

HRA SE SIRKAMI

Pokuste se nalézt výherní strategie pro následující hry, pokud existují.

Příklad 1. Máme dva hráče, 12 sirek, hráči se střídají a odebírají jednu až tři sirky. Kdo sebere poslední, vyhrál.

Příklad 2. Máme n sirek, hráči odebírají jednu až k sirek (kde $k < n$). Kdo sebere poslední, vyhrál.

Příklad 3. Jako v předchozím cvičení, ale kdo sebere poslední, prohrál.

Příklad 4. Máme n sirek, hráči odebírají jednu až k sirek, nebo nemusí odebrat žádnou. Kdo sebere poslední, vyhrál.

Příklad 5. Máme dvě kupičky sirek, v první je m , v druhé n sirek. Hráči se střídají, v jednom tahu může hráč odebrat z jedné kupičky libovolný (nenulový) počet sirek. Vyhrává ten, kdo skončí s prázdnými kupičkami.

DFS, TOPOLOGICKÉ USPOŘÁDÁNÍ, JÁDRO GRAFU

Příklad 6. Napište rekursivní proceduru, která má jako vstup vrchol orientovaného grafu v , a jako výstup označí všechny vrcholy, které jsou z vrcholu v orientovaně dostupné.

Příklad 7. Ke každému vrcholu je nyní přiřazena jeho hodnota. Upravte předchozí proceduru tak, aby sečetla hodnoty vrcholů dostupných z daného startovního vrcholu.

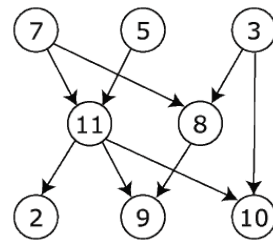
Příklad 8. Upravte původní rekursivní proceduru tak, aby se dala použít pro nalezení topologického uspořádání vrcholů orientovaného acyklického grafu.

Příklad 9. *Acyklický graf* je orientovaný graf, který neobsahuje žádný cyklus (ani smyčku). Dokažte: Každý acyklický graf G obsahuje alespoň jeden vrchol x , pro který $d_{out}(x) = 0$, a alespoň jeden vrchol y , pro který $d_{in}(y) = 0$.

Příklad 10. Nalezněte topologické uspořádání vrcholů grafu 0.1.

Příklad 11. Najděte příklad grafu, který má jen jedno topologické uspořádání vrcholů. Jaká je nutná a postačující podmínka, aby acyklický graf měl jen jedno topologické uspořádání vrcholů?

Obrázek 0.1: DAG



Příklad 12. Nalezněte jádra grafů zadaných následujícími maticemi sousednosti:

$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Příklad 13. Popište graf hry z Příkladu 5. Nakreslete graf pro $m = n = 2$, zakreslete jádro.

KOMPONENTY SILNÉ SOUVISLOSTI

Příklad 14. Nalezněte komponenty silné souvislosti následujících grafů:

