

Příkladová dávka č. 5

(k řešení mezi 20.10. – 3.11.)

Tato dávka nabízí procvičení metody zrcadlení v elektrostatickém poli.

Úloha 1 (3 body)

Bodový náboj o hodnotě q leží vně koule o poloměru R . Koule je z dokonaleho vodiče a je také nabita nábojem o hodnotě q . Předpokládejte, že zvolíme potenciál v nekonečnu rovní nule. V takovém případě má uvedená úloha jediné řešení. Nalezněte toto řešení. Dále určete práci, kterou musí konat síla působící na tento bodový náboj, aby ho z nekonečna přesunula na určitou pozici vně koule. Závislost této práce vykreslete. Fyzikálně interpretujte její průběh. Bodový náboj i koule mají stejný celkový náboj. Přitahují se, nebo odpuzují?

Nápověda: Nejprve ignorujte náboj koule a vyřešte pouze úlohu, kdy je vně nenabitá kovová koule umístěn náboj o hodnotě q . Úlohu vyřešte tak, že do vnitřku koule umístíte “zrcadlový” odraz náboje a pokusíte se najít jeho velikost a polohu tak, aby byla splněna okrajová podmínka na kouli. Zrcadlový náboj umístěte na spojnici středu koule a venkovního náboje. Po vyřešení této úlohy umístěte na kouli dodatečný náboj q . Odhadněte, jak se náboj rozloží. Použijte větu o jednoznačnosti řešení elektrostatické úlohy a potvrďte správnost svého odhadu.

Výsledek: Je-li koule umístěna ve středu souřadné soustavy, bod pozorování má souřadnice $\mathbf{r} = r\mathbf{r}_0$ (\mathbf{r}_0 je jednotkový vektor ve směru pozorování) a bodový náboj je na souřadnici $\mathbf{r} = r_q\mathbf{r}_{0q}$ (\mathbf{r}_{0q} je jednotkový vektor ve směru náboje), pak lze celkový elektrický potenciál vyjádřit jako

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} \left[\frac{1}{\left| \alpha\mathbf{r}_0 - \frac{1}{\beta}\mathbf{r}_{0q} \right|} - \frac{\beta}{|\alpha\mathbf{r}_0 - \beta\mathbf{r}_{0q}|} + \frac{1}{\alpha} \right] \quad (1)$$

a práci potřebnou k jeho umístění lze vyjádřit jako

$$W = \frac{q^2\beta}{4\pi\epsilon_0 R} \left[1 - \frac{\beta}{|1 - \beta^2|} \right], \quad (2)$$

kde $\alpha = r/R$ a $\beta = R/r_q$.