

Opakování

Rekurze, Mistrovská věta

Cvičení 3 – prezentace 1

Příklad 2/17



Určete, jakou hodnotu vypíše program po vykonání příkazu **print(rekur(4))**;, když rekurzivní funkce **rekur()** je definována takto:

```
int rekur(int x) {  
    if (x < 1) return 2;  
    return (rekur(x-1)+rekur(x-1));  
}
```

Napište vztah, který vyjadřuje velikost vrácené hodnoty v závislosti na vstupní hodnotě x . Zároveň určete, pro které hodnoty x bude vztah definován s uvážením rozsahu typu `int`.

Cvičení 3 – prezentace 1

Příklad 8/17



Určete, kolik *znaků* vypíše na výstup funkce `rec` zavolaná s parametrem 20:

```
void rec(int val) {  
    if (val < 1) return;  
    rec(val-1);  
    printf("%d%s", val, " ");  
    rec(val-1);  
}
```

Cvičení 3 – prezentace 1

Příklad 11/17



Daný rekurzivní algoritmus pracuje tak, že pro $n > 1$ data rozdělí na 4 části stejné velikosti, zpracuje 5 těchto částí (tj. jednu z nich dvakrát) a pak jejich řešení spojí. Na samotné rozdělení problému a spojení řešení menších částí potřebuje dobu úměrnou hodnotě $n^2 - n$.

- a) Nakreslete první tři úrovně stromu rekurze.
- b) Vypočtěte hloubku stromu rekurze.
- c) Metodou stromu rekurze určete asymptotickou složitost A.
- d) Určete asymptotickou složitost A pomocí Mistrovské věty.

$$\begin{aligned}
& \Theta \left(n^2 \frac{1 - \left(\frac{5}{16}\right)^{\log_4 n}}{1 - \frac{5}{16}} - n \frac{1 - \left(\frac{5}{4}\right)^{\log_4 n}}{1 - \frac{5}{4}} + n^{\log_4 5} \right) \\
&= \Theta \left(\frac{16n^2}{11} \left(1 - n^{\log_4 \frac{5}{16}} \right) + 4n \left(1 - n^{\log_4 \frac{5}{4}} \right) + n^{\log_4 5} \right) \\
&= \Theta \left(\frac{16}{11}n^2 - \frac{16}{11}n^{\log_4 5} + 4n - 4n^{\log_4 5} + n^{\log_4 5} \right) \\
&= \Theta \left(n^2 + n - n^{\log_4 5} \right) = \Theta \left(n^2 \right)
\end{aligned}$$

Nechť $a \geq 1$ a $b > 1$ jsou konstanty, necht' $f(n)$ je funkce a necht' $T(n)$ je definováno pro nezáporná celá čísla rekurencí

$$T(n) = a \cdot T\left(\frac{n}{b}\right) + f(n).$$

Pokud $f(n) \in \mathcal{O}(n^{\log_b a - \varepsilon})$ pro nějakou konstantu $\varepsilon > 0$, potom

$$T(n) \in \Theta(n^{\log_b a}).$$

Pokud $f(n) \in \Theta(n^{\log_b a})$, potom

$$T(n) \in \Theta(n^{\log_b a} \log n).$$

Pokud $f(n) \in \Omega(n^{\log_b a + \varepsilon})$ pro nějakou konstantu $\varepsilon > 0$ a pokud $af\left(\frac{n}{b}\right) \leq cf(n)$ pro nějakou konstantu $c < 1$ a všechna dostatečně velká n , potom

$$T(n) \in \Theta(f(n)).$$

Binární strom

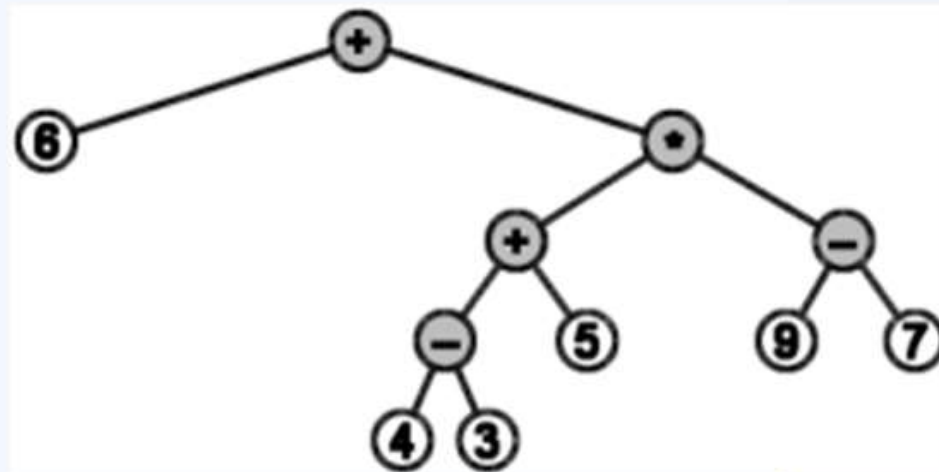
Cvičení 4 – prezentace 1

Příklad 14/17



Aritmetický výraz obsahující celá čísla, závorky a operace $+$, $-$, $*$, $/$ (celočíselné dělení) může být reprezentován jako pravidelný binární strom. Popište, jak takový strom obecně vypadá, navrhnete implementaci uzlu a napište funkci, jejímž vstupem bude ukazatel na kořen stromu a výstupem hodnota odpovídajícího aritmetického výrazu.

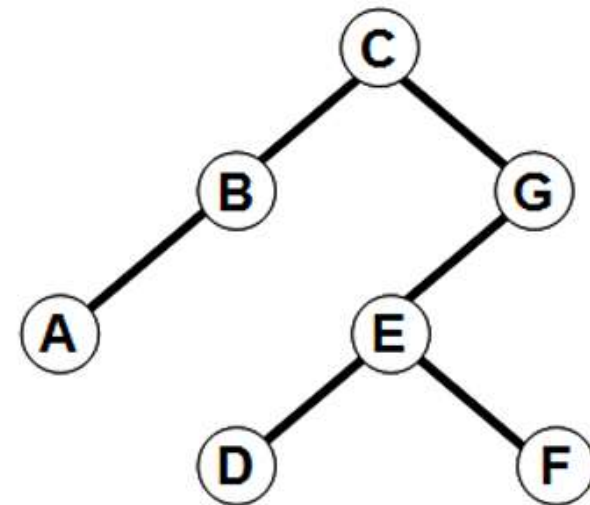
Příklad na obrázku
představuje výraz
 $6 + (4 - 3 + 5) * (9 - 7)$



Cvičení 5 – prezentace 1 – příklad 1

Strom na obrázku procházíme do šířky.
V určitém okamžku jsou ve frontě
následující uzly (s tím, že čelo fronty je
vlevo):

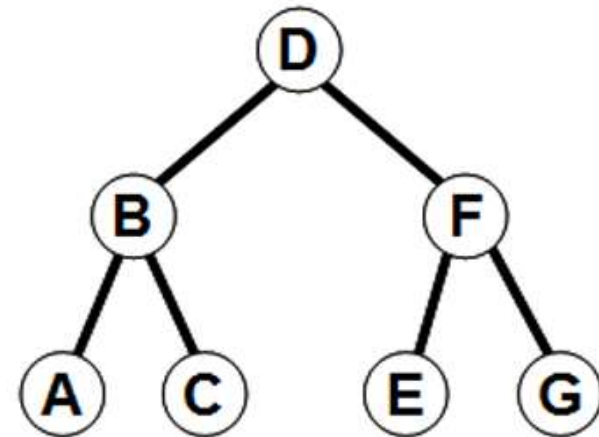
- 1 BGA
- 2 GA
- 3 AG
- 4 AEG
- 5 GEA
- 6 AE



Cvičení 5 – prezentace 1- příklad 2

Strom na obrázku procházíme do šířky.
V určitém okamžku jsou ve frontě následující uzly (s tím, že čelo fronty je vlevo).

- 1 D
- 2 DF
- 3 FB
- 4 BGE
- 5 BAC
- 6 ABCD



Najděte maximální možné číslo, které vznikne z čísla 129814699562 pokud v něm maximálně 4-krát prohodíme libovolné dvě číslice.

Navrhněte algoritmus, který tuto úlohu vyřeší pro libovolné číslo a libovolný max. počet prohození dvou číslic.

Cvičení 5 – prezentace 1- příklad 10

Misionáři a kanibalové



Tři misionáři se vydali na osvětovou misi a jako průvodce mají tři kanibaly. Potřebují překonat řeku, ovšem loďka uveze nejvýše dva lidi. Kanibalové zatím nejsou dostatečně poznamenáni misionářskou osvětou, takže pokud se kdykoli vyskytne na jednom místě více kanibalů než misionářů, budou misionáři snězeni. Jinak však kanibalové spolupracují a udělají, co jim misionáři řeknou. Jak se může celá skupina dostat na druhý břeh? Návod: použijte prohledávání stavového prostoru řešení.

B-Strom

Cvičení 7 – prezentace 1

14.



- ☞ Vybudujte B-strom řádu 1 tak, že do nejprve prázdného stromu vložíte postupně v uvedeném pořadí klíče 18, 31, 59, 20, 23, 24, 36, 60, 58, 15.
- ☞ a) Nakreslete výsledný strom.
- ☞ b) Poté v uvedeném pořadí odstraňte klíče 20, 23, 24, 36, 60. Opět nakreslete výsledný strom.

Cvičení 7 – prezentace 1

15.



- ☞ B-strom je řádu 10 a máme do něj umístit 100 000 klíčů.
- ☞ Jaká je maximální a minimální možná hloubka tohoto stromu?

- ☞ Pokročilé: Jaký je maximální a minimální možný počet uzlů tohoto stromu?

Quick Sort

Cvičení 8 – prezentace 1

Příklad 12/19



Předpokládejme, že vždy, když Quick sort rozdělí daný úsek pole na "malé" a "velké" hodnoty, bude jeden z těchto úseků třikrát delší než ten druhý.

Určete asymptotickou složitost Quick sort-u v tomto případě.