

Abstraktní datový typ

Jan Faigl

Katedra počítačů
Fakulta elektrotechnická
České vysoké učení technické v Praze

Přednáška 09

BAB36PRGA – Programování v C

Přehled témat

- Část 1 – Abstraktní datový typ

Datové struktury

Zásobník

Fronta

Spojový seznam - zásobník vs. fronta

Prioritní fronta

Halda

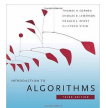
Část I

Část 1 – Abstraktní datový typ

Zdroje



Introduction to Algorithms, 3rd Edition, Cormen, Leiserson, Rivest, and Stein, The MIT Press, 2009, ISBN 978-0262033848.



Algorithms (4th Edition) Robert Sedgewick and Kevin Wayne
Addison-Wesley Professional, 2010,
ISBN: 978-0321573513.



<http://algs4.cs.princeton.edu/home>

- Data Structure & Algorithms Tutorial
http://www.tutorialspoint.com/data_structures_algorithms
- Algorithms and Data Structures with implementations in Java and C++
<http://www.algolist.net>
- Algoritmy jednoduše a srozumitelně
Algoritmy + Datové struktury = Programy
<http://algorithmy.eu>

Datové struktury a abstraktní datový typ

- **Datová struktura** (typ) je množina dat a operací s těmito daty.
- **Abstraktní datový typ** formálně definuje data a operace s nimi.
 - Fronta (Queue)
 - Zásobník (Stack)
 - Pole (Array)
 - Tabulka (Table)
 - Seznam (List)
 - Strom (Tree)
 - Množina (Set)

Nezávislé na konkrétní implementaci

Abstraktní datový typ (ADT) – Vlastnosti

- Počet datových položek může být
 - Neměnný – **statický datový typ** – počet položek je konstantní. *Např. pole, řetězec, struktura*
 - Proměnný – **dynamický datový typ** – počet položek se mění v závislosti na provedené operaci. *Např. vložení nebo odebrání určitého prvku*
- Typ položek (dat)
 - **Homogenní** – všechny položky jsou stejného typu.
 - **Nehomogenní** – položky mohou být různého typu.
- Existence bezprostředního následníka.
 - **Lineární** – existuje bezprostřední následník prvku, např. pole, fronta, seznam,
 - **Nelineární** – neexistuje přímý jednoznačný následník, např. strom.

Abstraktní datový typ

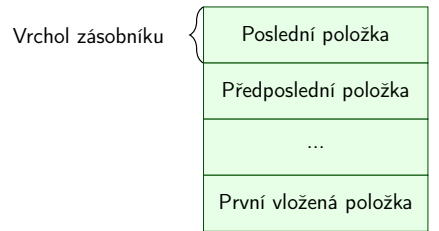
- Množina druhů dat (hodnot) a příslušných operací, které jsou přesně specifikovány a to **nezávisle na konkrétní implementaci**.
- Můžeme definovat
 - Matematicky – signatura a axiomy
 - Rozhraním (interface) a popisem operací, kde rozhraní poskytuje
 - Konstruktor vracějící odkaz (na strukturu nebo objekt). *Procedurální i objektově orientovaný přístup.*
 - Operace, které akceptují odkaz na argument (data) a mají přesně definovaný účinek na data.

Příklad ADT – Zásobník

Zásobník je **dynamická datová struktura** umožňující vkládání a odebírání hodnot tak, že naposledy vložená hodnota se odebere jako první. **LIFO – Last In, First Out**

Základní operace:

- Vložení hodnoty na vrchol zásobníku;
- Odebrání hodnoty z vrcholu zásobníku;
- Test na prázdnot zásobníku.



Příklad ADT – Operace nad zásobníkem

Základní operace nad zásobníkem jsou

- `push()` – vložení prvku na vrchol zásobníku;
- `pop()` – vyjmutí prvku z vrcholu zásobníku;
- `isEmpty()` – test na prázdnotu zásobníku.

Další operace nad zásobníkem mohou být

- `peek()` – čtení hodnoty z vrcholu zásobníku;

Alternativně také třeba `top()`.

- `search()` – vrátí pozici prvku v zásobníku;

Pokud se nachází v zásobníku, jinak -1.

- `size()` – vrátí aktuální počet prvků (hodnot) v zásobníku.

Zpravidla není potřeba.

Příklad ADT – Rozhraní zásobníku 2/2

- Součástí definice rozhraní ADT je také popis chování operací.

```

1  /*
2  * Function: stack_push
3  * -----
4  * This routine push the given value onto the top of the stack.
5  *
6  * value - value to be placed on the stack
7  * stack - stack to push
8  *
9  * returns: The function returns status value:
10 *
11 * OK          - success
12 * CLIB_MEMFAIL - dynamic memory allocation failure
13 *
14 * This function requires the following include files:
15 *
16 * prg_stack.h prg_errors.h
17 */
18 int stack_push(void *value, void **stack);
    
```

Příklad ADT – Rozhraní zásobníku 1/2

- Zásobník můžeme definovat rozhraním (funkcemi), bez konkrétní implementace.

```

1  int stack_push(void *value, void **stack);
2  void* stack_pop(void **stack);
3  _Bool stack_is_empty(void **stack);
4  void* stack_peek(void **stack);

5  void stack_init(void **stack); // init. dat. reprezent.
6  void stack_delete(void **stack); // kompletní smazání
7  void stack_free(void **stack); // uvolnění paměti
    
```

- V tomto případě používáme obecný zápis s ukazatelem typu `void`.
- Je plně v režii programátora (uživatele) implementace, aby zajistil správné chování programu.
 - Alokaci proměnných a položek vkládaných do zásobníku.
 - A také následně uvolnění paměti.
- Do zásobníku můžeme dávat rozdílné typy, musíme však zajistit jejich správnou interpretaci.

Implementace zásobníku

- **ADT není závislý naa konkrétní implementaci** – zásobník můžeme implementovat různě.
 - Polem fixní velikosti (definujeme chování při zaplnění);
 - Polem s měnitelnou velikostí (realokace);
 - Spojovým seznamem.
- Ukážeme si tři různé implementace, každá se shodným rozhraním a jménem typu `stack_t`, ale definované v samostatných modulech.
 - `lec09/stack_array.h, lec09/stack_array.c`
 - `lec09/stack_array_alloc.h, lec09/stack_array_alloc.c`
 - `lec09/stack_linked_list.h, lec09/stack_linked_list.c`
- Ukázkové implementace také slouží jako příklady, jak zacházet s dynamickou pamětí a jak se vyhnout tzv. únikům paměti (**memory leaks**).

Implementace zásobníku polem 1/3

- Struktura zásobníku se skládá z dynamicky alokovaného pole hodnot ukazatelů odkazující na jednotlivé prvky uložené do zásobníku.

```
1 typedef struct {
2     void **stack; // array of void pointers
3     int count;
4 } stack_t;
```

- Pro inicializaci a uvolnění paměti implementujeme pomocné funkce.

```
6 void stack_init(stack_t **stack);
7 void stack_delete(stack_t **stack);
8 void stack_free(stack_t *stack);
```

- Základní operace se zásobníkem mají tvar

```
10 int stack_push(void *value, stack_t *stack);
11 void* stack_pop(stack_t *stack);
12 _Bool stack_is_empty(const stack_t *stack);
13 void* stack_peek(const stack_t *stack);
```

- a jsou pro všechny tři implementace totožné. lec09/stack_array.h

Implementace zásobníku polem 2/3

- Maximální velikost zásobníku je definována hodnotou makra `MAX_STACK_SIZE`.

```
1 #ifndef MAX_STACK_SIZE
2 #define MAX_STACK_SIZE 5
3 #endif
4
5 void stack_init(stack_t **stack)
6 {
7     *stack = myMalloc(sizeof(stack_t));
8     (*stack)->stack = myMalloc(sizeof(
9         void*)*MAX_STACK_SIZE);
10    (*stack)->count = 0;
11 }
12
13 void stack_free(stack_t *stack)
14 {
15     while (!stack_is_empty(stack)) {
16         void *value = stack_pop(stack);
17         free(value);
18     }
19 }
20
21 void stack_delete(stack_t **stack)
22 {
23     stack_free(*stack);
24     free((*stack)->stack);
25     free(*stack);
26     *stack = NULL;
27 }
```

Lze předdefinovat při překladu, např. clang -DMAX_STACK_SIZE=100.

lec09/my_malloc.c

- `stack_free()` uvolní paměť vložených položek v zásobníku.
- `stack_delete()` kompletně uvolní paměť alokovanou zásobníkem.

```
20 void stack_delete(stack_t **stack)
21 {
22     stack_free(*stack);
23     free((*stack)->stack);
24     free(*stack);
25     *stack = NULL;
26 }
```

lec09/stack_array.c

Implementace zásobníku polem 3/3

```
28 int stack_push(void *value, stack_t *stack)
29 {
30     int ret = STACK_OK;
31     if (stack->count < MAX_STACK_SIZE) {
32         stack->stack[stack->count++] = value;
33     } else {
34         ret = STACK_MEMFAIL;
35     }
36     return ret;
37 }
```

```
39 void* stack_pop(stack_t *stack)
40 {
41     return stack->count > 0 ? stack->stack[--(stack->count)]: NULL;
42 }
```

```
44 void* stack_peek(const stack_t *stack)
45 {
46     return stack_is_empty(stack) ? NULL : stack->stack[stack->count - 1];
47 }
```

```
49 _Bool stack_is_empty(const stack_t *stack)
50 {
51     return stack->count == 0;
52 }
```

Proč v metodě pop() používáme --(stack->count) a v peek() count - 1?

Zásobník – Příklad použití 1/3

- Položky (hodnoty typu `int`) alokujeme dynamicky.

```
1 int* getRandomInt()
2 {
3     int *r = myMalloc(sizeof(int)); // dynamicky alokovaný int
4     *r = rand() % 256;
5     return r;
6 }
7 stack_t *stack;
8 stack_init(&stack);
9
10 for (int i = 0; i < 15; ++i) {
11     int *pv = getRandomInt();
12     int r = stack_push(pv, stack);
13     printf("Add %2i entry '%3i' to the stack r = %i\n", i, *pv, r);
14     if (r != STACK_OK) {
15         fprintf(stderr, "Error: Stack is full!\n");
16         fprintf(stderr, "Info: Release pv memory and quit pushing\n");
17         free(pv); // Nutné uvolnit alokovanou paměť
18         break;
19     }
20 }
```

- V případě zaplnění zásobníku **nezapomenout uvolnit paměť**.

Zásobník – Příklad použití 2/3

- Po vyjmutí položky a jejím zpracování je nutné uvolnit paměť.

```
22 printf("\nPop the entries from the stack\n");
23 while (!stack_is_empty(stack)) {
24     int *pv = (int*)stack_pop(stack);
25     printf("Popped value is %3i\n", *pv);
26     free(pv);
27 }
28 stack_delete(&stack);
```

lec09/demo-stack_array.c

- Na závěr uvolníme paměť zásobníku funkcí `stack_delete()`.
- Při výchozí kompilaci má zásobník dle `MAX_STACK_SIZE` kapacitu 3.

```
$ clang stack_array.c demo-stack_array.c && ./a.out
Add 0 entry ' 77' to the stack r = 0
Add 1 entry '225' to the stack r = 0
Add 2 entry '178' to the stack r = 0
Add 3 entry ' 83' to the stack r = 1
Error: Stack is full!
Info: Release pv memory and quit pushing

Pop the entries from the stack
Popped value is 178
Popped value is 225
Popped value is 77
```

Implementace zásobníku rozšiřitelným polem 1/3

- V případě naplnění pole vytvoříme nové o „něco“ větší pole, zvětšení je definované hodnotou makra `STACK_RESIZE`.

- Počáteční velikost je definována makrem `INIT_STACK_SIZE`.

```
#ifndef INIT_STACK_SIZE           #ifndef STACK_RESIZE
#define INIT_STACK_SIZE 3         #define STACK_RESIZE 3
#endif                             #endif
```

```
void stack_init(stack_t **stack)
{
    *stack = myMalloc(sizeof(stack_t));
    (*stack)->stack = myMalloc(sizeof(void*)*INIT_STACK_SIZE);
    (*stack)->count = 0;
    (*stack)->size = INIT_STACK_SIZE;
}
```

- Dále pak funkcí `push()`, kterou modifikujeme o realokaci pole `stack->stack`.

Zásobník – Příklad použití 3/3

- Při kompilaci můžeme specifikovat hodnotu makra `MAX_STACK_SIZE`.

```
$ clang -DMAX_STACK_SIZE=5 stack_array.c demo-stack_array.c && ./a.out
Add 0 entry ' 77' to the stack r = 0
Add 1 entry '225' to the stack r = 0
Add 2 entry '178' to the stack r = 0
Add 3 entry ' 83' to the stack r = 0
Add 4 entry '  4' to the stack r = 0
Add 5 entry '143' to the stack r = 1
Error: Stack is full!
Info: Release pv memory and quit pushing

Pop the entries from the stack
Popped value is  4
Popped value is 83
Popped value is 178
Popped value is 225
Popped value is 77
```

lec09/stack_array.h
lec09/stack_array.c
lec09/demo-stack_array.c

- Vyzkoušejte si zakomentovat různá volání `free()` a sledovat chování programu – nástrojem `valgrind!`

Implementace zásobníku rozšiřitelným polem 2/3

- Volání `realloc()` rozšíří alokovanou paměť nebo alokuje novou a obsah původní paměti překopíruje a následně paměť uvolní, nebo alokace selže a `realloc()` vrátí `NULL`.

```
1 int stack_push(void *value, stack_t *stack)
2 {
3     int ret = STACK_OK;
4     if (stack->count == stack->size) { // try to realloc
5         void **tmp = (void**)realloc(
6             stack->stack,
7             sizeof(void*) * (stack->size + STACK_RESIZE)
8         );
9         if (tmp) { // realloc has been successful, stack->stack has been eventually freed
10            stack->stack = tmp; //
11            stack->size += STACK_RESIZE;
12        }
13    }
14    if (stack->count < stack->size) {
15        stack->stack[stack->count++] = value;
16    } else {
17        ret = STACK_MEMFAIL;
18    }
19    return ret;
20 }
```

Viz man realloc
lec09/stack_array-alloc.c

Implementace zásobníku rozšiřitelným polem 3/3

- Použití `stack_array-alloc` je identické jako `stack_array`.
- Soubor `demo-stack_array-alloc.c` pouze vkládá `stack_array-alloc.h` místo `stack_array.h`.

```
$ clang stack_array-alloc.c demo-stack_array-alloc.c && ./a.out
Add 0 entry '77' to the stack r = 0
Add 1 entry '225' to the stack r = 0
Add 2 entry '178' to the stack r = 0
Add 3 entry '83' to the stack r = 0
Add 4 entry '4' to the stack r = 0

Pop the entries from the stack
Popped value is 4
Popped value is 83
Popped value is 178
Popped value is 225
Popped value is 77
```

lec09/stack_array-alloc.h
lec09/stack_array-alloc.c
lec09/demo-stack_array-alloc.c

Implementace zásobníku spojovým seznamem 2/3

- Při vkládání prvku `push()` alokujeme položku spojového seznamu.
- ```
7 int stack_push(void *value, stack_t *stack)
8 {
9 int ret = STACK_OK;
10 stack_entry_t *new_entry = malloc(sizeof(stack_entry_t));
11 if (new_entry) {
12 new_entry->value = value;
13 new_entry->next = stack->head;
14 stack->head = new_entry;
15 } else {
16 ret = STACK_MEMFAIL;
17 }
18 return ret;
19 }
```
- Při vyjmutí prvku funkcí `pop()` paměť uvolňujeme.
- ```
21 void* stack_pop(stack_t *stack)
22 {
23     void *ret = NULL;
24     if (stack->head) {
25         ret = stack->head->value; //retrive the value
26         stack_entry_t *tmp = stack->head;
27         stack->head = stack->head->next;
28         free(tmp); // release stack_entry_t
29     }
30     return ret;
31 }
```
- lec09/stack_linked_list.c

Implementace zásobníku spojovým seznamem 1/3

Viz 8. přednáška.

- Zásobník také můžeme implementovat spojovým seznamem.
- Definujeme strukturu `stack_entry_t` pro položku seznamu.

```
1 typedef struct entry {
2     void *value; //ukazatel na hodnotu vloženého prvku
3     struct entry *next;
4 } stack_entry_t;
```

- Struktura zásobníku `stack_t` obsahuje pouze ukazatel na `head`.

```
6 typedef struct {
7     stack_entry_t *head;
8 } stack_t;
```

- Inicializace pouze alokuje strukturu `stack_t`.

```
1 void stack_init(stack_t **stack)
2 {
3     *stack = myMalloc(sizeof(stack_t));
4     (*stack)->head = NULL;
5 }
```

Implementace zásobníku spojovým seznamem 3/3

- Implementace `stack_is_empty()` a `stack_peek()` je triviální.

```
33 _Bool stack_is_empty(const stack_t *stack)
34 {
35     return stack->head == 0;
36 }

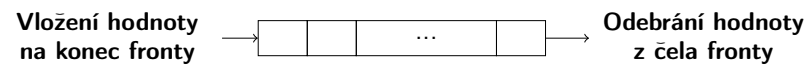
38 void* stack_peek(const stack_t *stack)
39 {
40     return stack_is_empty(stack) ? NULL : stack->head->value;
41 }
```

lec09/stack_linked_list.c

- Použití je identické jako v obou předchozích případech. lec09/demo-stack_linked_list.c
- Výhoda spojového seznamu proti implementaci `stack_array` je v „neomezené“ kapacitě zásobníku. *Omezení pouze do výše volné paměti.*
- Výhoda spojového seznamu proti `stack_array-alloc` je v automatickém uvolnění paměti při odebrání prvků ze zásobníku.
- Nevýhodou spojového seznamu je větší paměťová režie (položka `next`).

Příklad ADT – Fronta

- **Fronta** je dynamická datová struktura, kde se odebírají prvky v tom pořadí, v jakém byly vloženy.
- Jedná se o strukturu typu **FIFO** (First In, First Out).



- Implementace
 - Pole – *Pamatujeme si pozici začátku a konce fronty v poli.*
 - Pozice cyklicky rotují (modulo velikost pole). Kruhová fronta.
 - Spojovým seznamem — *Pamatujeme si ukazatel na začátek a konec fronty.*
 - Můžeme implementovat tak, že přidáváme na začátek (**head**) a odebíráme z konce. *push() a popEnd() z 8. přednášky*
 - Nebo přidáváme na konec a odebíráme ze začátku (**head**). *pushEnd() a pop() z 8. přednášky.*
 - Z hlediska vnějšího (ADT) chování fronty na vnitřní implementaci nezáleží.

ADT – Příklad implementace fronty

- Implementace fronty pole a spojovým seznamem.
 - Využijeme shodné rozhraní a jméno typu `queue_t` definované v samostatných modulech.
 - `lec09/queue_array.h`, `lec09/queue_array.c`
 - `lec09/queue_linked_list.h`, `lec09/queue_linked_list.c`
- Implementace vychází ze zásobníku, liší se zejména ve funkci `pop()` a `peek()` spolu s udržováním prvního a posledního prvku.*

```
typedef struct {
    ...
} queue_t;

void queue_delete(queue_t **queue);
void queue_free(queue_t *queue);
void queue_init(queue_t **queue);

int queue_push(void *value, queue_t *queue);
void* queue_pop(queue_t *queue);
_Bool queue_is_empty(const queue_t *queue);
void* queue_peek(const queue_t *queue);
```

ADT – Operace nad frontou

- Základní operace nad frontou jsou vlastně identické jako pro zásobník:
 - **push()** – vložení prvku na konec fronty;
 - **pop()** – vyjmutí prvku z čela fronty;
 - **isEmpty()** – test na prázdnost fronty .
- Další operace mohou být
 - **peek()** – čtení hodnoty z čela fronty;
 - **size()** – vrátí aktuální počet prvků ve frontě.
- Hlavní rozdíl je v operacích `pop()` a `peek()`, které vracejí nejdříve vložený prvek do fronty.

Na rozdíl od zásobníku, u kterého je to poslední vložený prvek.

Příklad implementace fronty polem 1/2

- Téměř identická implementace s implementací `stack_array`.
- Zásadní změna ve funkci `queue_push()`.

```
int queue_push(void *value, queue_t *queue)
{
    int ret = QUEUE_OK;
    if (queue->count < MAX_QUEUE_SIZE) {
        queue->queue[queue->end] = value;
        queue->end = (queue->end + 1) % MAX_QUEUE_SIZE;
        queue->count += 1;
    } else {
        ret = QUEUE_MEMFAIL;
    }
    return ret;
}
```

Ukládáme na konec (proměnná `end`), která odkazuje na další volné místo (pokud `count < MAX_QUEUE_SIZE`).

end vždy v rozsahu $0 \leq end < MAX_QUEUE_SIZE$.

- Dále implementujeme `queue_pop()` a `queue_peek()`. `lec09/queue_array.c`

Příklad implementace fronty polem 2/2

- Funkce `queue_pop()` vrací hodnotu na pozici `start` tak jako metoda `queue_peek()`.

```
void* queue_pop(queue_t *queue)
{
    void* ret = NULL;
    if (queue->count > 0) {
        ret = queue->queue[queue->start];
        queue->start = (queue->start + 1) % MAX_QUEUE_SIZE;
        queue->count -= 1;
    }
    return ret;
}

void* queue_peek(const queue_t *queue)
{
    return queue_is_empty(queue)
        ? NULL : queue->queue[queue->start];
}

```

lec09/queue_array.c

- Příklad použití viz `lec09/demo-queue_array.c`.

Implementace fronty spojovým seznamem 2/3

- `push()` vkládá prvky na konec seznamu `end`.

```
8 int queue_push(void *value, queue_t *queue)
9 {
10     int ret = QUEUE_OK;
11     queue_entry_t *new_entry = malloc(sizeof(queue_entry_t));
12     if (new_entry) { // fill the new_entry
13         new_entry->value = value;
14         new_entry->next = NULL;
15         if (queue->end) { // if queue has end
16             queue->end->next = new_entry; // link new_entry
17         } else { // queue is empty
18             queue->head = new_entry; // update head as well
19         }
20         queue->end = new_entry; // set new_entry as end
21     } else {
22         ret = QUEUE_MEMFAIL;
23     }
24     return ret;
25 }

```

lec09/queue_linked_list.c

Příklad implementace fronty spojovým seznamem 1/3

- Spojový seznam s udržováním začátku `head` a konce `end` seznamu. Viz `lec08/linked_list.c`
- Strategie vkládání a odebírání prvků.
 - Vložení prvku do fronty `queue_push()` dáme prvek na konec seznamu `end`.
Aktualizujeme pouze `end→next` s konstantní složitostí $O(1)$.
 - Odebrání prvku z fronty `queue_pop()` vezmeme prvek z počátku seznamu `head`.
Aktualizujeme pouze `head→next` opět s konstantní složitostí $O(1)$.
 - Nemusíme lineárně procházet seznam a aktualizovat `end` při odebrání prvku z fronty.

```
1 typedef struct entry {
2     void *value;
3     struct entry *next;
4 } queue_entry_t;

6 typedef struct {
7     queue_entry_t *head;
8     queue_entry_t *end;
9 } queue_t;

1 void queue_init(queue_t **queue)
2 {
3     *queue = myMalloc(sizeof(queue_t));
4     (*queue)->head = NULL;
5     (*queue)->end = NULL;
6 }

```

lec09/queue_linked_list.h
lec09/queue_linked_list.c

Implementace fronty spojovým seznamem 3/3

- `pop()` odebírá prvky ze začátku seznamu `head`.

```
27 void* queue_pop(queue_t *queue)
28 {
29     void *ret = NULL;
30     if (queue->head) { // having at least one entry
31         ret = queue->head->value; //retrive the value
32         queue_entry_t *tmp = queue->head;
33         queue->head = queue->head->next;
34         free(tmp); // release queue_entry_t
35         if (queue->head == NULL) { // update end if last
36             queue->end = NULL; // entry has been
37         } // popped
38     }
39     return ret;
40 }

■ Implementace isEmpty() a peek() je přímočará.

42 _Bool queue_is_empty(const queue_t *queue) {
43     return queue->head == 0;
44 }

45 void* queue_peek(const queue_t *queue) {
46     return queue_is_empty(queue) ? NULL : queue->head->value;
47 }

```

lec09/queue_linked_list.c

ADT – Fronta spojovým seznamem – příklad použití

```

1 for (int i = 0; i < 3; ++i) {
2     int *pv = getRandomInt();
3     int r = queue_push(pv, queue);
4     printf("Add %2i entry '%3i' to the queue r = %i\n", i, *pv, r);
5     if (r != QUEUE_OK) { free(pv); break; } // release allocated pv
6 }
7 printf("\nPop the entries from the queue\n");
8 while (!queue_is_empty(queue)) {
9     int *pv = (int*)queue_pop(queue);
10    printf("Popped value is %3i\n", *pv);
11    free(pv);
12 }
13 queue_delete(&queue);
    
```

■ Příklad výstupu

```

clang queue_linked_list.c demo-queue_linked_list.c && ./a.out
Add 0 entry ' 77' to the queue r = 0
Add 1 entry '225' to the queue r = 0
Add 2 entry '178' to the queue r = 0
    
```

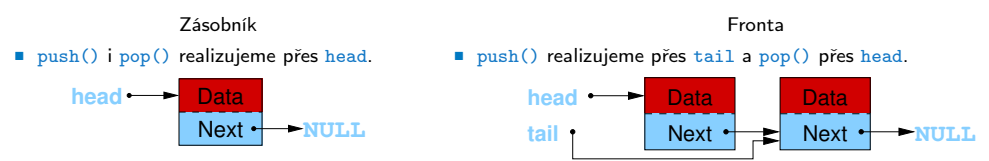
Prioritní fronta

- Fronta
 - První vložený prvek je první odebraný prvek.
- Prioritní fronta
 - Některé prvky jsou při vyjmutí z fronty preferovány.
 - Některé vložené objekty je potřeba obsloužit naléhavěji, např. fronta pacientů u lékaře.*
 - Operace **pop()** odebírá z fronty prvek s nejvyšší prioritou.
 - Vrchol fronty je prvek s nejvyšší prioritou.*
 - Alternativně též prvek s nejnižší hodnotou.*
- Rozhraní prioritní fronty může být identické jako u běžné fronty, avšak specifikace upřesňuje chování dílčích metod.

FIFO

ADT – zásobník a fronta

- Obě datové struktury mají stejné rozhraní, např. **push()**, **pop()**, **isEmpty()**.
- Zásobník vs. fronta se liší chováním, tj. jaký prvek vrací při vyjmutí.
- Obě struktury můžeme implementovat polem nebo spojovým seznamem.
- Implementace polem (definované kapacity)
 - Zásobník inkrementujeme/dekrementujeme pouze index na volný prvek v poli.
 - Frontu implementujeme kruhovou frontou v poli, indexy na první a poslední prvek pouze inkrementujeme modulo kapacita pole.
- Postačí jednosměrný spojový seznam, implementace se liší kam přidáváme nové prvky.
 - Přidávání je snadné před první prvek (**head**) nebo za poslední prvek.
 - Odebrání je snadné pro první prvek (**head**).



- **push()** i **pop()** realizujeme přes **head**.
- **push()** realizujeme přes **tail** a **pop()** přes **head**.

Prioritní fronta – specifikace rozhraní

- Prioritní frontu můžeme implementovat různě složitě a také s různými výpočetními nároky, např.
 - Polem nebo spojovým seznamem s modifikací funkcí **push()** nebo **pop()** a **peek()**.
 - Například tak, že ve funkci **pop()** a **peek()** projdeme všechny dosud vložené prvky a najdeme prvek nejprioritnější.
 - S využitím pokročilé datové struktury pro efektivní vyhledání prioritního prvku (halda).
- Prioritní prvek může být ten s nejmenší hodnotou.
 - Metody **pop()** a **peek()** vrací nejmenší prvek dosud vložený do fronty.
 - Hodnoty prvků potřebujeme porovnávat, proto potřebujeme funkci pro porovnávání prvků.
 - Obecně můžeme realizovat například ukazatelem na funkci.*

Prioritní fronta spojovým seznamem nebo polem a výpočetní náročnost

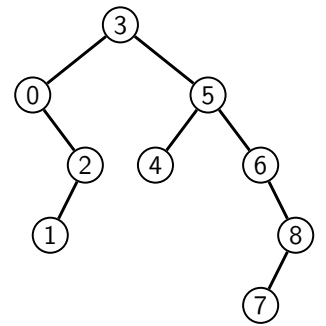
- V naivní implementaci prioritní fronty můžeme zohlednění priority „odložit“ až do doby, kdy potřebujeme odebrat prvek z fronty. *Použijeme „lazy“ (odložený) výpočet.*
- Při odebrání (nebo vrácení) nejmenšího prvku v nejnepříznivějším případě musíme projít všechny položky.
- To může být **výpočetně náročné** a raději bychom chtěli „udržovat“ prvek připravený.
 - Můžeme to například udělat zavedením položky **head**, ve které bude aktuálně nejnížší (nejvyšší) vložený prvek do fronty.
 - Prvek **head** aktualizujeme v metodě **push()** porovnáním hodnoty aktuálně vkládaného prvku.
 - Tím zefektivníme operaci **peek()**.
 - V případě odebrání prvku, však musíme frontu znovu projít a najít nový prvek.

Nebo můžeme použít sofistikovanější datovou strukturu, která nám umožní efektivně udržovat hodnotu nejmenšího prvku a to jak při operaci vložení **push()** tak při operaci vyjmutí **pop()** prvku z prioritní fronty.

Binární vyhledávací strom vs halda

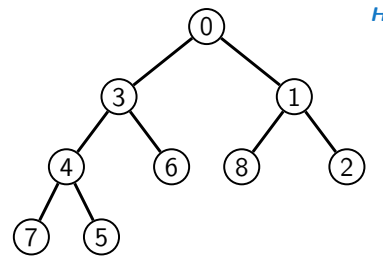
Binární vyhledávací strom

- Může obsahovat prázdná místa.
- Hloubka stromu se může měnit. *Zajistit vyvážený strom je implementačně náročnější než implementace haldy.*



Halda

- Binární plný strom *Hloubka stromu vždy $\lfloor \log_2(n) \rfloor$.*
- Kořen stromu je vždy prvek s nejnížší (nejvyšší) hodnotou.
- Každý podstrom splňuje vlastnost haldy. *Heap property*



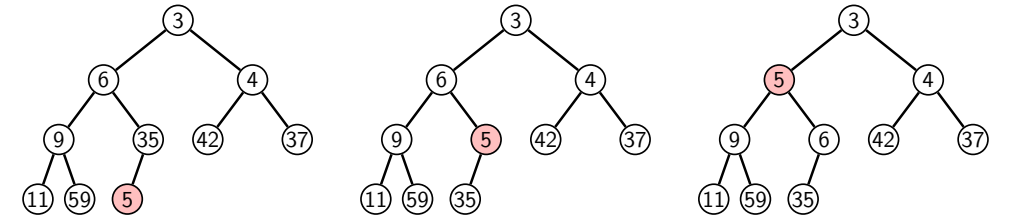
Halda

- Halda je dynamická datová struktura, která má „tvar“ binárního stromu a uspořádání prioritní fronty.
- Každý prvek haldy obsahuje hodnotu a dva potomky, podobně jako binární strom.
- **Vlastnosti haldy** – „Heap property“.
 - **Hodnota každého prvku je menší než hodnota libovolného potomka.**
 - Každá úroveň binárního stromu haldy je plná, kromě poslední úrovně, která je zaplněna zleva doprava. **Binární plný strom**
 - Prvky mohou být odebrány pouze přes kořenové uzel.
- **Vlastnost haldy zajišťuje, že kořen je vždy prvek s nejnížším/nejvyšším ohodnocením.**

V případě binárního plného stromu je složitost procházení úměrná hloubce stromu, která je pro n prvků úměrná $\log_2(n)$. Složitost operací **push()**, **pop()**, **peek()** tak můžeme očekávat nikoliv $O(n)$ (jako v případě předchozí implementace prioritní fronty polem a spojovým seznamem), ale $O(\log n)$ a pro **peek()** dokonce $O(1)$.

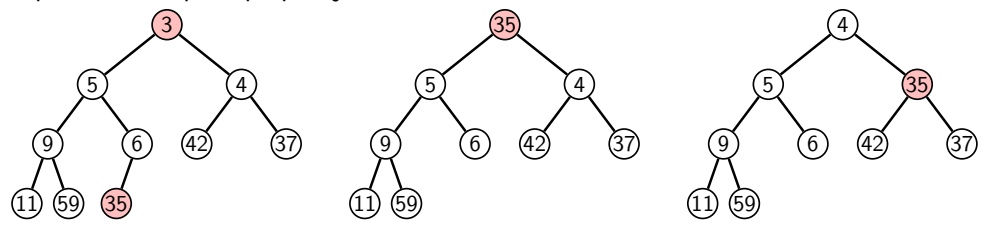
Halda – přidání prvku **push()**

1. Po každém provedení operace **push()** musí být splněny vlastnosti haldy.
2. Prvek přidáme na konec haldy, tj. na první volnou pozici (vlevo) na nejnížší úrovni haldy.
3. Zkontrolujeme, zdali je splněna podmínka haldy, pokud ne, zaměníme prvek s nadřazeným prvkem (předkem). *V nejnepříznivějším případě prvek „probublá“ až do kořene stromu.*



Halda – odebrání prvku pop()

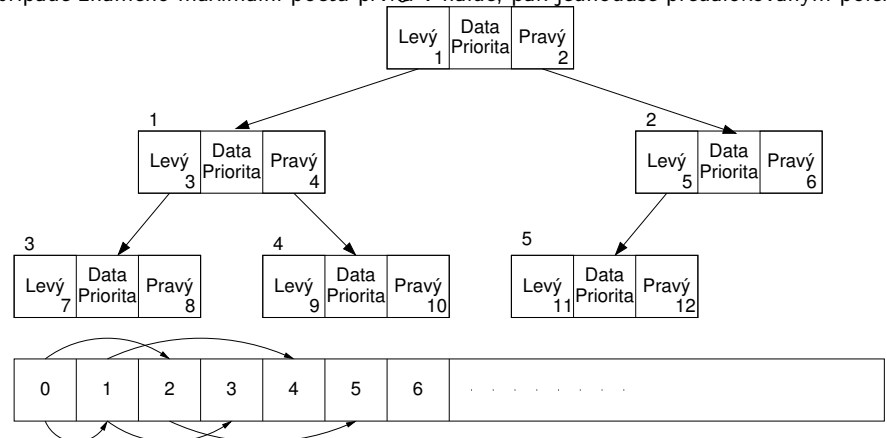
- Při operaci **pop()** odebereme kořen stromu.
- Prázdné místo nahradíme nejpravějším listem.
- Zkontrolujeme, zdali je splněna podmínka haldy, pokud ne, zaměníme prvek s potomkem a postup opakujeme. *V nejneprůzračnějším případě prvek „probublá“ až do listu stromu.*



- Jak zjistit nejpravější list?
 - V případě implementace spojovou strukturou (nelineární) můžeme explicitně udržovat odkaz.
 - **Binární plný strom můžeme efektivně reprezentovat polem** – pak nejpravější list je poslední prvek v poli.

Reprezentace binárního stromu polem

- Binární plný strom můžeme reprezentovat lineární strukturou.
- V případě známého maximální počtu prvků v haldě, pak jednoduše předalokovaným polem.



Prioritní fronta haldou

- Prvky ukládáme do haldy a při každém vložení / odebrání zajišťujeme, aby platily vlastnosti **haldy**.
- Operace **peek()** má konstantní složitost a nezáleží na počtu prvků ve frontě, nejvyšší prvek je vždy kořen.

Asymptotická složitost v notaci velké O je O(1).

- Operace **push()** a **pop()** udržují vlastnost haldy záměnou prvků až do hloubky stromu.

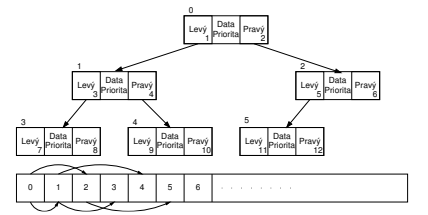
Pro binární plný strom je hloubka stromu $\log_2(n)$, kde n je aktuální počet prvků ve stromu, odtud složitost operace $O(\log(n))$.

Halda jako binární plný strom reprezentovaný polem

- Pro definovaný maximální počet prvků v haldě si předalokujeme pole o daném počtu prvků.
- Binární **plný strom** má všechny vrcholy na úrovni rovné hloubce stromu co nejvíce vlevo.
- Kořen stromu je první prvek s indexem 0, následníky prvku na pozici i lze v poli určit jako prvky s indexy:

- levý následník: $i_{levý} = 2i + 1$;
- pravý následník: $i_{pravý} = 2i + 2$.

Podobně lze odvodit vztah pro předchůdce.



- Kořen stromu reprezentuje **nejprioritnější** prvek.

Např. s nejmenší hodnotu nebo maximální prioritou.

Operace vkládání a odebírání prvků

- I v případě reprezentace polem pracují operace vkládání a odebírání identicky.
 - Funkce `push()` přidá prvek jako další prvek v poli a následně propaguje prvek směrem nahoru až je splněna vlastnost haldy.
 - Při odebrání prvku funkcí `pop()` je poslední prvek v poli umístěn na začátek pole (kořen stromu) a propagován směrem dolů až je splněna vlastnost haldy.
- Dochází pouze k vzájemnému zaměňování hodnot na pozicích v poli (haldě).

Z indexu prvku v poli vždy můžeme určit jak levého a pravého následníka, tak i předcházející prvek (rodič) v pohledu na haldu jako binární strom.
- Hlavní výhodou reprezentace polem je přístup do předem alokovaného bloku paměti.

Všechny prvky můžeme jednoduše projít v jedné smyčce, například při výpisu.
- Ověření zdali implementace operací `push()` a `pop()` zachovává podmínku haldy můžeme realizovat ověřující funkcí `is_heap()`.

Příklad implementace push()

- Prvek přidáme na konec pole a iterativně kontrolujeme, zdali je splněna vlastnost haldy. Pokud ne, prvek zaměníme s předchůdcem.
- ```

81 #define GET_PARENT(i) ((i-1) >> 1) // parent is (i-1)/2
82
83 _Bool pq_push(pq_heap_s *pq, int label, int cost)
84 {
85 _Bool ret = false;
86 if (pq && pq->len < pq->size && label >= 0 && label < pq->size) {
87 pq->cost[pq->len] = cost; //add the cost to the next free slot
88 pq->label[pq->len] = label; //add label of new entry
89 int cur = pq->len; // index of the entry added to the heap
90 int parent = GET_PARENT(cur);
91 while (cur >= 1 && pq->cost[parent] > pq->cost[cur]) {
92 pq_swap(pq, parent, cur); // swap parent<->cur
93 cur = parent;
94 parent = GET_PARENT(cur);
95 }
96 pq->len += 1;
97 ret = true;
98 }
99 // assert(pq_is_heap(pq, 0)); // testing the implementation
100 return ret;
101 }

```

# Příklad implementace pq\_is\_heap()

- Pro každý prvek haldy musí platit, že jeho hodnota je menší než levý i pravý následník.

```

18 typedef struct {
19 int size; // the maximal number of entries
20 int len; // the current number of entries
21 int *cost; // array with costs - lowest cost is highest priority
22 int *label; // array with labels (each label has cost/priority)
23 } pq_heap_s;
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161 _Bool pq_is_heap(pq_heap_s *pq, int n)
162 {
163 _Bool ret = true;
164 int l = 2 * n + 1; // left successor
165 int r = l + 1; // right successor
166 if (l < pq->len) {
167 ret = (pq->cost[l] < pq->cost[n]) ? false : pq_is_heap(pq, l);
168 }
169 if (r < pq->len) {
170 ret = ret // if ret is false, further expression is not evaluated
171 &&
172 (pq->cost[r] < pq->cost[n]) ? false : pq_is_heap(pq, r);
173 }
174 return ret;
175 }

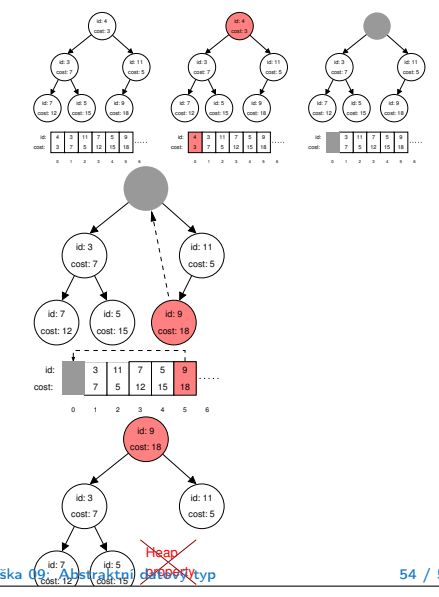
```

# Příklad volání pop()

- Halda je reprezentovaná binárním polem.
- Nejmenší prvek je kořenem stromu.
- Voláním `pop()` odebíráme kořen stromu.
- Na jeho místo umístíme poslední prvek.
- Strom však nesplňuje podmínku haldy.
- Proto provedeme záměnu s následníky.
 

V tomto případě volíme pravého následníka, neboť jeho hodnota je nižší než hodnota levého následníka.
- A strom opět splňuje vlastnost haldy.
- Záměny provádíme v poli a využíváme vlastnosti plného binárního stromu.
 

Levý potomek prvku haldy na pozici  $i$  je  $2i+1$ , pravý potomek je na pozici  $2i+2$ .



## Shrnutí přednášky

## Část III Appendix

## Diskutovaná témata

- Abstraktní datový typ
- ADT typu zásobník (stack)
- ADT typu fronta (queue)
- Příklady implementací zásobníku a fronty
  - polem
  - rozšířitelným polem
  - a spojovým seznamem
- Příklady rozhraní a implementace ADT s prvky ukazatel a řešení uvolňování paměti
- Prioritní fronta.

## Prioritní fronta polem – rozhraní

- V případě implementace prioritní fronty polem můžeme využít jedno pole pro hodnoty a druhé pole pro uložení priority daného prvku.

*Implementace vychází z lec09/queue/queue\_array.h a lec09/queue/queue\_array.c*

```
typedef struct {
 void **queue; // Pole ukazatelů na jednotlivé prvky
 int *priorities; // Pole hodnot priorit jednotlivých prvků
 int count; // Uvažujeme pouze MAX_INT prvků, zpravidla 2147483647
 int head;
 int tail;
} queue_t;
```

- Další rozhraní (jména a argumenty funkcí) mohou zůstat identické jako u implementace spojovým seznamem.

```
void queue_init(queue_t **queue);
void queue_delete(queue_t **queue);
void queue_free(queue_t *queue);
_Bool queue_is_empty(const queue_t *queue);

int queue_push(void *value, int priority,
 queue_t *queue);
void* queue_pop(queue_t *queue);
void* queue_peek(const queue_t *queue);
```

## Prioritní fronta polem 1/3 – push()

- Funkce `push()` je až na uložení priority identická s verzí bez priorit.

```

46 int queue_push(void *value, int priority, queue_t *queue)
47 {
48 int ret = QUEUE_OK; // by default we assume push will be OK
49 if (queue->count < MAX_QUEUE_SIZE) {
50 queue->queue[queue->tail] = value;
51 queue->priorities[queue->tail] = priority; // store priority of the new value entry
52 queue->tail = (queue->tail + 1) % MAX_QUEUE_SIZE;
53 queue->count += 1;
54 } else {
55 ret = QUEUE_MEMFAIL;
56 }
57 return ret;
58 }

```

lec09/priority\_queue-array/priority\_queue-array.c

- Funkce `peek()` a `pop()` potřebují prvek s nejnižší (nejvyšší) prioritou.
  - Nalezení prvku z „čela“ fronty realizujeme funkcí `getEntry()`, kterou následně využijeme jak v `peek()`, tak v `pop()`.

## Prioritní fronta polem 2/3 – getEntry()

- Nalezení nejmenšího (největšího) prvku provedeme lineárním prohledáním aktuálních prvků uložených ve frontě (poli).

```

61 static int getEntry(const queue_t *const queue)
62 {
63 int ret = -1; // return -1 if queue is empty.
64 if (queue->count > 0) {
65 for (int cur = queue->head, i = 0; i < queue->count; ++i) {
66 if (
67 ret == -1 ||
68 (queue->priorities[ret] > queue->priorities[cur])
69) {
70 ret = cur;
71 }
72 cur = (cur + 1) % MAX_QUEUE_SIZE;
73 }
74 }
75 return ret;
76 }

```

lec09/priority\_queue-array/priority\_queue-array.c

## Prioritní fronta polem 3/3 – peek() a pop()

- Funkce `peek()` využívá lokální (static) funkce `getEntry()`.

```

101 void* queue_peek(const queue_t *queue)
102 {
103 return queue_is_empty(queue) ? NULL : queue->queue[getEntry(queue)];
104 }

```

- Ve funkci `pop()` zaplníme položku vyjmutého prvku prvkem ze startu.

```

77 void* queue_pop(queue_t *queue) Tím zajistíme, že prvky tvoří souvislý blok v rámci kruhové fronty.
78 {
79 void *ret = NULL;
80 int bestEntry = getEntry(queue);
81 if (bestEntry >= 0) { // entry has been found
82 ret = queue->queue[bestEntry];
83 if (bestEntry != queue->head) { //replace the bestEntry by head
84 queue->queue[bestEntry] = queue->queue[queue->head];
85 queue->priorities[bestEntry] = queue->priorities[queue->head];
86 }
87 queue->head = (queue->head + 1) % MAX_QUEUE_SIZE;
88 queue->count -= 1;
89 }
90 return ret;
91 }

```

## Prioritní fronta polem – příklad použití

- Použití je identické s implementací spojovým seznamem.

```

$ make && ./demo-priority_queue-array
ccache clang -c priority_queue-array.c -O2 -o priority_queue-array.o
ccache clang priority_queue-array.o demo-priority_queue-array.o -o demo-priority_queue-array
Add 0 entry '2nd' with priority '2' to the queue
Add 1 entry '4th' with priority '4' to the queue
Add 2 entry '1st' with priority '1' to the queue
Add 3 entry '5th' with priority '5' to the queue
Add 4 entry '3rd' with priority '3' to the queue

Pop the entries from the queue
1st
2nd
3rd
4th
5th

```

lec09/priority\_queue-array/priority\_queue-array.h  
lec09/priority\_queue-array/priority\_queue-array.c  
lec09/priority\_queue-array/demo-priority\_queue-array.c

## Prioritní fronta – příklad rozhraní

- V implementaci spojového seznamu upravíme funkce `peek()` a `pop()`.

Využijeme přímo kód `lec09/queue/queue_linked_list.h` a `lec09/queue/queue_linked_list.c`.

- Prvek fronty `queue_entry_t` rozšíříme o položku určující prioritu.

Alternativně můžeme specifikovat funkce porovnání datových položek.

- Rozhraní funkcí je identické frontě až na specifikaci priority při vložení prvku do fronty.

```

1 typedef struct entry {
2 void *value;
3
4 // Nová položka
5 int priority;
6
7 struct entry *next;
8 } queue_entry_t;
9
10
11 typedef struct {
12 queue_entry_t *head;
13 queue_entry_t *end;
14 } queue_t;
15
16 void queue_init(queue_t **queue);
17 void queue_delete(queue_t **queue);
18 void queue_free(queue_t *queue);
19
20 int queue_push(void *value, int priority, queue_t *
 queue);
21
22 void* queue_pop(queue_t *queue);
23 _Bool queue_is_empty(const queue_t *queue);
24 void* queue_peek(const queue_t *queue);
25
26 lec09/priority_queue-linked_list/priority_queue.h

```

## Prioritní fronta spojovým seznamem 1/4

- Ve funkci `push()` přidáme pouze nastavení priority.

```

int queue_push(void *value, int priority, queue_t *queue)
{
 ...
 if (new_entry) { // fill the new_entry
 new_entry->value = value;
 new_entry->priority = priority;
 }
 ...
}

```

`lec09/priority_queue-linked_list/priority_queue.c`

## Prioritní fronta spojovým seznamem 2/4

- `peek()` lineárně prochází seznam a vybere prvek s nejnižší prioritou.

```

38 void* queue_peek(const queue_t *queue)
39 {
40 void *ret = NULL;
41 if (queue && queue->head) {
42 ret = queue->head->value;
43 int lowestPriority = queue->head->priority;
44 queue_entry_t *cur = queue->head->next;
45 while (cur != NULL) {
46 if (lowestPriority > cur->priority) {
47 lowestPriority = cur->priority;
48 ret = cur->value;
49 }
50 cur = cur->next;
51 }
52 }
53 return ret;
54 }

```

`lec09/priority_queue-linked_list/priority_queue.c`

## Prioritní fronta spojovým seznamem 3/4

- Podobně `pop()` lineárně prochází seznam a vybere prvek s nejnižší prioritou, je však nutné zajistit propojení seznamu po vyjmutí prvku.

```

59 void* queue_pop(queue_t *queue)
60 {
61 void *ret = NULL;
62 if (queue->head) { // having at least one entry
63 queue_entry_t* cur = queue->head->next;
64 queue_entry_t* prev = queue->head;
65 queue_entry_t* best = queue->head;
66 queue_entry_t* bestPrev = NULL;
67 while (cur) {
68 if (cur->priority < best->priority) {
69 best = cur; // update the entry with
70 bestPrev = prev; // the lowest priority
71 }
72 prev = cur;
73 cur = cur->next;
74 }
75 ...

```

`lec09/priority_queue-linked_list/priority_queue.c`

- Proto si při procházení pamatujeme předchozí prvek `bestPrev`.

## Prioritní fronta spojovým seznamem 4/4

- Po nalezení nejmenšího (největšího) prvku a jeho vyjmutí seznamem propojíme.

```
void* queue_pop(queue_t *queue)
{
 ...
 while (cur) { ... } // Finding the best entry

 if (bestPrev) { // linked the list after
 bestPrev->next = best->next; // best removal
 } else { // best is the head
 queue->head = queue->head->next;
 }
 ret = best->value; //retrive the value
 if (queue->end == best) { //update the list end
 queue->end = bestPrev;
 }
 free(best); // release queue_entry_t
 if (queue->head == NULL) { // update end if last
 queue->end = NULL; // entry has been
 } // popped
}
return ret;
lec09/priority_queue-linked_list/priority_queue.c
```

## Prioritní fronta spojovým seznamem – příklad použití 2/2

- Hodnoty jsou neuspořádané a očekáváme jejich uspořádaný výpis při vyjmutí funkcí `pop()`.

```
17 char *values[] = { "2nd", "4th", "1st", "5th", "3rd" };
18 int priorities[] = { 2, 4, 1, 5, 3 };
19 ...
20 while (!queue_is_empty(queue)) {
21 // Do not call free(pv);
```

- V tomto případě nevoláme `free()` neboť vložené textové řetězce jsou textovými literály!

*Narozdíl od příkladu lec09/demo-queue\_linked\_list.c!*

- Příklad výstupu (v tomto případě preferujeme nižší hodnoty):

```
$ make && ./demo-priority_queue
Add 0 entry '2nd' with priority '2' to the queue
Add 1 entry '4th' with priority '4' to the queue
Add 2 entry '1st' with priority '1' to the queue
Add 3 entry '5th' with priority '5' to the queue
Add 4 entry '3rd' with priority '3' to the queue

Pop the entries from the queue
1st
2nd
3rd
4th
5th
lec09/priority_queue-linked_list/priority_queue.h
lec09/priority_queue-linked_list/priority_queue.c
lec09/priority_queue-linked_list/demo-priority_queue.c
```

## Prioritní fronta spojovým seznamem – příklad použití 1/2

- Inicializaci fronty provedeme polem textových řetězců a priorit.

```
14 queue_t *queue;
15 queue_init(&queue);
16 char *values[] = { "2nd", "4th", "1st", "5th", "3rd" };
17 int priorities[] = { 2, 4, 1, 5, 3 };
18 const int n = sizeof(priorities) / sizeof(int);
19 for (int i = 0; i < n; ++i) {
20 int r = queue_push(values[i], priorities[i], queue);
21 printf("Add %2i entry '%s' with priority '%i' to the queue\n", i, values[i], priorities[i]);
22 if (r != QUEUE_OK) {
23 fprintf(stderr, "Error: Queue is full!\n");
24 break;
25 }
26 }
27 printf("\nPop the entries from the queue\n");
28 while (!queue_is_empty(queue)) {
29 char* pv = (char*)queue_pop(queue);
30 printf("%s\n", pv);
31 // Do not call free(pv); We pushed text literals into the queue.
32 }
33 queue_delete(&queue);
lec09/priority_queue-linked_list/demo-priority_queue.c
```