# Syntax predikátové logiky

# Syntax predikátové logiky

**Jazyk predikátové logiky $\mathcal{L}$.**

Symboly jazyka predikátové logiky se dělí na z

1. logické symboly, tj.:
   a) spočetnou množinu proměnných: $\mathrm{Var} = \{x, y, z, \ldots, x_1, x_2, \ldots\}$
   b) výrokové logické spojky: $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow, \top, \bot$
   c) obecný kvantifikátor $\forall$ a existenční kvantifikátor $\exists$
   d) symbol rovnosti: $=$
2. speciální symboly, tj. po dvou disjunktní množiny Pred, Kons a Func, kde
   a) Pred je množina predikátových symbolů,
   b) Kons je množina konstantních symbolů,
   c) Func je množina funkčních symbolů,
3. pomocné symboly, jako jsou závorky (, ) a čárka ,

# Syntax predikátové logiky

**Arita – četnost.**

Pro každý predikátový symbol $P$ a každý funkční symbol $f$ je dána jeho arita (četnost) $ar(P)$, $ar(f)$ tak, že

- $ar(P)$ může být libovolné přirozené číslo,
- $ar(f)$ může být libovolné nenulové přirozené číslo.

# Syntax predikátové logiky

**Termy.**

Množina termů je definována těmito pravidly:

1. Každá proměnná a každý konstantní symbol je term.
2. Jestliže $f$ je funkční symbol arity $n$ a $t_1, t_2, \ldots, t_n$ jsou termy, pak $f(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ je také term.
3. Nic, co nevzniklo konečným použitím pravidel 1 a 2, není term.

**Atomická formule.**

Atomická formule je řetězec $P(t_1, t_2, \ldots, t_n)$, kde $P \in \mathrm{Pred}$ má aritu $n$ a $t_1, t_2, \ldots, t_n$ je $n$-tice termů, nebo řetězec $t_1 = t_2$, kde $t_1, t_2$ jsou termy.

# Syntax predikátové logiky

**Formule.**

Množina formulí je definována těmito pravidly:

1. Každá atomická formule je formule. $\top$ a $\bot$ jsou formule.
2. Jsou-li $\varphi$ a $\psi$ dvě formule, pak $\neg\varphi$, $(\varphi \wedge \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \Rightarrow \psi)$, $(\varphi \Leftrightarrow \psi)$ jsou opět formule.
3. Je-li $\varphi$ formule a $x$ proměnná, pak $(\forall x\, \varphi)$ a $(\exists x\, \varphi)$ jsou opět formule.
4. Nic, co nevzniklo pomocí konečně mnoha použití pravidel 1 až 3, není formule.

# Syntax predikátové logiky

**Konvence.**

1. Úplně vnější závorky formule nepíšeme.
2. Negace váže silněji než ostatní logické spojky.
3. Kvantifikace váže silněji než ostatní spojky.

**Syntaktický strom formule.**

**Podformule.**

# Syntax predikátové logiky

**Volný a vázaný výskyt proměnné.**

Máme formuli $\varphi$ a její syntaktický strom. List syntaktického stromu obsazený proměnnou $x$ je výskyt proměnné $x$ ve formuli $\varphi$.

Výskyt proměnné $x$ je vázaný ve formuli $\varphi$, jestliže při postupu od listu ohodnoceného tímto $x$ ve směru ke kořeni syntaktického stromu narazíme na kvantifikátor s touto proměnnou.

V opačném případě mluvíme o volném výskytu proměnné $x$.

# Syntax predikátové logiky

**Sentence, otevřená formule.**

- Sentence, též *uzavřená formule*, je formule, která má pouze vázané výskyty proměnné.
- Otevřená formule je formule, která má pouze volné výskyty proměnné.