Abstraktní datový typ

Jan Faigl

Katedra počítačů
Fakulta elektrotechnická
České vysoké učení technické v Praze

Přednáška 09

BAB36PRGA – Programování v C

Přehled témat

Část I

Část 1 – Abstraktní datový typ

Zdroje

Introduction to Algorithms, 3rd Edition, *Cormen, Leiserson, Rivest, and Stein*, The MIT Press, 2009, ISBN 978-0262033848.

Algorithms (4th Edition) *Robert Sedgewick and Kevin Wayne* Addison-Wesley Professional, 2010, ISBN: 978-0321573513.

`http://algs4.cs.princeton.edu/home`

- Data Structure & Algorithms Tutorial
  `http://www.tutorialspoint.com/data_structures_algorithms`
- Algorithms and Data Structures with implementations in Java and C++
  `http://www.algolist.net`
- Algoritmy jednoduše a srozumitelně
  Algoritmy + Datové struktury = Programy
  `http://algoritmy.eu`

Datové struktury a abstraktní datový typ

- **Datová struktura** (typ) je množina dat a operací s těmito daty.
- **Abstraktní datový typ** formálně definuje data a operace s nimi.
  - Fronta (Queue)
  - Zásobník (Stack)
  - Pole (Array)
  - Tabulka (Table)
  - Seznam (List)
  - Strom (Tree)
  - Množina (Set)

Nezávislé na konkrétní implementaci

Abstraktní datový typ

- Množina druhů dat (hodnot) a příslušných operací, které jsou přesně specifikovány a to **nezávisle na konkrétní implementaci**.
- Můžeme definovat
  - Matematicky – signatura a axiomy
  - Rozhraním (interface) a popisem operací, kde rozhraní poskytuje
    - Konstruktor vracející odkaz (na strukturu nebo objekt).
      Procedurální i objektově orientovaný přístup.
    - Operace, které akceptují odkaz na argument (data) a mají přesně definovaný účinek na data.

Abstraktní datový typ (ADT) – Vlastnosti

- Počet datových položek může být
  - Neměnný – **statický datový typ** – počet položek je konstantní.
    Např. pole, řetězec, struktura
  - Proměnný – **dynamický datový typ** – počet položek se mění v závislosti na provedené operaci.
    Např. vložení nebo odebrání určitého prvku
- Typ položek (dat)
  - **Homogenní** – všechny položky jsou stejného typu.
  - **Nehomogenní** – položky mohou být různého typu.
- Existence bezprostředního následníka.
  - **Lineární** – existuje bezprostřední následník prvku, např. pole, fronta, seznam, ...
  - **Nelineární** – neexistuje přímý jednoznačný následník, např. strom.

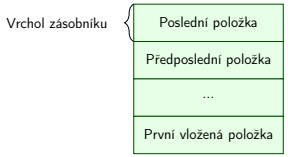
Příklad ADT – Zásobník

Zásobník je dynamická datová struktura umožňující vkládání a odebírání hodnot tak, že naposledy vložená hodnota se odebere jako první.

LIFO – *Last In, First Out*

Základní operace:

- Vložení hodnoty na vrchol zásobníku;
- Odebrání hodnoty z vrcholu zásobníku;
- Test na prázdnost zásobníku.



Příklad ADT – Operace nad zásobníkem

Základní operace nad zásobníkem jsou

- **push()** – vložení prvku na vrchol zásobníku;
- **pop()** – vyjmutí prvku z vrcholu zásobníku;
- **isEmpty()** – test na prázdnost zásobníku.

Další operace nad zásobníkem mohou být

- **peek()** – čtení hodnoty z vrcholu zásobníku;
  *Alternativně také třeba **top()**.*
- *search()* – vrátí pozici prvku v zásobníku;
  Pokud se nachází v zásobníku, jinak -1.
- *size()* – vrátí aktuální počet prvků (hodnot) v zásobníku.
  Zpravidla není potřeba.

Příklad ADT – Rozhraní zásobníku 1/2

- Zásobník můžeme definovat rozhraním (funkcemi), bez konkrétní implementace.

```
int stack_push(void *value, void **stack);
void* stack_pop(void **stack);
_Bool stack_is_empty(void **stack);
void* stack_peek(void **stack);

void stack_init(void **stack); // init.  dat.  reprez.
void stack_delete(void **stack); // kompletní smazání
void stack_free(void **stack); // uvolnění paměti
```

- V tomto případě používáme obecný zápis s ukazatelem typu `void`.
- Je plně v režii programátora (uživatele) implementace, aby zajistil správné chování programu.
  - Alokaci proměnných a položek vkládaných do zásobníku.
  - A také následné uvolnění paměti.
- Do zásobníku můžeme dávat rozdílné typy, musíme však zajistit jejich správnou interpretaci.

Příklad ADT – Rozhraní zásobníku 2/2

- Součástí definice rozhraní ADT je také popis chování operací.

```
/*
 * Function: stack_push
 * --------------------
 * This routine push the given value onto the top of the stack.
 *
 *  value - value to be placed on the stack
 *  stack - stack to push
 *
 *  returns: The function returns status value:
 *
 *  OK           - success
 *  CLIB_MEMFAIL - dynamic memory allocation failure
 *
 *  This function requires the following include files:
 *
 *  prg_stack.h prg_errors.h
 */
int stack_push(void *value, void **stack);
```


Implementace zásobníku

- ADT není závislý naa konkrétní implementaci – zásobník můžeme implementovat různě.
  - Polem fixní velikosti (definujeme chování při zaplnění);
  - Polem s měnitelnou velikostí (realokace);
  - Spojovým seznamem.
- Ukážeme si tři různé implementace, každá se shodným rozhraním a jménem typu `stack_t`, ale definované v samostatných modulech.
  - `lec09/stack_array.h`, `lec09/stack_array.c`
  - `lec09/stack_array_alloc.h`, `lec09/stack_array_alloc.c`
  - `lec09/stack_linked_list.h`, `lec09/stack_linked_list.c`
- Ukázkové implementace také slouží jako příklady, jak zacházet s dynamickou pamětí a jak se vyhnout tzv. únikům paměti (memory leaks).

Implementace zásobníku polem 1/3

- Struktura zásobníku se skládá z dynamicky alokovaného pole hodnot ukazatelů odkazující na jednotlivé prvky uložené do zásobníku.

```
typedef struct {
   void **stack; // array of void pointers
   int count;
} stack_t;
```

- Pro inicializaci a uvolnění paměti implementujeme pomocné funkce.

```
void stack_init(stack_t **stack);
void stack_delete(stack_t **stack);
void stack_free(stack_t *stack);
```

- Základní operace se zásobníkem mají tvar

```
int stack_push(void *value, stack_t *stack);
void* stack_pop(stack_t *stack);
_Bool stack_is_empty(const stack_t *stack);
void* stack_peek(const stack_t *stack);
```

- a jsou pro všechny tři implementace totožné. lec09/stack_array.h

Implementace zásobníku polem 2/3

- Maximální velikost zásobníku je definována hodnotou makra `MAX_STACK_SIZE`.

Lze předdefinovat při překladu, např. `clang -DMAX_STACK_SIZE=100`.

```
#ifndef MAX_STACK_SIZE
#define MAX_STACK_SIZE 5
#endif

void stack_init(stack_t **stack)
{
  *stack = myMalloc(sizeof(stack_t));
  (*stack)->stack = myMalloc(sizeof(
    void*)*MAX_STACK_SIZE);
  (*stack)->count = 0;
}
```

```
#include <stdlib.h>

void* myMalloc(size_t size)
{
   void *ret = malloc(size);
   if (!ret) {
      fprintf(stderr, "Malloc failed
       !\n");
      exit(-1)
   }
   return ret;
}
```

lec09/my_malloc.c

- `stack_free()` uvolní paměť vložených položek v zásobníku.
- `stack_delete()` kompletně uvolní paměť alokovanou zásobníkem.

```
void stack_free(stack_t *stack)
{
   while (!stack_is_empty(stack)) {
      void *value = stack_pop(stack);
      free(value);
   }
}
```

```
void stack_delete(stack_t **stack)
{
   stack_free(*stack);
   free((*stack)->stack);
   free(*stack);
   *stack = NULL;
}
```

lec09/stack_array.c

Implementace zásobníku polem 3/3

```
int stack_push(void *value, stack_t *stack)
{
   int ret = STACK_OK;
   if (stack->count < MAX_STACK_SIZE) {
      stack->stack[stack->count++] = value;
   } else {
      ret = STACK_MEMFAIL;
   }
   return ret;
}

void* stack_pop(stack_t *stack)
{
   return stack->count > 0 ? stack->stack[--(stack->count)]: NULL;
}

void* stack_peek(const stack_t *stack)
{
   return stack_is_empty(stack) ? NULL : stack->stack[stack->count - 1];
}

_Bool stack_is_empty(const stack_t *stack)
{
   return stack->count == 0;
}
```

Proč v metodě `pop()` *používáme (−−(stack→count)) a v* `peek()` *count −1?*

Zásobník – Příklad použití 1/3

- Položky (hodnoty typu `int`) alokujeme dynamicky.

```
int* getRandomInt()
{
   int *r = myMalloc(sizeof(int)); // dynamicky alokovaný int
   *r = rand() % 256;
   return r;
}
stack_t *stack;
stack_init(&stack);

for (int i = 0; i < 15; ++i) {
   int *pv = getRandomInt();
   int r = stack_push(pv, stack);
   printf("Add %2i entry '%3i' to the stack r = %i\n", i, *pv, r);
   if (r != STACK_OK) {
      fprintf(stderr, "Error: Stack is full!\n");
      fprintf(stderr, "Info:  Release pv memory and quit pushing\n");
      free(pv); // Nutné uvolnit alokovanou paměť
      break;
   }
}
```

lec09/demo-stack_array.c

- V případě zaplnění zásobníku nezapomenout uvolnit paměť.

Zásobník – Příklad použití 2/3

- Po vyjmutí položky a jejím zpracování je nutné uvolnit paměť.

```
printf("\nPop the entries from the stack\n");
while (!stack_is_empty(stack)) {
   int *pv = (int*)stack_pop(stack);
   printf("Popped value is %3i\n", *pv);
   free(pv);
}
stack_delete(&stack);
```

lec09/demo-stack_array.c

- Na závěr uvolníme paměť zásobníku funkcí `stack_delete()`.
- Při výchozí kompilaci má zásobník dle `MAX_STACK_SIZE` kapacitu 3.

```
$ clang stack_array.c demo-stack_array.c && ./a.out
Add  0 entry ' 77' to the stack r = 0
Add  1 entry '225' to the stack r = 0
Add  2 entry '178' to the stack r = 0
Add  3 entry ' 83' to the stack r = 1
Error: Stack is full!
Info:  Release pv memory and quit pushing

Pop the entries from the stack
Popped value is 178
Popped value is 225
Popped value is  77
```


Zásobník – Příklad použití 3/3

- Při kompilaci můžeme specifikovat hodnotu makra `MAX_STACK_SIZE`.

```
$ clang -DMAX_STACK_SIZE=5 stack_array.c demo-stack_array.c && ./a.out
Add  0 entry ' 77' to the stack r = 0
Add  1 entry '225' to the stack r = 0
Add  2 entry '178' to the stack r = 0
Add  3 entry ' 83' to the stack r = 0
Add  4 entry '  4' to the stack r = 0
Add  5 entry '143' to the stack r = 1
Error: Stack is full!
Info:  Release pv memory and quit pushing

Pop the entries from the stack
Popped value is   4                    lec09/stack_array.h
Popped value is  83                    lec09/stack_array.c
Popped value is 178                    lec09/demo-stack_array.c
Popped value is 225
Popped value is  77
```

- Vyzkoušejte si zakomentovat různá volání `free()` a sledovat chování programu – nástrojem **valgrind**!

Implementace zásobníku rozšiřitelným polem 1/3

- V případě naplnění pole vytvoříme nové o „něco" větší pole, zvětšení je definované hodnotou makra `STACK_RESIZE`.
- Počáteční velikost je definována makrem `INIT_STACK_SIZE`.

```
#ifndef INIT_STACK_SIZE          #ifndef STACK_RESIZE
#define INIT_STACK_SIZE 3        #define STACK_RESIZE 3
#endif                           #endif

void stack_init(stack_t **stack)
{
  *stack = myMalloc(sizeof(stack_t));
  (*stack)->stack = myMalloc(sizeof(void*)*INIT_STACK_SIZE);
  (*stack)->count = 0;
  (*stack)->size = INIT_STACK_SIZE;
}
```

- Dále pak funkcí `push()`, kterou modifikujeme o realokaci pole `stack→stack`.

Implementace zásobníku rozšiřitelným polem 2/3

- Volání `realloc()` rozšíří alokovanou paměť nebo alokuje novou a obsah původní paměti překopíruje a následně paměť uvolní, nebo alokace selže a `realloc()` vrací `NULL`.

Viz `man realloc`

```
int stack_push(void *value, stack_t *stack)
{
   int ret = STACK_OK;
   if (stack->count == stack->size) { // try to realloc
      void **tmp = (void**)realloc(
            stack->stack,
            sizeof(void*) * (stack->size + STACK_RESIZE)
            );
      if (tmp) { // realloc has been successful, stack->stack has been eventually freed
         stack->stack = tmp; //
         stack->size += STACK_RESIZE;
      }
   }
   if (stack->count < stack->size) {
      stack->stack[stack->count++] = value;
   } else {
      ret = STACK_MEMFAIL;
   }
   return ret;
}
```

lec09/stack_array-alloc.c

Implementace zásobníku rozšiřitelným polem 3/3

- Použití `stack_array-alloc` je identické jako `stack_array`.
- Soubor `demo-stack_array-alloc.c` pouze vkládá `stack_array-alloc.h` místo `stack_array.h`.

```
$ clang stack_array-alloc.c demo-stack_array-alloc.c && ./a.out
Add  0 entry ' 77' to the stack r = 0
Add  1 entry '225' to the stack r = 0
Add  2 entry '178' to the stack r = 0
Add  3 entry ' 83' to the stack r = 0
Add  4 entry '  4' to the stack r = 0

Pop the entries from the stack
Popped value is   4
Popped value is  83
Popped value is 178
Popped value is 225
Popped value is  77
```

lec09/stack_array-alloc.h

lec09/stack_array-alloc.c

lec09/demo-stack_array-alloc.c

Implementace zásobníku spojovým seznamem 1/3

- Zásobník také můžeme implementovat spojovým seznamem. *Viz 8. přednáška.*
- Definujeme strukturu `stack_entry_t` pro položku seznamu.

```
typedef struct entry {
   void *value; //ukazatel na hodnotu vloženého prvku
   struct entry *next;
} stack_entry_t;
```

- Struktura zásobníku `stack_t` obsahuje pouze ukazatel na `head`.

```
typedef struct {
   stack_entry_t *head;
} stack_t;
```

- Inicializace pouze alokuje strukturu `stack_t`.

```
void stack_init(stack_t **stack)
{
  *stack = myMalloc(sizeof(stack_t));
  (*stack)->head = NULL;
}
```


Implementace zásobníku spojovým seznamem 2/3

- Při vkládání prvku `push()` alokujeme položku spojového seznamu.

```
int stack_push(void *value, stack_t *stack)
{
   int ret = STACK_OK;
   stack_entry_t *new_entry = malloc(sizeof(stack_entry_t));
   if (new_entry) {
      new_entry->value = value;
      new_entry->next = stack->head;
      stack->head = new_entry;
   } else {
      ret = STACK_MEMFAIL;
   }
   return ret;
}
```

- Při vyjmutí prvku funkcí `pop()` paměť uvolňujeme.

```
void* stack_pop(stack_t *stack)
{
   void *ret = NULL;
   if (stack->head) {
      ret = stack->head->value; //retrive the value
      stack_entry_t *tmp = stack->head;
      stack->head = stack->head->next;
      free(tmp);  // release stack_entry_t
   }
   return ret;
}
```

lec09/stack_linked_list.c

Implementace zásobníku spojovým seznamem 3/3

- Implementace `stack_is_empty()` a `stack_peek()` je triviální.

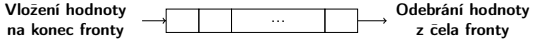
```
_Bool stack_is_empty(const stack_t *stack)
{
   return stack->head == 0;
}

void* stack_peek(const stack_t *stack)
{
   return stack_is_empty(stack) ? NULL : stack->head->value;
}
```

lec09/stack_linked_list.c

- Použití je identické jako v obou předchozích případech. lec09/demo-stack_linked_list.c
- Výhoda spojového seznamu proti implementaci `stack_array` je v „neomezené" kapacitě zásobníku. *Omezení pouze do výše volné paměti.*
- Výhoda spojového seznamu proti `stack_array-alloc` je v automatickém uvolnění paměti při odebírání prvků ze zásobníku.
- Nevýhodou spojového seznamu je větší paměťová režie (položka `next`).

Příklad ADT – Fronta

- **Fronta** je dynamická datová struktura, kde se odebírají prvky v tom pořadí, v jakém byly vloženy.
- Jedná se o strukturu typu **FIFO** (First In, First Out).



- Implementace
  - Pole – *Pamatujeme si pozici začátku a konce fronty v poli.*
    - Pozice cyklicky rotují (modulo velikost pole). Kruhová fronta.
  - Spojovým seznamem — *Pamatujeme si ukazatel na začátek a konec fronty.*
    - Můžeme implementovat tak, že přidáváme na začátek (`head`) a odebíráme z konce. `push()` a `popEnd()` z 8. přednášky
    - Nebo přidáváme na konec a odebíráme ze začátku (`head`). `pushEnd()` a `pop()` z 8. přednášky.
    - Z hlediska vnějšího (ADT) chování fronty na vnitřní implementaci nezáleží.

ADT – Operace nad **frontou**

- Základní operace nad frontou jsou vlastně identické jako pro zásobník:
  - **push()** – vložení prvku na konec fronty;
  - **pop()** – vyjmutí prvku z čela fronty;
  - **isEmpty()** – test na prázdnost fronty .
- Další operace mohou být
  - **peek()** – čtení hodnoty z čela fronty;
  - *size()* – vrátí aktuální počet prvků ve frontě.
- Hlavní rozdíl je v operacích `pop()` a `peek()`, které vracejí nejdříve vložený prvek do fronty.

Na rozdíl od zásobníku, u kterého je to poslední vložený prvek.

ADT – Příklad implementace fronty

- Implementace fronty pole a spojovým seznamem.
- Využijeme shodné rozhraní a jméno typu `queue_t` definované v samostatných modulech.
  - `lec09/queue_array.h`, `lec09/queue_array.c`
  - `lec09/queue_linked_list.h`, `lec09/queue_linked_list.c`

Implementace vychází ze zásobníku, liší se zejména ve funkci `pop()` a `peek()` spolu s udržováním prvního a posledního prvku.

```
typedef struct {
   ...
} queue_t;

void queue_delete(queue_t **queue);
void queue_free(queue_t *queue);
void queue_init(queue_t **queue);

int queue_push(void *value, queue_t *queue);
void* queue_pop(queue_t *queue);
_Bool queue_is_empty(const queue_t *queue);
void* queue_peek(const queue_t *queue);
```

Příklad implementace fronty polem 1/2

- Téměř identická implementace s implementací `stack_array`.
- Zásadní změna ve funkci `queue_push()`.

```
int queue_push(void *value, queue_t *queue)
{
   int ret = QUEUE_OK;
   if (queue->count < MAX_QUEUE_SIZE) {
      queue->queue[queue->end] = value;
      queue->end = (queue->end + 1) % MAX_QUEUE_SIZE;
      queue->count += 1;
   } else {
      ret = QUEUE_MEMFAIL;
   }
   return ret;
}
```

Ukládáme na konec (proměnná `end`), která odkazuje na další volné místo (pokud `count`< `MAX_QUEUE_SIZE`).

`end` *vždy v rozsahu* $0 \leq$ `end` $<$ `MAX_QUEUE_SIZE`.

- Dále implementujeme `queue_pop()` a `queue_peek()`.

`lec09/queue_array.c`

Příklad implementace fronty polem 2/2

- Funkce `queue_pop()` vrací hodnotu na pozici `start` tak jako metoda `queue_peek()`.

```
void* queue_pop(queue_t *queue)
{
   void* ret = NULL;
   if (queue->count > 0) {
      ret = queue->queue[queue->start];
      queue->start = (queue->start + 1) % MAX_QUEUE_SIZE;
      queue->count -= 1;
   }
   return ret;
}
void* queue_peek(const queue_t *queue)
{
   return queue_is_empty(queue)
      ? NULL : queue->queue[queue->start];
}
```

`lec09/queue_array.c`

- Příklad použití viz `lec09/demo-queue_array.c`.

Příklad implementace fronty spojovým seznamem 1/3

- Spojový seznam s udržováním začátku `head` a konce `end` seznamu.

Viz `lec08/linked_list.c`

- Strategie vkládání a odebírání prvků.
  - Vložením prvku do fronty `queue_push()` dáme prvek na konec seznamu `end`.
    Aktualizujeme pouze `end`→`next` *s konstantní složitostí* $O(1)$.
  - Odebrání prvku z fronty `queue_pop()` vezmeme prvek z počátku seznamu `head`.
    Aktualizujeme pouze `head`→`next` *opět s konstantní složitostí* $O(1)$.
  - Nemusíme lineárně procházet seznam a aktualizovat `end` při odebrání prvku z fronty.

```
typedef struct entry {
   void *value;
   struct entry *next;
} queue_entry_t;

typedef struct {
   queue_entry_t *head;
   queue_entry_t *end;
} queue_t;
```

```
void queue_init(queue_t **queue)
{
   *queue = myMalloc(sizeof(queue_t));
   (*queue)->head = NULL;
   (*queue)->end = NULL;
}
```

`lec09/queue_linked_list.h`
`lec09/queue_linked_list.c`

Implementace fronty spojovým seznamem 2/3

- `push()` vkládá prvky na konec seznamu `end`.

```
int queue_push(void *value, queue_t *queue)
{
   int ret = QUEUE_OK;
   queue_entry_t *new_entry = malloc(sizeof(queue_entry_t));
   if (new_entry) { // fill the new_entry
      new_entry->value = value;
      new_entry->next = NULL;
      if (queue->end) { // if queue has end
         queue->end->next = new_entry; // link new_entry
      } else { // queue is empty
         queue->head = new_entry; // update head as well
      }
      queue->end = new_entry; // set new_entry as end
   } else {
      ret = QUEUE_MEMFAIL;
   }
   return ret;
}
```

`lec09/queue_linked_list.c`

Implementace fronty spojovým seznamem 3/3

- `pop()` odebírá prvky ze začátku seznamu `head`.

```
void* queue_pop(queue_t *queue)
{
   void *ret = NULL;
   if (queue->head) { // having at least one entry
      ret = queue->head->value; //retrive the value
      queue_entry_t *tmp = queue->head;
      queue->head = queue->head->next;
      free(tmp);  // release queue_entry_t
      if (queue->head == NULL) { // update end if last
         queue->end = NULL;      // entry has been
      }                          // popped
   }
   return ret;
}
```

- Implementace `isEmpty()` a `peek()` je přímočará.

```
_Bool queue_is_empty(const queue_t *queue) {
   return queue->head == 0;
}
void* queue_peek(const queue_t *queue) {
   return queue_is_empty(queue) ? NULL : queue->head->value;
}
```

`lec09/queue_linked_list.c`

ADT – **Fronta** spojovým seznamem – příklad použití

```
for (int i = 0; i < 3; ++i) {
   int *pv = getRandomInt();
   int r = queue_push(pv, queue);
   printf("Add %2i entry '%3i' to the queue r = %i\n", i, *pv, r);
   if (r != QUEUE_OK) { free(pv); break; } // release allocated pv
}
printf("\nPop the entries from the queue\n");
while (!queue_is_empty(queue)) {
   int *pv = (int*)queue_pop(queue);
   printf("Popped value is %3i\n", *pv);
   free(pv);
}
queue_delete(&queue);
```

- Příklad výstupu

```
clang queue_linked_list.c demo-queue_linked_list.c && ./a.out
Add  0 entry ' 77' to the queue r = 0
Add  1 entry '225' to the queue r = 0
Add  2 entry '178' to the queue r = 0
```


ADT – zásobník a fronta

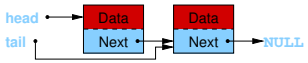
- Obě datové struktury mají stejné rozhraní, např. `push()`, `pop()`, `isEmpty()`.
- Zásobník vs. fronta se liší chováním, tj. jaký prvek vrací při vyjmutí.
- Obě struktury můžeme implementovat polem nebo spojovým seznamem.
- Implementace polem (definované kapacity)
  - Zásobník inkrementujeme/dekrementujeme pouze index na volný prvek v poli.
  - Frontu implementujeme kruhovou frontou v poli, indexy na první a poslední prvek pouze inkrementujeme modulo kapacita pole.
- Postačí jednosměrný spojový seznam, implementace se liší kam přidáváme nové prvky.
  - Přidávání je snadné před první prvek (`head`) nebo za poslední prvek.
  - Odebrání je snadé pro první prvek (`head`).

Zásobník

- `push()` i `pop()` realizujeme přes `head`.

Fronta

- `push()` realizujeme přes `tail` a `pop()` přes `head`.



Prioritní fronta

- Fronta
  - První vložený prvek je první odebraný prvek.

FIFO

- **Prioritní fronta**
  - Některé prvky jsou při vyjmutí z fronty preferovány.

Některé vložené objekty je potřeba obsloužit naléhavěji, např. fronta pacientů u lékaře.

  - Operace **pop()** odebírá z fronty prvek s nejvyšší prioritou.

Vrchol fronty je prvek s nejvyšší prioritou.
Alternativně též prvek s nejnižší hodnotou.

- Rozhraní prioritní fronty může být identické jako u běžné fronty, avšak specifikace upřesňuje chování dílčích metod.

Prioritní fronta – specifikace rozhraní

- Prioritní frontu můžeme implementovat různě složitě a také s různými výpočetními nároky, např.
  - Polem nebo spojovým seznamem s modifikací funkcí **push()** nebo **pop()** a **peek()**.
    - Například tak, že ve funkci **pop()** a **peek()** projdeme všechny dosud vložené prvky a najdeme prvek nejprioritnější.
  - S využitím pokročilé datové struktury pro efektivní vyhledání prioritního prvku (halda).
- Prioritní prvek může být ten s nejmenší hodnotou.
  - Metody **pop()** a **peek()** vrací nejmenší prvek dosud vložený do fronty.
  - Hodnoty prvků potřebujeme porovnávat, proto potřebujeme funkci pro porovnávání prvků.

Obecně můžeme realizovat například ukazatelem na funkci.

Prioritní fronta spojovým seznamem nebo polem a výpočetní náročnost

- V naivní implementaci prioritní fronty můžeme zohlednění priority „odložit“ až do doby, kdy potřebujeme odebrat prvek z fronty. *Použijeme „lazy“ (odložený) výpočet.*
- Při odebrání (nebo vrácení) nejmenšího prvku v nejnepříznivějším případě musíme projít všechny položky.
- To může být výpočetně náročné a raději bychom chtěli „udržovat“ prvek připravený.
  - Můžeme to například udělat zavedením položky **head**, ve které bude aktuálně nejnižší (nejvyšší) vložený prvek do fronty.
  - Prvek **head** aktualizujeme v metodě **push()** porovnáním hodnoty aktuálně vkládaného prvku.
  - Tím zefektivníme operaci **peek()**.
  - V případě odebrání prvku, však musíme frontu znovu projít a najít nový prvek.

Nebo můžeme použít sofistikovanější datovou strukturu, která nám umožní efektivně udržovat hodnotu nejmenšího prvku a to jak při operaci vložení **push()** tak při operaci vyjmutí **pop()** prvku z prioritní fronty.

Halda

- Halda je dynamická datová struktura, která má „tvar“ binárního stromu a uspořádání prioritní fronty.
- Každý prvek haldy obsahuje hodnotu a dva potomky, podobně jako binární strom.
- **Vlastnosti haldy** – „*Heap property*“.
  - Hodnota každého prvku je menší než hodnota libovolného potomka.
  - Každá úroveň binárního stromu haldy je plná, kromě poslední úrovně, která je zaplněna zleva doprava. **Binární plný strom**
  - Prvky mohou být odebrány pouze přes kořenový uzel.
- Vlastnost haldy zajišťuje, že kořen je vždy prvek s nejnižším/nejvyšším ohodnocením.

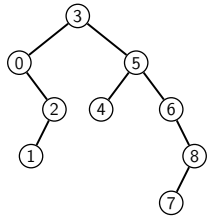
V případě binárního plného stromu je složitost procházení úměrná hloubce stromu, která je pro n prvků úměrná $\log_2(n)$. Složitost operací `push()`, `pop()`, `peek()` tak můžeme očekávát nikoliv $O(n)$ (jako v případě předchozí implementace prioritní fronty polem a spojovým seznamem), ale $O(\log n)$ a pro `peek()` dokonce $O(1)$.

Binární vyhledávací strom vs halda

Binární vyhledávací strom

- Může obsahovat prázdná místa.
- Hloubka stromu se může měnit.

Zajistit vyvážený strom je implementačně náročnější než implementace haldy.



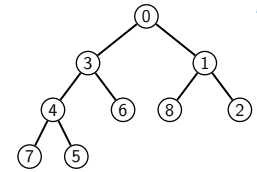
Halda

- Binární plný strom

Hloubka stromu vždy $\lfloor \log_2(n) \rfloor$.

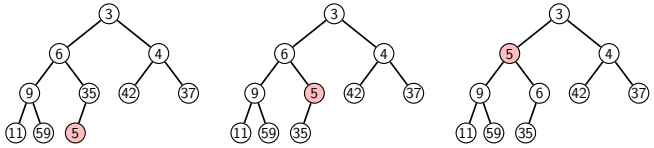
- Kořen stromu je vždy prvek s nejnižší (nejvyšší) hodnotou.
- Každý podstrom splňuje vlastnost haldy.

Heap property



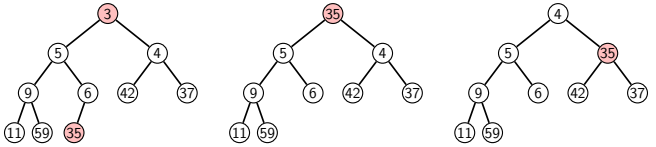
Halda – přidání prvku **push()**

1. Po každém provedení operace **push()** musí být splněny vlastnosti haldy.
2. Prvek přidáme na konec haldy, tj. na první volnou pozici (vlevo) na nejnižší úrovni haldy.
3. Zkontrolujeme, zdali je splněna podmínka haldy, pokud ne, zaměníme prvek s nadřazeným prvkem (předkem). *V nejnepříznivějším případě prvek „probublá“ až do kořene stromu.*



Halda – odebrání prvku **pop()**

- Při operaci **pop()** odebereme kořen stromu.
- Prázdné místo nahradíme nejpravějším listem.
- Zkontrolujeme, zdali je splněna podmínka haldy, pokud ne, zaměníme prvek s potomkem a postup opakujeme. *V nejnepříznivějším případě prvek „probublá“ až do listu stromu.*



- Jak zjistit nejpravější list?
  - V případě implementace spojovou strukturou (nelineární) můžeme explicitně udržovat odkaz.
  - Binární plný strom můžeme efektivně reprezentovat polem – pak nejpravější list je poslední prvek v poli.

Prioritní fronta haldou

- Prvky ukládáme do haldy a při každém vložení / odebrání zajišťujeme, aby platily vlastnosti **haldy**.
- Operace **peek()** má konstantní složitost a nezáleží na počtu prvků ve frontě, nejnižší prvek je vždy kořen.

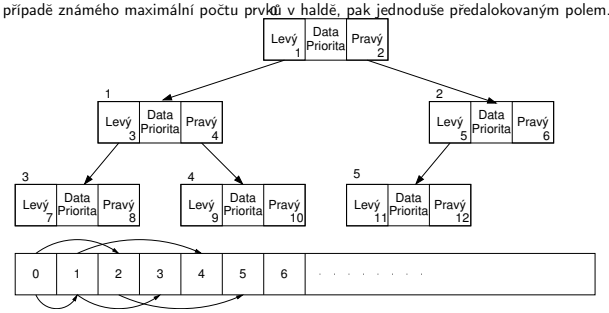
Asymptotická složitost v notaci velké O je $O(1)$.

- Operace **push()** a **pop()** udržují vlastnost haldy záměnami prvku až do hloubky stromu.

Pro binární plný strom je hloubka stromu $\log_2(n)$, *kde n je aktuální počet prvků ve stromu, odtud složitost operace* $O(\log(n))$.

Reprezentace binárního stromu polem

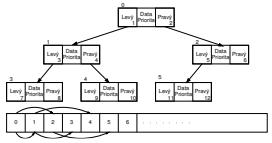
- Binární plný strom můžeme reprezentovat lineární strukturou.
- V případě známého maximální počtu prvků v haldě, pak jednoduše předalokovaným polem.



Halda jako binární plný strom reprezentovaný polem

- Pro definovaný maximální počet prvků v haldě si předalokujeme pole o daném počtu prvků.
- Binární **plný strom** má všechny vrcholy na úrovni rovné hloubce stromu co nejvíce vlevo.
- Kořen stromu je první prvek s indexem 0, následníky prvku na pozici i lze v poli určit jako prvky s indexy:
  - levý následník: $i_{levý} = 2i + 1$;
  - pravý následník: $i_{pravý} = 2i + 2$.

Podobně lze odvodit vztah pro předchůdce.



- Kořen stromu reprezentuje nejprioritnější prvek.

Např. s nejmenší hodnotou nebo maximální prioritou.

Operace vkládání a odebírání prvků

- I v případě reprezentace polem pracují operace vkládání a odebírání identicky.
  - Funkce `push()` přidá prvek jako další prvek v poli a následně propaguje prvek směrem nahoru až je splněna vlastnost haldy.
  - Při odebrání prvku funkcí `pop()` je poslední prvek v poli umístěn na začátek pole (kořen stromu) a propagován směrem dolů až je splněna vlastnost haldy.
- Dochází pouze k vzájemnému zaměňování hodnot na pozicích v poli (haldě).

Z indexu prvku v poli vždy můžeme určit jak levého a pravého následníka, tak i předcházející prvek (rodič) v pohledu na haldu jako binární strom.

- Hlavní výhodou reprezentace polem je přístup do předem alokovaného bloku paměti.

Všechny prvky můžeme jednoduše projít v jedné smyčce, například při výpisu.

- Ověření zdali implementace operací `push()` a `pop()` zachovává podmínku haldy můžeme realizovat ověřující funkcí `is_heap()`.

Příklad implementace pq_is_heap()

- Pro každý prvek haldy musí platit, že jeho hodnota je menší než levý i pravý následník.

```
18 typedef struct {
19     int size;     // the maximal number of entries
20     int len;      // the current number of entries
21     int *cost;    // array with costs - lowest cost is highest priority
22     int *label;   // array with labels (each label has cost/priority)
23 } pq_heap_s;

161 _Bool pq_is_heap(pq_heap_s *pq, int n)
162 {
163     _Bool ret = true;
164     int l = 2 * n + 1; // left successor
165     int r = l + 1;     // right successor
166     if (l < pq->len) {
167         ret = (pq->cost[l] < pq->cost[n]) ? false : pq_is_heap(pq, l);
168     }
169     if (r < pq->len) {
170         ret = ret  // if ret is false, further expression is not evaluated
171             &&
172             ( (pq->cost[r] < pq->cost[n]) ? false : pq_is_heap(pq, r) );
173     }
174     return ret;
175 }
```


Příklad implementace push()

- Prvek přidáme na konec pole a iterativně kontrolujeme, zdali je splněna vlastnost haldy. Pokud ne, prvek zaměníme s předchůdcem.

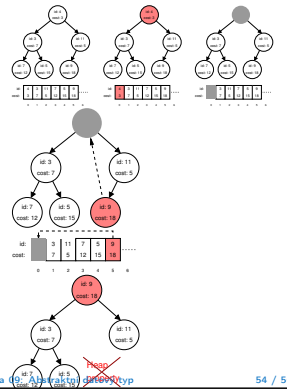
```
81 #define GET_PARENT(i) ((i-1) >> 1) // parent is (i-1)/2

83 _Bool pq_push(pq_heap_s *pq, int label, int cost)
84 {
85     _Bool ret = false;
86     if (pq && pq->len < pq->size && label >= 0 && label < pq->size) {
87         pq->cost[pq->len] = cost; //add the cost to the next free slot
88         pq->label[pq->len] = label; //add label of new entry
89         int cur = pq->len; // index of the entry added to the heap
90         int parent = GET_PARENT(cur);
91         while (cur >= 1 && pq->cost[parent] > pq->cost[cur]) {
92             pq_swap(pq, parent, cur); // swap parent<->cur
93             cur = parent;
94             parent = GET_PARENT(cur);
95         }
96         pq->len += 1;
97         ret = true;
98     }
99     // assert(pq_is_heap(pq, 0)); // testing the implementation
100    return ret;
101 }
```


Příklad volání pop()

- Halda je reprezentovaná binárním polem.
- Nejmenší prvek je kořenem stromu.
- Voláním pop() odebíráme kořen stromu.
- Na jeho místo umístíme poslední prvek.
- Strom však nesplňuje podmínku haldy.
- Proto provedeme záměnu s následníky.

  V tomto případě volíme pravého následníka, neboť jeho hodnota je nižší než hodnota levého následníka.
- A strom opět splňuje vlastnost haldy.
- Záměny provádíme v poli a využíváme vlastnosti plného binárního stromu.

Levý potomek prvku haldy na pozici i je $2i+1$, pravý potomek je na pozici $2i+2$.



Shrnutí přednášky

Diskutovaná témata

- Abstraktní datový typ
- ADT typu zásobník (stack)
- ADT typu fronta (queue)
- Příklady implementací zásobníku a fronty
  - polem
  - rozšiřitelným polem
  - a spojovým seznamem
- Příklady rozhraní a implementace ADT s prvky ukazatel a řešení uvolňování paměti
- Prioritní fronta.

Část III

Appendix

Prioritní fronta polem – rozhraní

- V případě implementace prioritní fronty polem můžeme využít jedno pole pro hodnoty a druhé pole pro uložení priority daného prvku.

  Implementace vychází z lec09/queue/queue_array.h *a* lec09/queue/queue_array.c

```
typedef struct {
    void **queue;    // Pole ukazatelů na jednotlivé prvky
    int *priorities; // Pole hodnot priorit jednotlivých prvků
    int count;       // Uvažujeme pouze MAX_INT prvků, zpravidla 2147483647
    int head;
    int tail;
} queue_t;
```

- Další rozhraní (jména a argumenty funkcí) mohou zůstat identické jako u implementace spojovým seznamem.

```
void queue_init(queue_t **queue);
void queue_delete(queue_t **queue);
void queue_free(queue_t *queue);

_Bool queue_is_empty(const queue_t *queue);

int queue_push(void *value, int priority,
    queue_t *queue);
void* queue_pop(queue_t *queue);
void* queue_peek(const queue_t *queue);
```


Prioritní fronta polem 1/3 – push()

- Funkce push() je až na uložení priority identická s verzí bez priorit.

```
46 int queue_push(void *value, int priority, queue_t *queue)
47 {
48     int ret = QUEUE_OK; // by default we assume push will be OK
49     if (queue->count < MAX_QUEUE_SIZE) {
50         queue->queue[queue->tail] = value;
51         queue->priorities[queue->tail] = priority; // store priority of the new value entry
52         queue->tail = (queue->tail + 1) % MAX_QUEUE_SIZE;
53         queue->count += 1;
54     } else {
55         ret = QUEUE_MEMFAIL;
56     }
57     return ret;
58 }
```

lec09/priority_queue-array/priority_queue-array.c

- Funkce peek() a pop() potřebují prvek s nejnižší (nejvyšší) prioritou.
  - Nalezení prvku z „čela“ fronty realizujeme funkcí getEntry(), kterou následně využijeme jak v peek(), tak v pop().

Prioritní fronta polem 2/3 – getEntry()

- Nalezení nejmenšího (největšího) prvku provedeme lineárním prohledáním aktuálních prvků uložených ve frontě (poli).

```
61 static int getEntry(const queue_t *const queue)
62 {
63   int ret = -1; // return -1 if queue is empty.
64   if (queue->count > 0) {
65     for (int cur = queue->head, i = 0; i < queue->count; ++i) {
66       if (
67           ret == -1 ||
68           (queue->priorities[ret] > queue->priorities[cur])
69         ) {
70         ret = cur;
71       }
72       cur = (cur + 1) % MAX_QUEUE_SIZE;
73     }
74   }
75   return ret;
76 }
```

lec09/priority_queue-array/priority_queue-array.c

Prioritní fronta polem 3/3 – peek() a pop()

- Funkce peek() využívá lokální (static) funkce getEntry().

```
101 void* queue_peek(const queue_t *queue)
102 {
103     return queue_is_empty(queue) ? NULL : queue->queue[getEntry(queue)];
104 }
```

- Ve funkci pop() zaplníme položku vyjmutého prvku prvkem ze startu.

Tím zajistíme, že prvky tvoří souvislý blok v rámci kruhové fronty.

```
77  void* queue_pop(queue_t *queue)
78  {
79     void *ret = NULL;
80     int bestEntry = getEntry(queue);
81     if (bestEntry >= 0) { // entry has been found
82        ret = queue->queue[bestEntry];
83        if (bestEntry != queue->head) { //replace the bestEntry by head
84           queue->queue[bestEntry] = queue->queue[queue->head];
85           queue->priorities[bestEntry] = queue->priorities[queue->head];
86        }
87        queue->head = (queue->head + 1) % MAX_QUEUE_SIZE;
88        queue->count -= 1;
89     }
90     return ret;
91  }
```


Prioritní fronta polem – příklad použití

- Použití je identické s implementací spojovým seznamem.

```
$ make && ./demo-priority_queue-array
ccache clang -c priority_queue-array.c -O2  -o priority_queue-array.o
ccache clang priority_queue-array.o demo-priority_queue-array.o  -o demo-priority_queue-array
Add  0 entry '2nd' with priority '2' to the queue
Add  1 entry '4th' with priority '4' to the queue
Add  2 entry '1st' with priority '1' to the queue
Add  3 entry '5th' with priority '5' to the queue
Add  4 entry '3rd' with priority '3' to the queue

Pop the entries from the queue
1st
2nd
3rd
4th
5th
```

lec09/priority_queue-array/priority_queue-array.h
lec09/priority_queue-array/priority_queue-array.c
lec09/priority_queue-array/demo-priority_queue-array.c

Prioritní fronta – příklad rozhraní

- V implementaci spojového seznamu upravíme funkce peek() a pop().

Využijeme přímo kód lec09/queue/queue_linked_list.h,*a* lec09/queue/queue_linked_list.c.

- Prvek fronty queue_entry_t rozšíříme o položku určující prioritu.

```
1  typedef struct entry {
2     void *value;
3
4     // Nová položka
5     int priority;
6
7     struct entry *next;
8  } queue_entry_t;
9
10
11 typedef struct {
12    queue_entry_t *head;
13    queue_entry_t *end;
14 } queue_t;
```

Alternativně můžeme specifikovat funkce porovnání datavých položek.

- Rozhraní funkcí je identické frontě až na specifikaci priority při vložení prvku do fronty.

```
16 void queue_init(queue_t **queue);
17 void queue_delete(queue_t **queue);
18 void queue_free(queue_t *queue);
19
20 int queue_push(void *value, int priority, queue_t *
       queue);
21
22 void* queue_pop(queue_t *queue);
23 _Bool queue_is_empty(const queue_t *queue);
24 void* queue_peek(const queue_t *queue);
```

lec09/priority_queue-linked_list/priority_queue.h

Prioritní fronta spojovým seznamem 1/4

- Ve funkci push() přidáme pouze nastavení priority.

```
int queue_push(void *value, int priority, queue_t *queue)
{
   ...
   if (new_entry) { // fill the new_entry
      new_entry->value = value;
      new_entry->priority = priority;
   ...
```

lec09/priority_queue-linked_list/priority_queue.c

Prioritní fronta spojovým seznamem 2/4

- peek() lineárně prochází seznam a vybere prvek s nejnižší prioritou.

```
38 void* queue_peek(const queue_t *queue)
39 {
40    void *ret = NULL;
41    if (queue && queue->head) {
42       ret = queue->head->value;
43       int lowestPriority = queue->head->priority;
44       queue_entry_t *cur = queue->head->next;
45       while (cur != NULL) {
46          if (lowestPriority > cur->priority) {
47             lowestPriority = cur->priority;
48             ret = cur->value;
49          }
50          cur = cur->next;
51       }
52    }
53    return ret;
54 }
```

lec09/priority_queue-linked_list/priority_queue.c

Prioritní fronta spojovým seznamem 3/4

- Podobně pop() lineárně prochází seznam a vybere prvek s nejnižší prioritou, je však nutné zajistit propojení seznamu po vyjmutí prvku.

```
59 void* queue_pop(queue_t *queue)
60 {
61    void *ret = NULL;
62    if (queue->head) { // having at least one entry
63       queue_entry_t* cur = queue->head->next;
64       queue_entry_t* prev = queue->head;
65       queue_entry_t* best = queue->head;
66       queue_entry_t* bestPrev = NULL;
67       while (cur) {
68          if (cur->priority < best->priority) {
69             best = cur; // update the entry with
70             bestPrev = prev;  // the lowest priority
71          }
72          prev = cur;
73          cur = cur->next;
74       }
75       ...
```

lec09/priority_queue-linked_list/priority_queue.c

- Proto si při procházení pamatujeme předchozí prvek bestPrev.

Prioritní fronta spojovým seznamem 4/4

- Po nalezení nejmenšího (největšího) prvku a jeho vyjmutí seznamem propojíme.

```
void* queue_pop(queue_t *queue)
{
   ...
      while (cur) { ... } // Finding the best entry

      if (bestPrev) { // linked the list after
         bestPrev->next = best->next; // best removal
      } else { // best is the head
         queue->head = queue->head->next;
      }
      ret = best->value; //retrive the value
      if (queue->end == best) { //update the list end
         queue->end = bestPrev;
      }
      free(best);  // release queue_entry_t
      if (queue->head == NULL) { // update end if last
         queue->end = NULL;      // entry has been
      }                          // popped
   }
   return ret;
}
```

lec09/priority_queue-linked_list/priority_queue.c

Prioritní fronta spojovým seznamem – příklad použití 1/2

- Inicializaci fronty provedeme polem textových řetězců a priorit.

```
queue_t *queue;
queue_init(&queue);
char *values[] = { "2nd", "4th", "1st", "5th", "3rd" };
int priorities[] = { 2, 4, 1, 5, 3 };
const int n = sizeof(priorities) / sizeof(int);
for (int i = 0; i < n; ++i) {
   int r = queue_push(values[i], priorities[i], queue);
   printf("Add %2i entry '%s' with priority '%i' to the queue\n", i, values[i], priorities[i]);
   if (r != QUEUE_OK) {
      fprintf(stderr, "Error: Queue is full!\n");
      break;
   }
}
printf("\nPop the entries from the queue\n");
while (!queue_is_empty(queue)) {
   char* pv = (char*)queue_pop(queue);
   printf("%s\n", pv);
   // Do not call free(pv); We pushed text literals into the queue.
}
queue_delete(&queue);
```

lec09/priority_queue-linked_list/demo-priority_queue.c

Prioritní fronta spojovým seznamem – příklad použití 2/2

- Hodnoty jsou neuspořádané a očekáváme jejich uspořádaný výpis při vyjmutí funkcí pop().

```
char *values[] = { "2nd", "4th", "1st", "5th", "3rd" };
int priorities[] = { 2, 4, 1, 5, 3 };
...
while (!queue_is_empty(queue)) {
   // Do not call free(pv);
```

- V tomto případě nevoláme free() neboť vložené textové řetězce jsou textovými literály!

Narozdíl od příkladu lec09/demo-queue_linked_list.c!

- Příklad výstupu (v tomto případě preferujeme nižší hodnoty):

```
$ make && ./demo-priority_queue
Add  0 entry '2nd' with priority '2' to the queue
Add  1 entry '4th' with priority '4' to the queue
Add  2 entry '1st' with priority '1' to the queue
Add  3 entry '5th' with priority '5' to the queue
Add  4 entry '3rd' with priority '3' to the queue

Pop the entries from the queue
1st
2nd
3rd
4th
5th
```

lec09/priority_queue-linked_list/priority_queue.h
lec09/priority_queue-linked_list/priority_queue.c
lec09/priority_queue-linked_list/demo-priority_queue.c