
PAL: 8. cvičení

18. 11. 2021

Př. 6/4: Grayův kód

Předpokládejme, že každý prvek Grayova kódu G_n , jímž je n -tice nul a jedniček, bude uložen v poli znaků o délce n . Napište pseudokód rekurzivní funkce, která pro dané n vygeneruje a vypíše celý Grayův kód G_n .

Konečné automaty, nedeterminizmus. Regulární výrazy

Př. 7/2: automaty

Nakreslete stavový diagram automatu přijímajícího právě všechna slova nad abecedou $\{0, 1\}$, která

- a) obsahují podposloupnost 1010 alespoň jednou,
- b) neobsahují podposloupnost 1010,
- c) obsahují podposloupnost 1010 právě jednou,
- d) obsahují podposloupnost 1010 nejvýše dvakrát.

Př. 7/3: regulární výrazy

Napište regulární výraz pro jazyk nad abecedou $\{0, 1\}$

- a) jehož slova obsahují pouze nuly
- b) jehož každé slovo obsahuje právě jedinou jedničku
- c) jehož každé slovo obsahuje alespoň jednu jedničku
- d) jehož každé slovo obsahuje alespoň dvě jedničky
- e) jehož slova obsahují sudý počet jedniček
- f) jehož slova obsahují lichý počet jedniček

Př. 7/4: nedeterministický automat: nuly a jedničky

Navrhněte NKA nad abecedou $\{0, 1, 2\}$, který v textu vyhledá všechny řetězce obsahující tři nuly a dvě jedničky.

Př. 7/5*: nedeterministický automat: abcd

Navrhněte NKA nad abecedou $\{a, b, c, d\}$, který v textu vyhledá všechny řetězce ve tvaru $\#ba\#\#b\#$, kde symbol $\#$ představuje právě jeden libovolný znak z množiny $\{a, b, d\}$. Automat musí být schopen zpracovat celý text libovolné délky, tj. octnout se v koncovém stavu po přečtení posledního znaku každého výskytu hledaného řetězce.

Př. 7/6: automat z regulárního výrazu

Sestavte automat, který v textu nad abecedou $\{a, b, c\}$ vyhledává všechna slova popsaná regulárním výrazem $(ac^* + bb)^* a$.

Př. 7/7*: uspořádaná slova

Mějme abecedu $A = \{a, b, c, \dots, z\}$. Pořadové číslo znaku a bude 1, pořadové číslo znaku b bude 2, atd., až pořadové číslo znaku z bude 26. Slovo nad A nazveme uspořádané, pokud pro každý jeho znak platí, že všechny znaky za ním ve slově následující mají vyšší pořadové číslo než tento znak. Sestavte NKA, který vyhledá v textu nad abecedou A všechna uspořádaná slova.

Př. 7/8: řetězce se stejným počtem znaků

Sestavte NKA nad abecedou $\{0, 1, 2\}$, který v textu vyhledá všechny řetězce obsahující stejný počet znaků 0, 1 i 2.

Př. 7/10*: rotovaný jazyk

Operace ROT zvolí některý znak x v řetězci a nahradí ho znakem v abecedě bezprostředně následujícím za x . Pokud x je poslední znak v abecedě, nahradí ho znakem prvním v abecedě. Sestavte NKA, který v textu vyhledá všechny podřetězce, které lze z daného vzorku $aabcb$ získat pomocí nejvýše dvou operací ROT. Abeceda je $\{a, b, c\}$.

Př. 7/11: regulární soupeři

Rozhodněte, zda regulární výrazy $(01 + 0) * 0$ a $0(10 + 0)^*$ popisují stejný regulární jazyk.

Operace nad jazyky. Přibližné
vyhledávání v textu pomocí
konečných automatů

Př. 8/0: skládání automatů

Ze dvou NKA A_1 a A_2 přijímajících jazyky L_1 resp. L_2 vytvořte dva NKA, které budou přijímat jazyk $L_1 \cup L_2$ resp. $L_1 \cap L_2$. (*Doporučení: Stavů A_1 si označte písmeny, stavy A_2 čísly, aby bylo skládání přehledné.*)

a) $L_1 = \{0\}, L_2 = \{1\},$

b) $L_1 = \{(00)^*\}, L_2 = \{(000)^*\}.$

Př. 8/1: skládání automatů 2

Nad abecedou $\{0, 1\}$, jsou dány dva jazyky L_1 a L_2 . Slova L_1 jsou popsána výrazem $0 * 1 * 0 * 1 * 0^*$, slova L_2 jsou popsána výrazem $(01 + 10)^*$.

Sestrojte konečné automaty rozpoznávající jazyk:

- a) $L_1 \cup L_2$,
- b) $L_1 \cap L_2$.

Př. 8/2: konečný průnik

Automat A_1 rozpoznává jazyk L_1 , automat A_2 rozpoznává jazyk L_2 . Oba automaty mají n stavů. Abeceda pro oba jazyky je shodná a má k znaků. Jaká je asymptotická složitost algoritmu, který efektivně určí, zda jazyk $L_1 \cap L_2$ je konečný?

Př. 8/3: hledání pozměněného slova

V textu nad abecedou $\{a, b, c, d\}$ máme určit všechny výskyty takových podřetězců, které začínají i končí znakem b a zároveň mají od daného vzorku $abbbcdabbbcdab$ Hammingovu vzdálenost větší než 2. Navrhněte konečný nederministický automat pro řešení této úlohy.

Př. 8/4: hledání pozměněného slova 2

Konečný automat pro hledání v textu, který hledá všechny podřetězce mající od daného vzorku Levenshteinovu vzdálenost menší než dané k , obsahuje ϵ -přechody. Nakreslete příklad tohoto automatu pro délku vzorku 6 a hodnotu $k = 3$. Dále nakreslete, jak bude tento automat vypadat po odstranění všech ϵ -přechodů.

Př. 8/5: hledání pozměněného slova 3

Dvě slova V , W nad abecedou A mají redukovanou Levenshteinovu vzdálenost rovnu k , pokud k je nejmenší možný počet editačních operací, po jejichž provedení ze slova V vznikne slovo W . Za editační operace považujeme v tomto případě pouze operace *Insert* a *Delete*. Sestavte nedeterministický automat bez ϵ -přechodů, který v textu určí všechny výskyty řetězců, které mají od daného vzorku *abaabacc* redukovanou Levenshteinovu vzdálenost rovnou právě 2.

Př. 8/6: vlastnosti Levenshteinovy vzdálenosti

Označme symbolem $d(x, y)$ Levenshteinovu vzdálenost slov x a y . Víme že, pro tři slova u, v, w platí $d(u, v) = d_1$, $d(v, w) = d_2$. Jakých hodnot může nabývat $d(u, w)$ v závislosti na d_1, d_2 ? Abeceda je pro všechna slova společná.

Př. 8/8: Hamming vs. Levenshtein

Označme symbolem $HD(v, w)$ Hammingovu vzdálenost slov v a w nad abecedou A , symbolem $LD(v, w)$ Levenshteinovu vzdálenost těchto slov. Rozhodněte, který z následujících případů může nastat a pro možné případy uveďte příklad slov v a w délky alespoň 5.

- a) $HD(v, w) < LD(v, w)$,
- b) $HD(v, w) = LD(v, w)$,
- c) $HD(v, w) > LD(v, w)$.

Př. 8/9: Levenshtein

Napište všechna slova, která mají od vzorku aba nad abecedou $\{a, b, c\}$ Levenshteinovu vzdálenost rovnu 1.