

Všechny permutace množiny  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$  seřadíme v rostoucím lexikografickém uspořádání a v tomto pořadí je očíslováme celými čísly počínaje nulou. Určete pořadové číslo permutace  $(n, 1, 2, 3, \dots, n-1)$ .

Všechny permutace množiny  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$  seřadíme v rostoucím lexikografickém uspořádání a v tomto pořadí je očíslováme celými čísly počínaje nulou.

Určete pořadové číslo permutace  $(2, 1, 3, 4, 5, 6, \dots, n-1, n)$ .

Uvažujeme permutace množiny  $M = \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$ , kde  $n$  je sudé a  $n > 2$ . Daná permutace  $p$  této množiny splňuje vztah:

$$p(i) = (n/2 + i + 1) \bmod n, \quad \text{pro } i = 0, 1, \dots, n-1.$$

Napište, jak vypadá inverzní permutace  $p^{-1}$ .

Uvažujeme permutace množiny  $M = \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$ , kde  $n > 2$ . Daná permutace  $p$  této množiny splňuje vztah:

$$p(i) = (n - i) \bmod n, \quad \text{pro } i = 0, 1, \dots, n-1.$$

Napište, jak vypadá inverzní permutace  $p^{-1}$ .

Uvažujeme permutace množiny  $M = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ , kde  $n$  je sudé a zároveň  $n > 3$ . Permutaci  $p$  této množiny prohlásíme za *podmanivou*, pokud platí:

$$p(1) = 1, \quad p(i) \in \{2, 4, 6, \dots, n\} \text{ pro } i = 2, 4, 6, \dots, n, \quad p(i) \in \{3, 5, \dots, n-1\} \text{ pro } i = 3, 5, \dots, n-1.$$

Určete počet *podmanivých* permutací množiny  $M$ .

Uvažujeme permutace množiny  $M = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ ,  $n > 3$ . Permutaci  $p$  této množiny prohlásíme za *přívětivou*, pokud platí:  $p(1) \in \{1, n\}$ ,  $p(n) \in \{1, n\}$ ,  $p(2) = 2$ ,  $p(i) \in \{3, 4, \dots, n-1\}$  pro  $i = 3, 4, \dots, n-1$ .

Určete počet *přívětivých* permutací množiny  $M$ .

Uvažujeme permutace množiny  $M = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ . Cyklus délky  $k$  v permutaci  $p$  je množina

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\} \subseteq M$ , pro kterou platí:

$$1 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_k \leq n, \quad p(a_j) = a_{j+1} \text{ pro } 1 \leq j < k, \quad p(a_k) = a_1.$$

Určete, kolik je takových permutací množiny  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ , které obsahují právě dva cykly, z nichž jeden má délku 4 a druhý délku  $n-4$ .

Uvažujeme permutace množiny  $M = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ . Cyklus délky  $k$  v permutaci  $p$  je množina

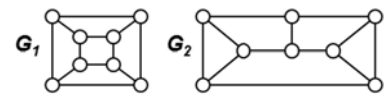
$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\} \subseteq M$ , pro kterou platí:

$$1 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_k \leq n, \quad p(a_j) = a_{j+1} \text{ pro } 1 \leq j < k, \quad p(a_k) = a_1.$$

Určete, kolik je takových permutací množiny  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ , které obsahují právě dva cykly, z nichž jeden má délku 3 a druhý délku  $n-3$ .

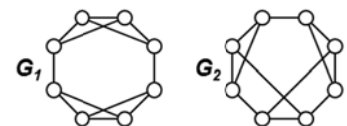
Grafy  $G_1$  a  $G_2$  nejsou izomorfní. Uvažujme množinu  $M$  všech grafů s 8 uzly.

Najděte dva invarianty množiny  $M$ , jejichž hodnoty se na grafu  $G_1$  a  $G_2$  liší. Invarianty můžete zapsat neformálně slovním vyjádřením.



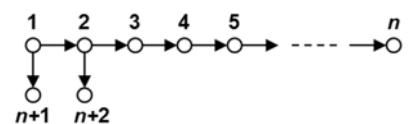
Grafy  $G_1$  a  $G_2$  nejsou izomorfní. Uvažujme množinu  $M$  všech grafů s 8 uzly.

Najděte dva invarianty množiny  $M$ , jejichž hodnoty se na grafu  $G_1$  a  $G_2$  liší. Invarianty můžete zapsat neformálně slovním vyjádřením.



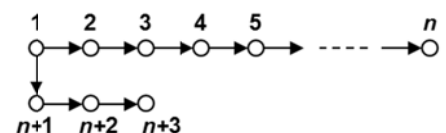
Dvě topologická uspořádání považujeme za různá, pokud se liší pořadím uzlů. Napište, kolika různými způsoby lze topologicky uspořádat graf s  $n+2$  ( $n > 1$ ) uzly daný na obrázku.

Svůj název zdůvodněte.

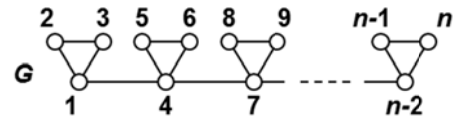


Dvě topologická uspořádání považujeme za různá, pokud se liší pořadím uzlů. Napište, kolika různými způsoby lze topologicky uspořádat graf s  $n+3$  ( $n > 1$ ) uzly daný na obrázku.

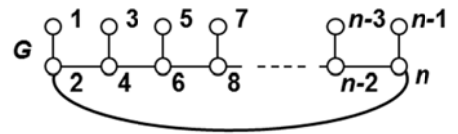
Svůj název zdůvodněte.



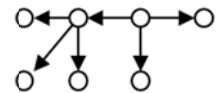
Je dán graf  $G = (V, E)$ . Automorfizmus grafu  $G$  je takové prosté zobrazení  $f$  z  $V$  na  $V$  (bijekce), pro které platí  $\forall (u, v) \in V \times V: (u, v) \in E \Leftrightarrow (f(u), f(v)) \in E$ .  
 Určete počet automorfizmů grafu  $G$  na obrázku, pro  $n > 3$ .



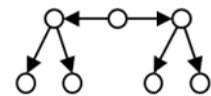
Je dán graf  $G = (V, E)$ . Automorfizmus grafu  $G$  je takové prosté zobrazení  $f$  z  $V$  na  $V$  (bijekce), pro které platí  $\forall (u, v) \in V \times V: (u, v) \in E \Leftrightarrow (f(u), f(v)) \in E$ .  
 Určete počet automorfizmů grafu  $G$  na obrázku, pro  $n > 4$ .



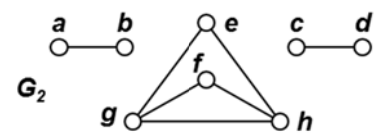
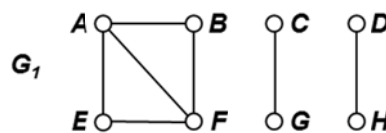
Napište, kolika způsoby lze topologicky uspořádat graf daný na obrázku.



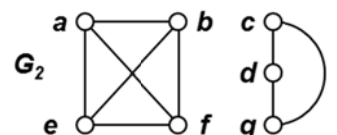
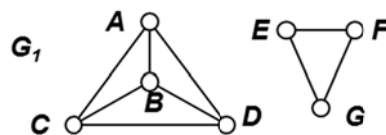
Napište, kolika způsoby lze topologicky uspořádat graf daný na obrázku.



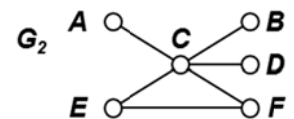
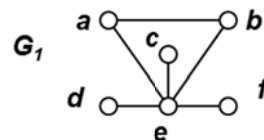
Určete počet izomorfizmů mezi danými dvěma grafy  $G_1$  a  $G_2$ . Pozor, nejsou souvislé.



Určete počet izomorfizmů mezi danými dvěma grafy  $G_1$  a  $G_2$ . Pozor, nejsou souvislé.



Určete počet izomorfizmů mezi danými dvěma grafy  $G_1$  a  $G_2$ .



Určete počet izomorfizmů mezi danými dvěma grafy  $G_1$  a  $G_2$ .

