

PAL cv. 4

12 / 10 / 2022

2/*5. Popište, jak najdete a vypíšete všechny cesty délky 3 v acyklickém prostém grafu (bez násobných hran). Jaký je jejich maximální možný počet v závislosti na počtu uzlů grafu? Jaká bude asymptotická složitost Vašeho algoritmu?

2/9. Najděte orientovaný graf, v němž je vstupní i výstupní stupeň každého uzlu nenulový a přitom graf obsahuje uzel, kterým neprochází žádný cyklus.

2/11. Neorientovaný graf typu (r) vytvoříme takto: Zvolíme dvě disjunktí množiny uzlů $A = \{a_1, a_2, \dots, a_r\}$, $B = \{b_1, b_2, \dots, b_r\}$, nad množinou A vytvoříme úplný graf, nad množinou B vytvoříme úplný graf a do grafu přidáme hrany $(a_1, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_r, b_r)$. Pro která r bude výsledný graf Eulerovský?

2/15. Slabě souvislý orientovaný graf G s n uzly a m hranami obsahuje c_1 kořenů a c_2 listů, přičemž hodnoty n , c_1 , c_2 jsou pevně dány. Pro které hodnoty m je zaručeno, že G bude acyklický? Jaká je vůbec maximální možná hodnota m v závislosti na n , c_1 , c_2 ?

2/8. Orientovaný graf prohlásíme za směrově homogenní, pokud vzdálenost (= počet hran na nejkratší možné cestě) každé dvojice uzlů (kořen, list) je vždy stejně velká bez ohledu na to, který kořen nebo list zvolíme. Formulujte efektivní algoritmus, který rozhodne, zda daný graf je směrově homogenní a určete jeho asymptotickou složitost. Lze algoritmus zrychlit, pokud víme, že graf je acyklický?

3/*3. Jaký je nejvyšší možný stupeň uzlu (stupeň = počet synů) v binomiální haldě s N klíči?

3/*4. Uzel v binomiální haldě může mít stupeň (= počet synů) vyšší než dva a obecně stupeň uzlu není shora omezen. Uzel odkazuje na další binomiální stromy. Máme dvě možnosti: a) Odkazy jsou uspořádány v rostoucím pořadí velikostí podstromů, na které odkazují, b) odkazy jsou řazeny náhodně. Rozhodněte, jestli volba možností a), b) ovlivňuje rychlost implementace operací *Insert*, *DeleteMin*.

3/8. V binomiální haldě, která udržuje klíče s minimální hodnotou v kořenech svých stromů máme najít klíč s maximální hodnotou a poté ho z haldy vymazat. Zdůvodněte asymptotickou složitost této akce.

3/9. Předpokládejme, že binomiální halda H obsahuje k binomiálních stromů T_1, T_2, \dots, T_k . Kolik celkem listů obsahuje celá halda H ? Pokud H obsahuje n klíčů, jaká je maximální možná hodnota k v závislosti na n ?

3/*5. Do nejprve prázdné Fibonacciho haldy vložíme $2^n + 5$ navzájem různých klíčů ($n > 2$). Poté v haldě provedeme operaci *DeleteMin* včetně následující konzolidace haldy. Žádné jiné operace s haldou neprovádíme. Kolik binomiálních stromů s kořenem v kořenovém seznamu haldy bude halda obsahovat po této akci?