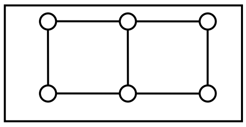
1. Orientujte úplný graf K_4 tak, aby vznikl graf se 1,2,3 nebo 4 silnými komponentami.

2. Najděte všechny navzájem neizomorfní orientace grafu na obrázku, které ho učiní silně souvislým.



3. Nakreslete binární strom s 15 uzly a s hloubkou 3. Uzly očíslujte od 1 do 15 stejně jako v binární haldě. Hrany orientujte od uzlu s menším čísle do uzlu s větším číslem. Přidejte hrany (15, 3), (12, 4), (9, 3), (6, 2), (3, 1) orientované od od uzlu s větším číslem do uzlu s menším číslem. Kolik silných komponent obsahuje vzniklý graf?

4. Graf je silně souvislý. Všem hranám v grafu obrátíme orientaci. Bude výsledný graf opět silně souvislý? Uveďte buďto argument pro zachování silné souvislosti nebo najděte protipříklad.

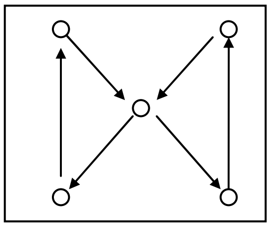
5. Graf je acyklický. Všem hranám v grafu obrátíme orientaci. Bude výsledný graf opět acyklický? Uveďte buďto argument pro zachování acykličnosti nebo najděte protipříklad.

6. Graf je acyklický. Přidáme jedinou orientovanou hranu mezi jeho dva uzly a graf se stane silně souvislý. Uveďte příklad.

7. Dva orientované grafy G_1, G_2 prohlásíme za slabě ekvivalentní, pokud jejich kondenzace mají stejný počet uzlů. Jaká je asymptotická složitost ověření slabé ekvivalence dvou grafů?

8. V jakém čase lze vytvořit kondenzaci grafu?

9. Máme slabě souvislý graf. Pro každý jeho uzel x platí, vstupní i výstupní stupeň x se navzájem rovnají. Různé uzly mohou mít ale vstupní (a tím i výstupní) stupně různé. Příklad takového grafu je na obrázku. Zdůvodněte, že každý graf s těmito vlastnostmi musí být silně souvislý. Použijte následující obrat: Dejme tomu, že by graf nebyl silně souvislý. Pak by v něm existovala silná komponenta, ze které by nevedly ven žádné jiné hrany, ale nějaké hrany by vedly do ní (tato komponenta by odpovídala listu v kondenzaci grafu). Nyní uvažte čísla A = součet všech výstupních stupňů uzlů v této komponentě a B = součet všech vstupních stupňů uzlů v této komponentě. Jaký je vztah mezi čísly A a B?



10. Profesor Tonhamil tvrdí, že v slabě souvislém orientovaném grafu existuje Hamiltonovská cesta právě tehdy, když kondenzace tohoto grafu má tvar orientované cesty. Opravte ho a najděte protipříklad k jeho tvrzení

11. Neorientovaný graf typu (r) vytvoříme takto: Zvolíme dvě disjunktní množiny uzlů A = $\{a_1, a_2, \ldots a_r\}$, B = $\{b_1, b_2, \ldots b_r\}$, nad množinou A vytvoříme úplný graf, nad množinou B vytvoříme úplný graf a do grafu přidáme hrany (a_1, b_1), (a_2, b_2) ..., (a_r, b_r). Pro která r bude výsledný graf Eulerovský?