Příkladová dávka č. 4

(k řešení mezi 31.3. – 14.4.)

Tato dávka příkladů slouží k procvičení interakce rovinné vlny s rovinným materiálovým rozhraním a k procvičení rozkladu pole do rovinných vln.

Úloha 1 (4 body)

Představte si nekonečně dlouhý proudovodič rovnoběžný s osou x a ležící v rovině xy. Nechť jím generovaná proudová hustota má tvar

$$\boldsymbol{J}(x, y, z, \omega) = -\mathbf{x}_0 \frac{E_0(\omega)}{kZ} \delta(y)\, \delta(z) \tag{1}$$

kde k je konstanta šíření, Z je vlnová impedance a E_0 je amplitudová konstanta s jednotkami elektrické intenity. Dále uvažte, že v rovinně $z = z_\mathrm{d} > 0$ leží materiálové rozhraní mezi materiály

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 10\varepsilon_0 (1 - \mathrm{j}0.001)\,, \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_0 (1 - \mathrm{j}0.001)\,, \\ \mu_1 &= \mu_2 = \mu_0, \\ \sigma_1 &= \sigma_2 = 0, \end{aligned} \tag{2}$$

kde index 1 platí pro $z < z_\mathrm{d}$ a index 2 platí pro $z > z_\mathrm{d}$. Vykreslete velikost elektrického pole v rovině yz. Implementujte výše uvedenou úlohu pomocí FFT algoritmu. Výsledek je zobrazen na Obr. 1.

Pozn. č. 1: Při provádění zpětné Fourierovy transformace je třeba dát pozor na člen $1/k_z$. Tuto singularitu lze odstranit fyzikálním předpokladem, že okolní prostředí je alespoň nepatrně ztrátové, tedy, že vlnové číslo k je komplexní (pozor na znaménka imaginárních částí k, k_z). V tomto domácím úkolu je to zaručeno ztrátovou permitivitou v obou oblastech.

Pozn. č. 2: Lze dokázat následující identitu

$$\mathrm{H}_0^{(2)}\left(k\sqrt{y^2 + z^2}\right) = 2\mathcal{F}_{k_y}^{-1}\left\{\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_z|z|}}{k_z}\right\}, \tag{3}$$

kde $\mathrm{H}_0^{(2)}(\xi)$ je Hankelova funkce nultého řádu a druhého druhu a $k_z = \sqrt{k^2 - k_y^2}$. Pokud tedy budou materiálové parametry obou prostředí shodné, úloha má analytické řešení. Tento fakt můžete použít k ověření funknosti numerického výpočtu.