manžety je zanedbatelná, můžeme také psát

$$V_e = V_i + V_c \quad (4.4)$$

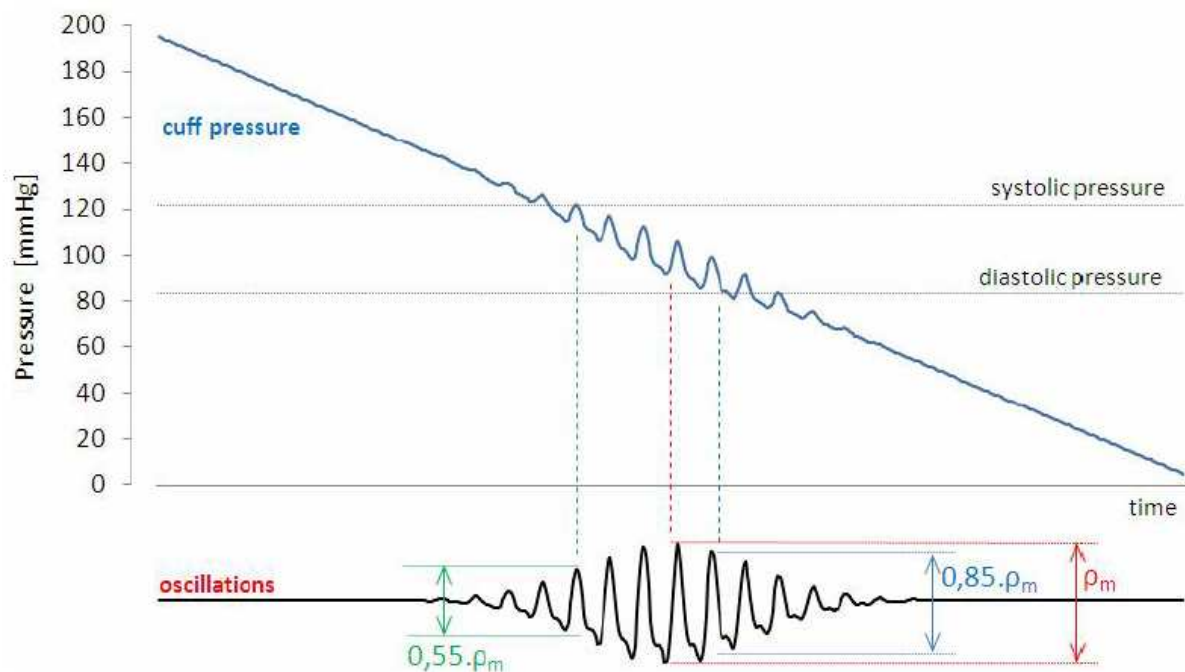
Konečně derivací rovnice 4.4 podle času a použitím rovnice 4.1 až 4.3, dostaneme

$$\begin{aligned} \frac{10}{14} \cdot (p_c + p_{atm})^{-10/14} \cdot q^{-4/14} \cdot \frac{dq}{dt} - \frac{10}{14} \cdot (p_c + p_{atm})^{-24/14} \cdot q^{10/14} \cdot \frac{dp_c}{dt} = \\ \frac{1}{\beta_e(p_c + p_{e0})} \cdot \frac{dp_c}{dt} - \frac{1}{\beta_i(p_c - p_b + p_{i0})} \cdot \left( \frac{dp_b}{dt} - \frac{dp_c}{dt} \right) \end{aligned} \quad (4.5)$$

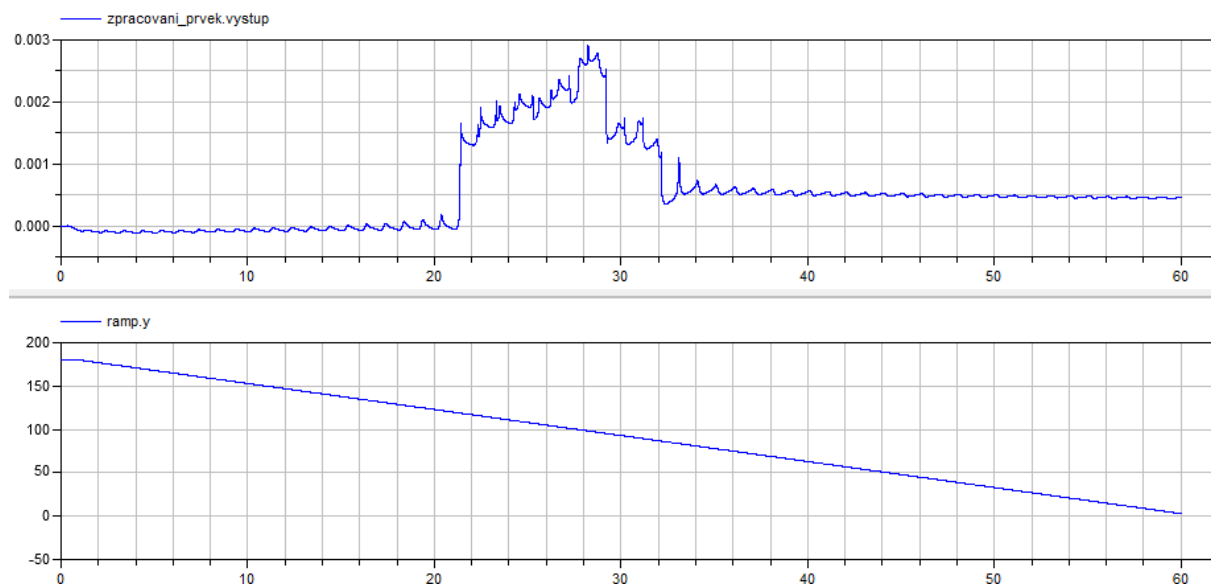
Rovnice 4.5 vyjadřuje vztah mezi tlakem v manžetě a tlakem na vnější straně paže. Množství  $dq/dt$  představuje rychlost, kterou vzduch vniká (pokud je kladný) nebo naopak uniká (je-li záporný) z manžety během manipulace.

#### 4.2 Simulace modelu manžety dle Ursina

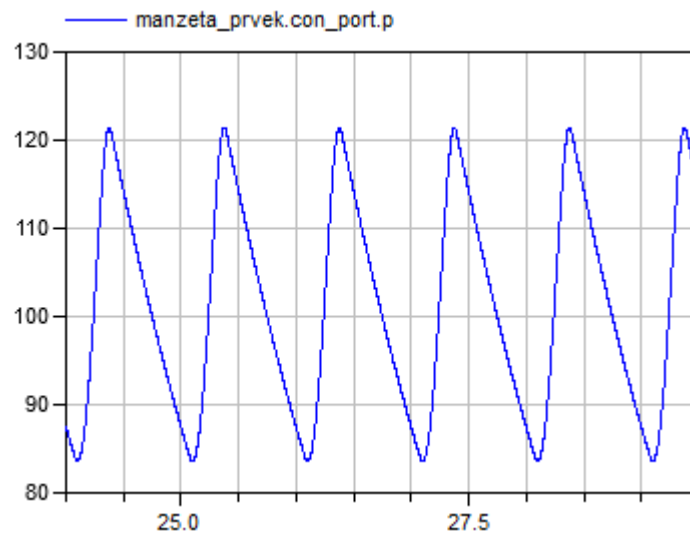
Na obrázku níže je schematicky zobrazeno, jak vypadají signály při měření oscilometrickou metodou. Pro nás zajímavé signály jsou dva – oscilace a korespondující tlak v manžetě.



Při implementaci se nám nepodařilo docílit relevantních výsledků. Na obrázku níže je výsledek simulace. Na začátku simulace to vypadá, že vše probíhá správně, amplituda oscilací se zvyšuje. Stejně tak na konci simulace. Bohužel uprostřed, který nás zajímá nejvíce, se simulace dostane do nespokojitelných stavů a znehodnotí výsledek.



Do manžety vstupuje tlak, jehož tvar vypadá takto:

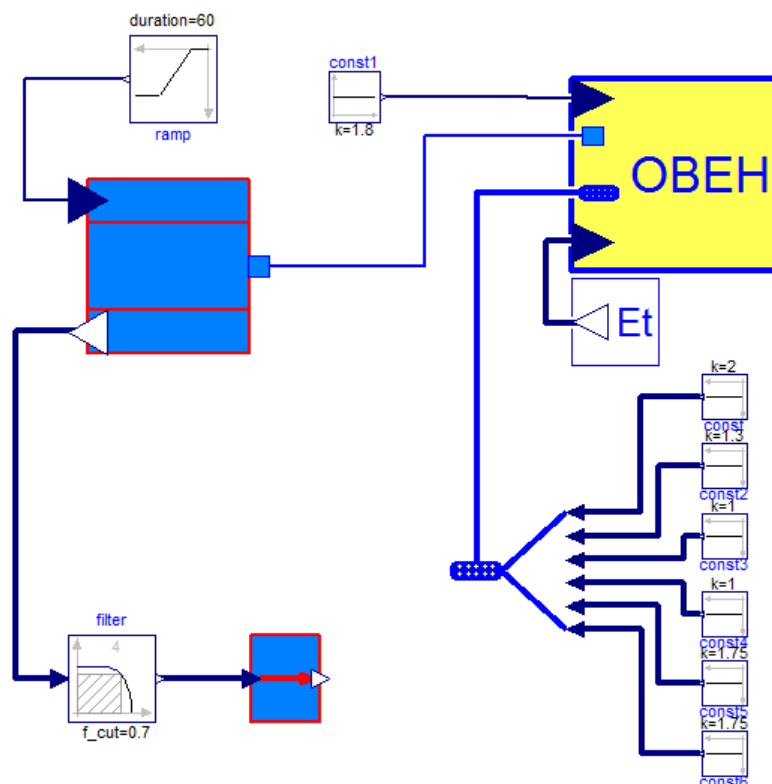


Chyba v modelu je pravděpodobně způsobena špatným výpočtem derivace, vznikají zde stavy, které je možné popsat Diracovým pulsem.

#### 4.3 Simulace modelu manžety dle Číňanů

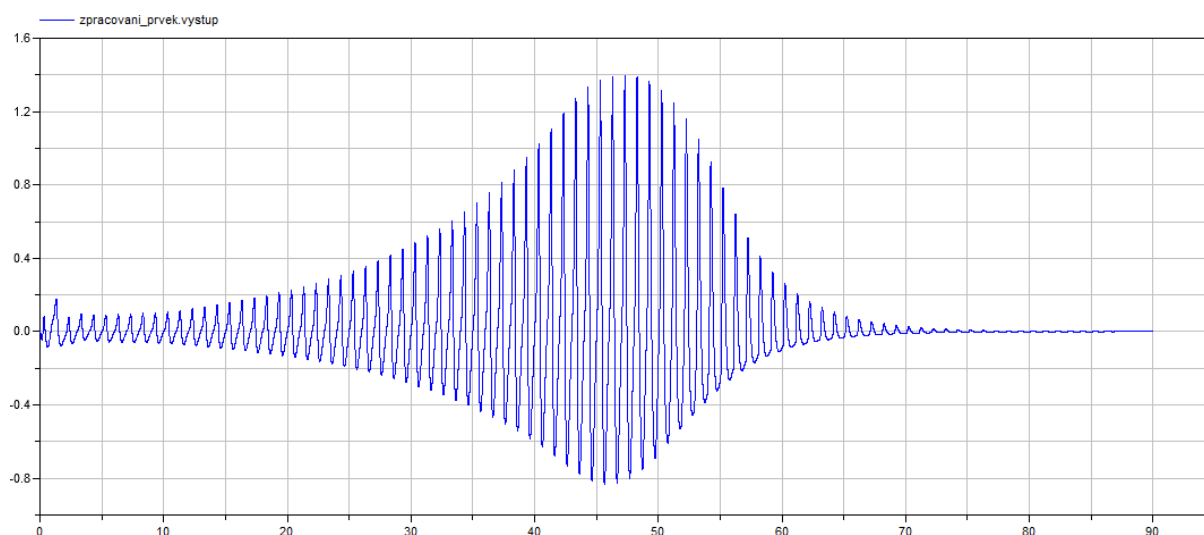
Abychom dostali výsledek který je dále zpracovatelný, zkusili jsme použít jiný model, a to podle článku A Simulation for Estimation of the Blood Pressure using Arterial Pressure-Volume Model dostupného z [www.waset.org/journals/waset/v30/v30-69.pdf](http://www.waset.org/journals/waset/v30/v30-69.pdf). Tento model již dává správný tvar výsledků, avšak jeho rovnice jsou předem vyřešené a konkrétní konstanty určují průběh amplitudy oscilací.

Model měření vypadá takto:



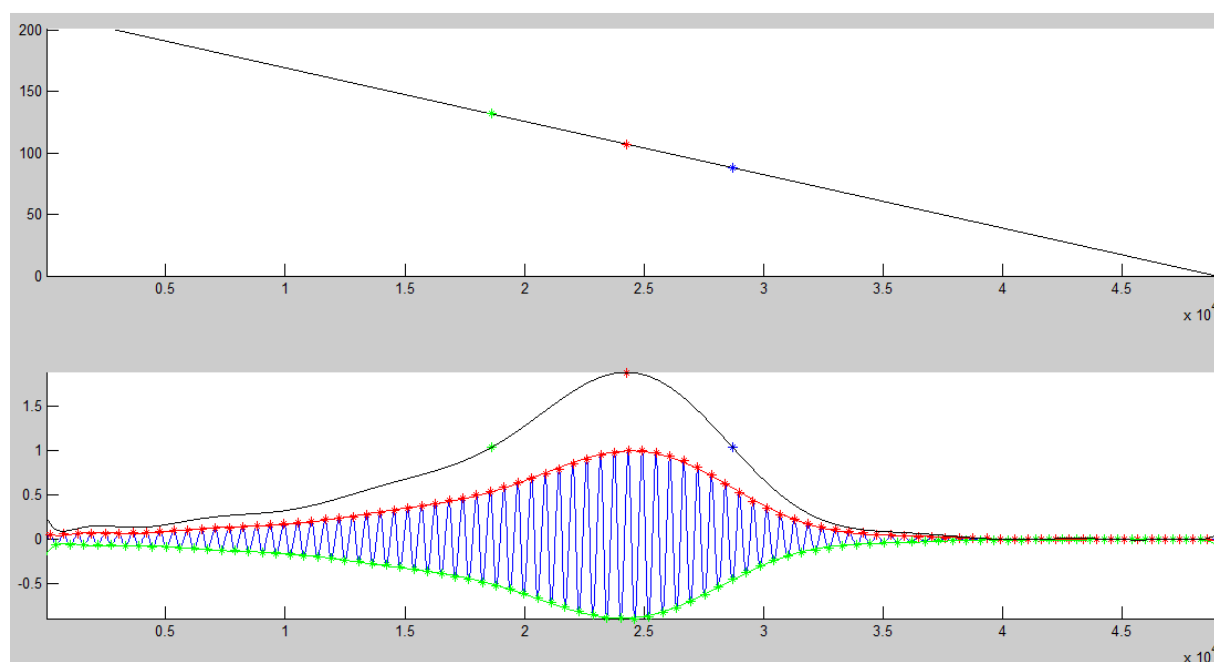
V tomto okně se zároveň nastavují i jednotlivé parametry oběhu.

Výsledek simulace je potom velmi hezký:



### 4.3 Zpracování výsledků

Zpracování výsledků jsme provedli v systému MATLAB. Vstupem je MAT soubor s výsledky simulace. Vzorkovací frekvence je vypočítána dynamicky z časového měřítka. Z prvních 5 period nic nepočítáme, protože necháváme odeznít přechodový stav v modelu oběhu.



M-file se zpracováním je součástí semestrální práce. Základem je detektor peaků, jehož implementace je popsána detailně v článku Dvořák, Havlík: Simple signal processing method for pulse oximetry, dostupného v databázi IEEE.

Vyhodnocení pak dává takové výsledky:

**MAP = 107      SBP = 132      DBP = 88      tep = 60**

Přestože tlak na vstupu je 122/85 mmHg, výsledek simulace není úplně odlehlý.

## 5 Závěr

Nasimulovali jsme jednoduchý model kardiovaskulárního systému. Tento model je zcela funkční a je možné vzdáleně měnit jeho parametry. Dále jsme vytvořili 2 modely manžety pro měření krevního tlaku oscilometrickou metodou. Přestože oba modely jsou simulovatelné, první z modelů neposkytuje relevantní výsledky. Druhý model je v pořádku, a jeho výstupem jsou oscilometrické pulsace. Tyto pulsace jsme zpracovali v systému MATLAB a vypočítali poměrovým kritériem 55%/85% hodnoty systolického, diastolického tlaku a středního arteriálního tlaku. Výstupem je také srdeční tep, který souhlasí s nastaveným.

## 6 Použitá literatura

### Odborné knížky:

Silbernagl, S.; Despopoulos, A.. Atlas fyziologie člověka. 6. zcela přepracované a rozšířené vydání. Praha: Grada, 2004. 448 stran. ISBN: 80-247-0630-X.

Silbernagl, S.; Lang, F.. Atlas patofyziologie člověka.

### Odborné články uvedené jako zdroje v jednotlivých kapitolách:

Ursino: Techniques and Applications of Mathematical Modeling for Noninvasive Blood Pressure Estimation

Kolektiv z ČLR: A Simulation for Estimation of the Blood Pressure using Arterial Pressure-Volume Model

Kolektiv z Belgie: Mathematical multi-scale model of the cardiovascular system including mitral valve dynamics

Martin Dobiáš, Vratislav Fabián: Měření krevního tlaku

Dvořák, Havlík: Simple signal processing method for pulse oximetry