

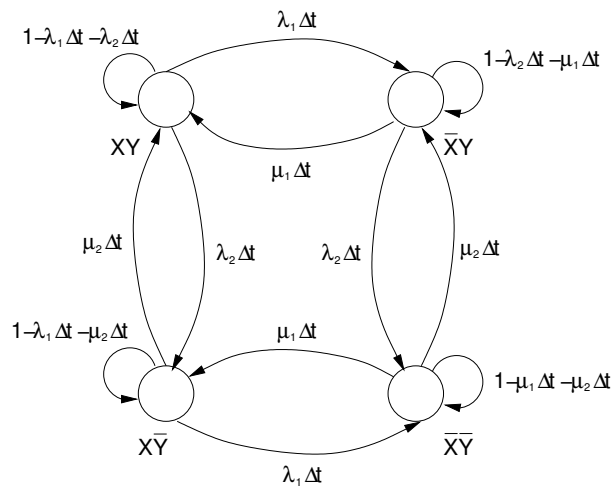
Statistika a spolehlivost v lékařství

21. prosince 2011

Spolehlivost - 5. cvičení

- **Příklad 1 (Markovovy modely)** *Mějme dva prvky v paralelní záloze. Jeden prvek je novější s intenzitou poruch λ_1 , druhý prvek je starší a intenzita poruchy je $\lambda_2 > \lambda_1$. Protože prvky vyžadují pro opravu speciální školení, opravuje každý prvek jeden specializovaný opravář. První prvek chodí opravovat opravář s intenzitou μ_1 . Druhý opravář chodí kontrolovat druhý prvek s intenzitou μ_2 . Nakreslete příslušný markovovův graf a napište soustavu diferenciálních rovnic.*

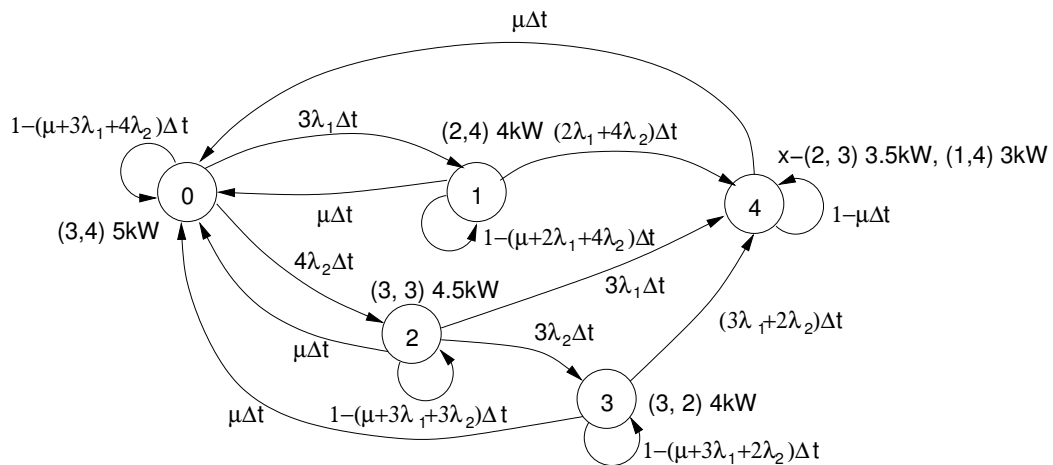
Řešení:



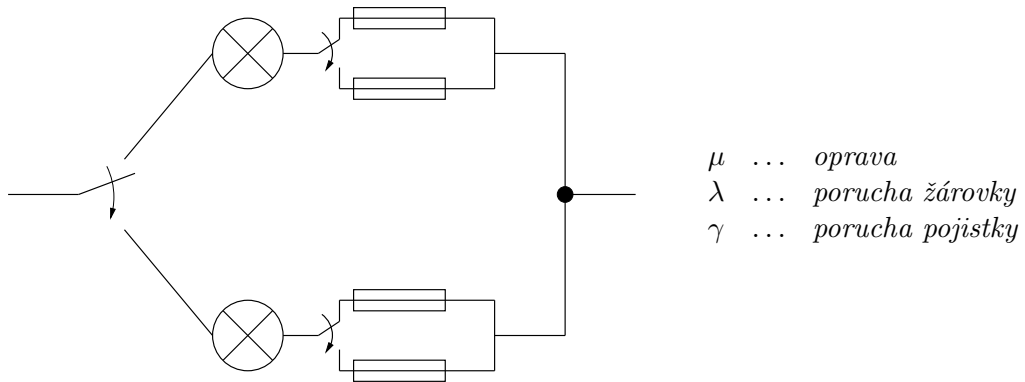
$$\begin{bmatrix} \dot{P}_{XY}(t) \\ \dot{P}_{\bar{X}Y}(t) \\ \dot{P}_{X\bar{Y}}(t) \\ \dot{P}_{\bar{X}\bar{Y}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_1 - \lambda_2 & \mu_1 & \mu_2 & 0 \\ \lambda_1 & -\lambda_2 - \mu_1 & 0 & \mu_2 \\ \lambda_2 & 0 & -\lambda_1 - \mu_2 & \mu_1 \\ 0 & \lambda_2 & \lambda_1 & -\mu_1 - \mu_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_{XY}(t) \\ P_{\bar{X}Y}(t) \\ P_{X\bar{Y}}(t) \\ P_{\bar{X}\bar{Y}}(t) \end{bmatrix}$$

- **Příklad 2 (Markovovy modely)** *Výrobní hala je osvětlena 3 reflektory 1kW s intenzitou poruch λ_1 a 4 reflektory 500W s intenzitou poruch λ_2 . Reflektory jsou hromadně opravovány s intenzitou μ (celková doba opravy je zanedbatelně malá k době provozu). Nakreslete markovovův graf a napište k němu příslušnou soustavu rovnic, ze které bude možné vyjádřit pravděpodobnost, že hala je osvětlena reflektory o celkovém příkonu alespoň 3.9kW. Tuto pravděpodobnost symbolicky vyjádřete (soustavu nepočítejte).*

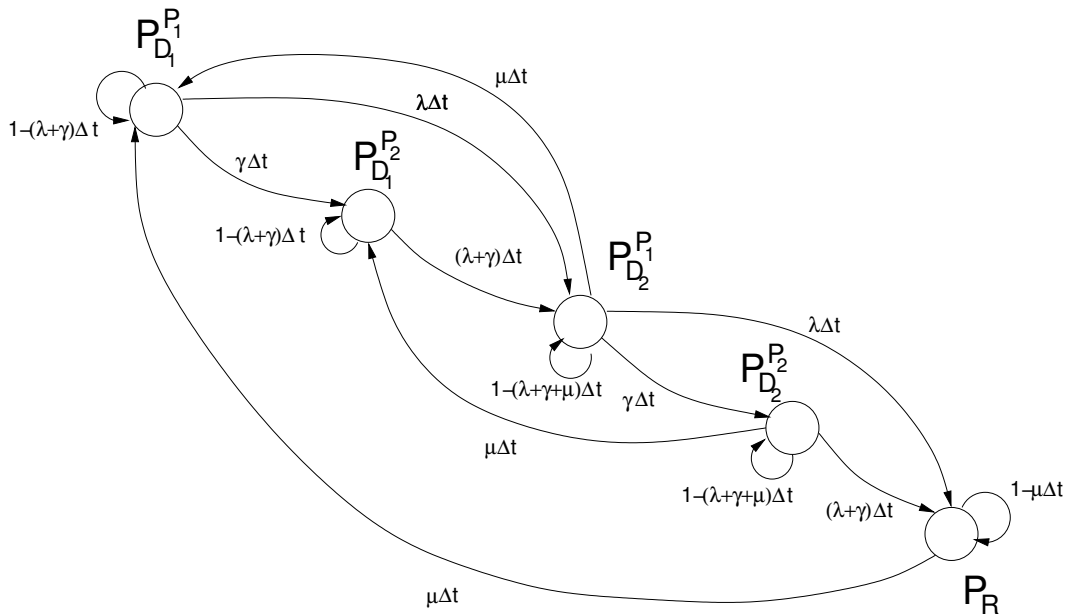
Řešení:



- **Příklad 3 (Zálohování přepínáním s opravou)** Mějme soustavu s 2 deskami, pokud má jedna deska poruchu přepne se na druhou. Deska je vyměněna s intenzitou μ , když je porucha desky. Deska je složena z jedné žárovky a dvou pojistek. V případě, že dojde k poruše jedné pojistky dojde k přepnutí na druhou pojistku. Deska má poruchu v případě, že žárovka má poruchu nebo obě pojistky mají poruchu. Pojistky jsou identické a obě desky jsou také identické. Intenzita poruchy žárovky je λ , intenzita poruchy pojistky je γ a intenzita oprav je μ . Nakreslete Markovův graf a sestavte matici intenzit.



Řešení:



Značení:

- $P_{D_1}^{P_1}$... pravděpodobnost stavu - obě desky bez poruchy,
- $P_{D_1}^{P_2}$... pravděpodobnost stavu - obě desky bez poruchy, porucha jedné pojistky
- $P_{D_2}^{P_1}$... pravděpodobnost stavu - jedna deska porucha, druhá bez poruchy
- $P_{D_2}^{P_2}$... pravděpodobnost stavu - jedna deska porucha, druhá bez poruchy s poruchou na jedné pojistce
- P_R ... pravděpodobnost stavu - obě desky mají poruchu

Řešení: Matice intenzit:

$$\begin{bmatrix} P_{D_1}^{P_1} \\ P_{D_1}^{P_2} \\ P_{D_2}^{P_1} \\ P_{D_2}^{P_2} \\ P_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda - \gamma & 0 & \mu & 0 & \mu \\ \gamma & -\lambda - \gamma & 0 & \mu & 0 \\ \lambda & \lambda + \gamma & -\lambda - \gamma - \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\lambda - \gamma - \mu & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \lambda + \gamma & -\mu \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_{D_1}^{P_1} \\ P_{D_1}^{P_2} \\ P_{D_2}^{P_1} \\ P_{D_2}^{P_2} \\ P_R \end{bmatrix}.$$

- **Příklad 4 (Markovovy modely)** Mějme systém s 5 ventilátory (A, B, C, D, E). Aby systém fungoval musí fungovat alespoň 3 ventilátory. Pro správnou funkčnost je také nutný bezporuchový stav ventilátoru A. Intenzita poruch je $\lambda_A = \lambda_1, \lambda_B = \lambda_C = \lambda_D = \lambda_E = \lambda_2$. Nakreslete Markovův graf, sestavte matici intenzit (4×4) a napište (neřešte) soustavu diferenciálních rovnic.