Errata ke skriptům Optimalizace

Tomáš Werner

5. března 2024

- Rešení Cvičení 1.1.d je chybné, má být takto: Krabice je kvádr se stranami $x, 2x, y$ (šířka, délka, výška v decimetrech). Minimalizujeme jeho povrch $2(2x^2 + xy + 2xy) = 2x(2x + 3y)$ za podmínek $2x^2y = 72$ a $x, y \geq 0$. Z této úlohy eliminujeme proměnnou y. První podmínka je ekvivalentní $y = 36/x^2$. Všimneme si, že podmínka $y = 36/x^2 \geq 0$ je automaticky splněna pro $x > 0$. Po dosazení do kriteria tedy minimalizujeme $2x(2x + 108/x^2) = 4x^2 + 216/x$ za podmínky $x > 0$. To spadá do analýzy funkcí jedné proměnné: položení derivace rovné nule dá stacionární bod $x = \sqrt[3]{27} = 3$, což splňuje $x \geq 0$. Mohli bychom ověřit, např. pomocí druhé derivace nebo úvahou, že je to globální minimum na intervalu $(0, \infty)$.
- V řešení Cvičení 1.1.h chybí podmínka $x > 0$, což vynutí jen jedno ze dvou symetrických řešení s kladným obsahem obdélníka
- §2.1.5: Není pravda, že první a poslední vlastnost determinant jednoznačně definují. K tomu bychom potřebovali i multilinearitu (předposlední vlastnost).
- §2.6: Čtvrtý maticový zločin je chybně odůdovněn, má být: Inverze čtvercové, ale evidentně singulární matice, např. $(\mathbf{AB})^{-1}$ pro úzkou $\mathbf{A}$. Kdyby totiž inverze existovala, bylo by $\mathbf{AB}(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{I}$, tedy $\mathbf{A}$ by měla pravou inverzi $\mathbf{B}(\mathbf{AB})^{-1}$. Ale to není možné, protože $\mathbf{A}$ je úzká.
- V řešení Cvičení 2.12.a ve druhém řádku je navíc vektor $\mathbf{u}$, má to být takto:

$$
\begin{aligned}
(\mathbf{A} + \mathbf{u}\mathbf{v}^T)\Big(\mathbf{A}^{-1} - \frac{\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}\mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1}}{1 + \mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}}\Big) &= \mathbf{I} + \mathbf{u}\mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1} - \frac{\mathbf{u}\mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1} + \mathbf{u}\mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}\mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1}}{1 + \mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}} \\
&= \mathbf{I} + \mathbf{u}\mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1} - \frac{\mathbf{u}(1 + \mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u})\mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1}}{1 + \mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}} \\
&= \mathbf{I} + \mathbf{u}\mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1} - \mathbf{u}\mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{I}
\end{aligned}
$$