

1. Zobrazení f zobrazuje některé prvky množiny R na některé prvky množiny S .

$$R = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$S = \{10, 20, 30, 40\}$$

f je definováno takto: $f(1) = 30$, $f(3) = 30$, $f(4) = 10$.

Po provedení následujících změn a/nebo doplňků se f stane bijekcí mezi R a S :

A. $f(2) = 40$, $f(3) = 20$.

B. $f(2) = 30$, $f(4) = 30$.

C. $f(1) = 10$, $f(4) = 40$.

D. $f(2) = 20$, $f(3) = 20$.

E. $f(1) = 40$, $f(3) = 20$.

2. Existuje celkem $5! = 120$ bijekcí f , které zobrazují množinu R na množinu S .

$$R = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$S = \{10, 20, 30, 40, 50\}$$

Máme určit počet takových bijekcí, pro které platí: $f(4) = 10$, $f(5) = 30$.

- A. 1
- B. 2
- C. 6
- D. 20
- E. 24

3. Existuje celkem $5! = 120$ bijekcí f , které zobrazují množinu R na množinu S .

$$R = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

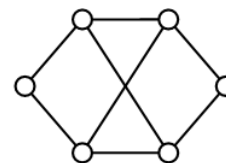
$$S = \{10, 20, 30, 40, 50\}$$

Máme určit počet takových bijekcí, pro které platí: $f(4) + f(5) = 70$.

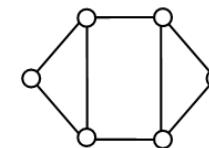
- A. 1
- B. 2
- C. 6
- D. 20
- E. 24

4. Grafy a) a b):

- A. Jsou izomorfní, protože mají stejnou multimnožinu stupňů $\{3, 3, 3, 3, 2, 2\}$
- B. Jsou izomorfní, protože oba mají stejný počet uzlů a stejný počet hran.
- C. Nejsou izomorfní, protože v jednom se hrany kříží a ve druhém nikoli.
- D. Nejsou izomorfní, protože v b) lze spojit uzly stupně 2 cestou délky 4, v a) to nejde.
- E. Neplatí pro ně žádné z předchozích tvrzení.



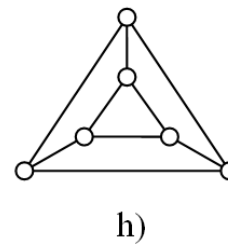
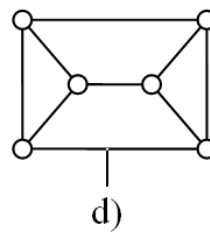
a)



b)

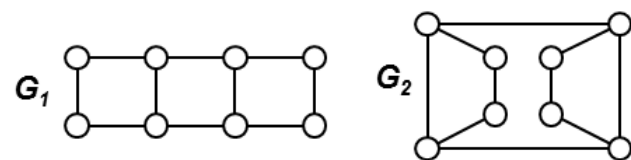
5. Grafy d) a h):

- A. Jsou izomorfní, protože lze zkonstruovat alespon jeden izomorfismus mezi nimi.
- B. Jsou izomorfní, protože oba mají stejný počet uzlů a stejný počet hran.
- C. Nejsou izomorfní, protože h) obsahuje tři kružnice délky 4, zatímco d) obsahuje jen dvě takové kružnice.
- D. Nejsou izomorfní, protože v h) je trojúhelník uvnitř trojúhelníka, zatímco v d) jsou trojúhelníky disjunktní.
- E. Neplatí pro ně žádné z předchozích tvrzení.



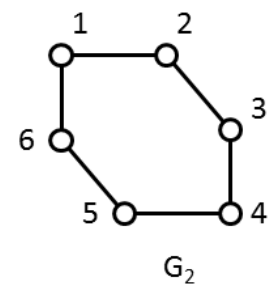
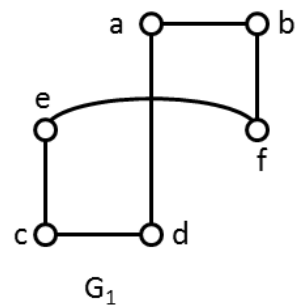
6. Určete počet izomorfizmů mezi grafy G_1 a G_2 .

- A. 1
- B. 2
- C. 4
- D. $4!$
- E. $8!$



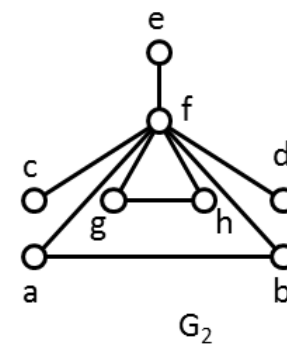
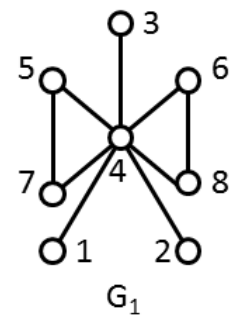
7. Určete počet izomorfizmů mezi grafy G_1 a G_2 .

- A. 1
- B. 2
- C. 6
- D. 12
- E. 24



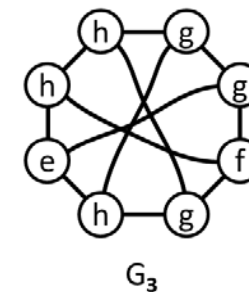
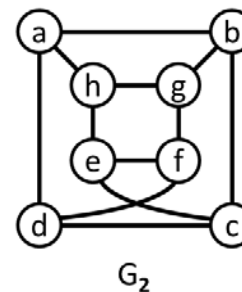
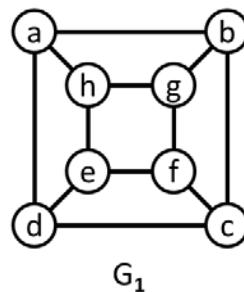
8. Určete počet izomorfizmů mezi grafy G_1 a G_2 .

- A. 3
- B. 6
- C. 12
- D. 24
- E. 48



9. Určete, které dva grafy z dané množiny $\{G_1, G_2, G_3\}$ jsou navzájem izomorfní a které nejsou.

- A. Všechny jsou navzájem izomorfní.
- B. $\text{iso}(G_1, G_2)$, not $\text{iso}(G_2, G_3)$.
- C. $\text{iso}(G_2, G_3)$, not $\text{iso}(G_1, G_2)$.
- D. $\text{iso}(G_1, G_3)$, not $\text{iso}(G_1, G_2)$.
- E. Žádné dva nejsou izomorfní.



10. Existuje 6 navzájem neizomorfních stromů s 6 uzly. Nakreslete je všechny. Spočtete celkový počet listů ve všech těchto stromech. Vyjde

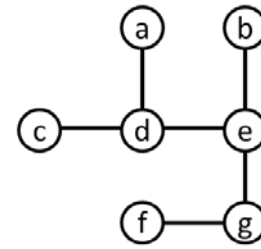
- A. 12
- B. 15
- C. 18
- D. 21
- E. 24

11. Korektně sestavený certifikát stromu se třemi uzly je

- A. 000111
- B. 010101
- C. 001011
- D. 001101
- E. 011001

12. Sestavte certifikát daného stromu.

- A. 00000101101111
- B. 00010110011011
- C. 00100110010111
- D. 00101011001011
- E. 00110100100111



13. Rekonstruuje strom z certifikátu a určete jeho průměr, to jest vzdálenost mezi jeho dvěma navzájem nejvzdálenějšími listy.

0000010111001110000101110111

- A. 4
- B. 6
- C. 8
- D. 10
- E. 12

14. Máme dány dva neorientované grafy, každý obsahuje právě n uzlů a oba grafy mají skóre $(n-1, n-2, n-3, n-4, \dots, n/2+1, n/2, n/2, n/2-1, n/2-2, \dots, 3, 2, 1)$, to jest skoro všechny uzly grafu mají navzájem různý stupeň, s výjimkou dvou uzlů, které mají stejný stupeň $n/2$. Jaká bude asymptotická složitost ověření izomorfizmu těchto dvou grafů v závislosti na hodnotě n ?

15. Je dán certifikát stromu. Vysvětlete, jak určíme počet listů tohoto stromu, aniž jej z certifikátu celý rekonstruujeme.

16. Je dán certifikát stromu. Vysvětlete, jak určíme maximální stupeň uzlu tohoto stromu, aniž strom z certifikátu celý rekonstruujeme.

17. Strom typu $T(1,3)$ obsahuje uzly pouze stupně 1 nebo 3. Navrhněte algoritmus, který na základě certifikátu daného stromu ověří, zda je to strom typu $T(1,3)$.

18. Najděte všechny navzájem neizomorfní stromy s 10 uzly a právě třemi listy.

19. Najděte všechny navzájem neizomorfní stromy s 10 uzly a právě čtyřmi listy.