Mobilní robotika

Modely prostředí II.

RNDr. Petr Štěpán, Ph.D.
stepan@labe.felk.cvut.cz

Skupina mobilní robotiky
Gerstnerova laboratoř
katedra Kybernetiky
České vysoké učení technické v Praze

Modely prostředí 11. března 2008

Obsah

Modely prostředí

- senzorické - mřížka obsazenosti minulá přednáška
- geometrická mapa
- topologická mapa
- symbolická mapa

Geometrická mapa

Geometrická mapa

Geometrická mapa

Geometrická mapa reprezentuje prostředí pomocí vhodně zvolených geometrických entit. Typ reprezentace se volí s ohledem na výpočetní náročnost nalezení vzájemné polohy dvou geometrických entit.

Prostředí je aproximováno:

- úsečkami - nejčastěji používané, je nutné zvolit vhodnou přesnos aproximace, podrobná mapa = mnoho úseček
- křivkami druhého řádu - lepší aproximace prostředí, velká náročnost výpočtu, složité použití například pro plánovací algoritmy

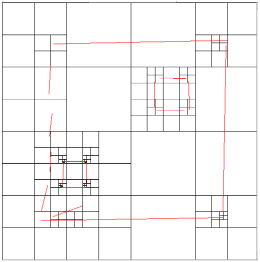
Datové struktury

Pro uložení geometrické mapy existuje několik způsobů:

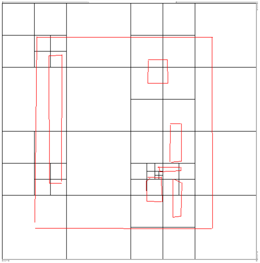
- neorganizovaný seznam úseček, zadaných jejich počátečními a koncovými body
- seznam úseček, uložených v čtyřstromě pro rychlé vyhledávání
- neorganizovaný seznam objektů, zadaných posloupností bodů
- seznam objektů uložený v čtyřstromu
- dekompozice prostoru na volné a obsazené části

Čtyř stromy

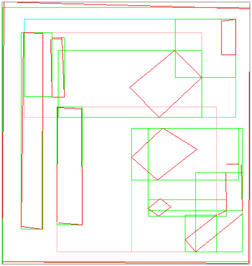
Hezké Java demo http://donar.umiacs.umd.edu/quadtree



Čtyř-strom



Bucket PM strom

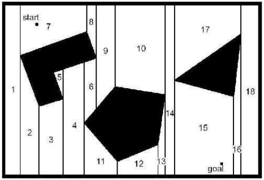


R-strom

Dekompozice prostoru

Volný prostor je rozdělen na konvexní útvary (např. lichoběžníky) a je udržována sousednost jednotlivých útvarů.

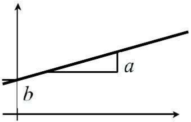
Dekompozice na lichoběžníky - tvorba: postupujete svislou úsečkou z levé části do prava, každý bod objektu buď rozdělí čtyřúhelník na dva nové (začátek objektu), nebo uzavře jeden čtyřuhelník a otevře nový (pokračování objektu), nebo uzavře dva čtyřúhelníky a otevře jeden nový (konec objektu).



Jak vytvářet geometrickou mapu

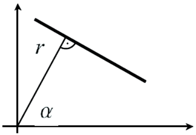
- přímo ze senzorických dat
  - nalezení úseček
  - hledání korespondencí
  - vložení nových úseček
- ze senzorické mapy
  - zpracování senzorické mapy
  - nalezení úseček v mapě

Popis úseček



Úsečky mohou být definovány:

- krajními body
- parametricky $y = ax + b$
- parametricky $x \cdot \cos\alpha + y \cdot \sin\alpha = r$
- kovarianční maticí



Kovarianční matice

Předpokládejmě, že body $\{P_i\}_{i=1}^{n}$, kde $P_i = (x_i, y_i)$ tvoří úsečku u. Kovarianční matice je definována: $C = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{bmatrix}$, kde σ_x^2 a σ_y^2 jsou rozptyly x-ové a y-ové souřadnice bodů a σ_{xy} je jejich kovariance:

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - m_x)(y_i - m_y)}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n} - m_x m_y$$

, kde $m_x = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ a $m_y = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$.

Kovarianční matice

Odmocniny vlastní čísla kovariační matice určují velikost poloos elipsy, vlastní vektory potom určují osy elipsy. Vlastní čísla lze spočítat jako:

$$\lambda_1 = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2}}{2}$$

$$\lambda_2 = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2}}{2}$$

Poměr vlastních čísel $\Lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ určuje kvalitu úsečky.

Nalezení úseček

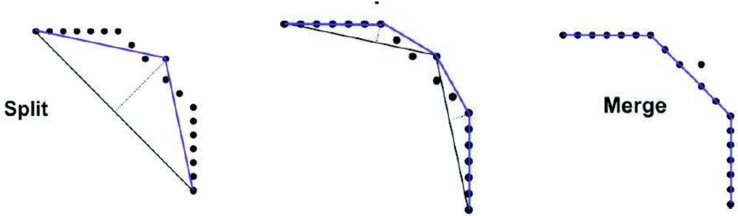
Základní dva druhy algoritmů

- sekvenční - zpracovává postupně body měření
- iterativní - zpracovává všechny body najednou, rozděluje a spojuje segmenty

Sekvenční algoritmus je vhodný pro rozdělení jednoho měření na souvislé úseky.
Iterativní nalezne v souvislém úseku usečkové aproximace

Iterativní algoritmus

1. spoj první a poslední bod segmentu úsečkou
2. najdi bod nejvíce vzdálený od úsečky
3. pokud je vzdálenost tohoto bodu větší než pevná mez, rozděl body do dvou skupin a pro každou skupinu proveď kroky 1-3
4. pro všechny dvojice sousední segmentů spočti parametry spojení segmentů do jedné úsečky a pokud je spojení možné, sjednoť oba segmenty do jednoho segmentu



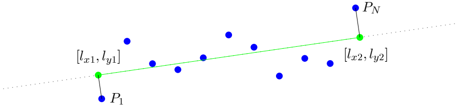
Spojení dvou segmentů

Kritérium pro spojení dvou segmentů do jednoho je možno definovat pomocí kovarianční matice.
Pokud poměr vlastních čísel kovarianční matice Λ je větší než stanovený práh, pak je možné spojit tyto segmenty do jednoho a kovarianční matice určuje rovnici této úsečky.

Poznámka: Poměr vlastních čísel kovarianční matice je i vhodným kritériem pro filtraci šumu. Pokud nalezená úsečka má poměr vlastních čísel menší než stanovený práh, pak se jedná spíše o shluk bodů, než o body tvořící úsečku.

Nalezení koncových bodů úsečky

Pokud nalezená úsečka navazuje na sousední segment a je možné detekovat průsečík těchto úseček (úsečky nejsou téměř rovnoběžné), pak je nejlepší nalezení koncových bodů úsečky pomocí průsečíku přímek určených těmito úsečkami.
V ostaních případech je třeba nejít krajní body segmentu a jejich průměty na přímku určenou kovarianční maticí. Tyto průměty jsou koncovými body nalezené úsečky.



Tvorba geometrické mapy

Kroky tvorby geometrické mapy:

- nalezení úseček - již máme hotovo
- hledání korespondencí
- vložení nových úseček

Hledání korespondencí

Jde o to, jak porovnat dvě úsečky, jestli to jsou ty samé?

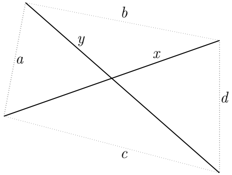
Crowley - úsečka reprezentována $\left(\phi_i, \sigma^2_{\phi_i}, \rho_i, \sigma^2_{\rho_i}, x_i, y_i, h_i\right)$, kde ϕ_i - úhel natočení úsečky, ρ_i - vzdálenost přímky od počátku, rozptyly hodnot ϕ_i a ρ_i $\sigma^2_{\phi_i}$a $\sigma^2_{\rho_i}$, (x_i, y_i) souřadnice středu úsečky a h_i polovina délky.
Dvě úsečky jsou shodné pokud:

$$\begin{aligned} \mid \phi_1 - \phi_2 \mid &\leq \sigma^2_{\phi_1} + \sigma^2_{\phi_2} \\ \mid \rho_1 - \rho_2 \mid &\leq \sigma^2_{\rho_1} + \sigma^2_{\rho_2} \\ (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 &\leq h_1 + h_2 \end{aligned}$$

Hledání korespondencí

Jiné kritérium prezentoval Skrzypczynski.
Dvě úsečky jsou shodné pokud:

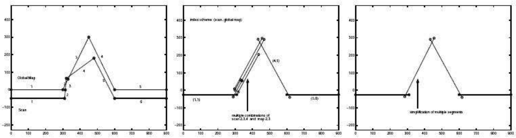
$$a + b < x + Tol$$
$$c + d < x + Tol$$
$$a + c < y + Tol$$
$$b + d < y + Tol$$



Spojování úseček

Posledním krokem je spojení a upřesnění úseček. Tento krok je velmi obtížný.

Je mnoho vzájemných poloh jednotlivých úseček a většina z možných případů potřebuje speciální řešení.



Spojování úseček

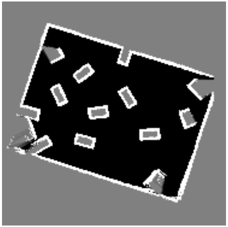
Alternativním přístup:
Každá úsečka je reprezentovaná množinou bodů. Tyto body mohou být buď originální body, které úsečku vytvořily, nebo náhodně generované body podle kovarianční matice, nebo pravidelně generované body podle kovarianční matice.
Sloučení lze provést jako nalezení rozdělení úseček na množině sjednocení bodů obou úseček.
Problémy při kolmém křížení dvou úseček s přesahem.

Přímá tvorba ze senzorické mapy

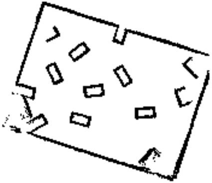
Pro tvrobu geometrické mapy lze použít již vytvořenou senzorickou mapu - mřížku obsazenosti. Postup pro tvorbu geometrické mapy z mřížky obsazenosti:

- segmentace mřížky obsazenosti
- aplikace dilatace a eroze pro odstranění šumu
- nalezení kostry mřížky
- geometrická reprezentace mřížky

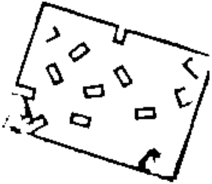
Přímá tvorba ze senzorické mapy



vstupní mřížka

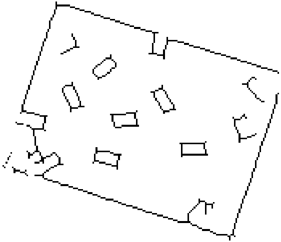


provedení segmentace

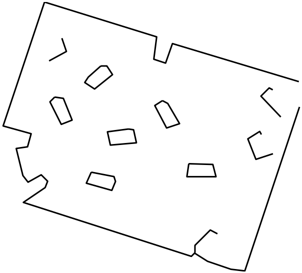


dilatace a eroze

Přímá tvorba ze senzorické mapy



kostra upravené mřížky



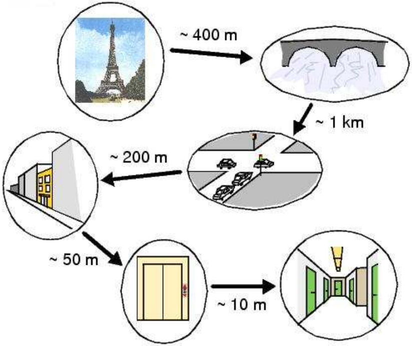
výsledná geometrická mapa
aproximace kostry úsečkami

Topologická mapa

Topologická mapa

Topologická mapa

Mapa je definována stavy a přechody mezi těmito stavy.



Stavba topologické mapy z mřížky obsazenosti

Tvorba topologické mapy podle S. Thrun a A. Buckena:

- segmentace mřížkové mapy
- vytvoření Voronoiho diagramu
- nalezení rozdělujících bodů
- vytvoření rozdělujících úseček
- vytvoření topologické mapy

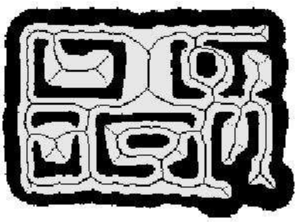
Segmentace mřížkové mapy

- vytvoření dvouhodnotové - binární mřížkové mapy
- nalezení hranice "treshold" pro segmentaci obsazených a volných buněk
- ověřená hodnota pro segmentaci obsazených buněk je 0.75

Voronoi diagram

Pro každý bod volného prostoru definujeme množinu nejbližších bodů k překážce (pokud je bodu více musí být stejně vzdálené)
Definice: Voronoi diagram je množina bodů, jejichž množina nejbližších bodů obsahuje alespoň dva různé body.

Voronoiho diagram pro mřížku (= kostra volného prostoru) lze sestrojit kombinací eroze a dilatace



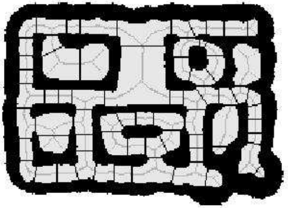
Rozdělující body

Šířkou bodu $S(x, y)$ Voronoiho diagramu nazveme vzdálenost k nejbližší překážce.
Rozdělující body lokálně minimalizují šířku.
Definice: Bod $[x, y]$ je rozdělujícím bodem pokud náleží Voronoiho diagramu a pro každý bod $[x_1, y_1]$ Voronoiho diagramu, takový že vzdálenost $[x, y]$ od $[x_1, y_1]$ je menší ε, platí $S(x, y) \leq S(x_1, y_1)$.

Rozdělující body

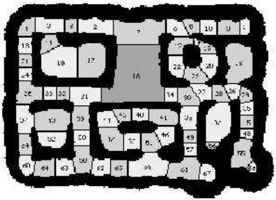
Nalezení rozdělujích bodů:

- pro každý bod Voronoiho diagramu nalezneme jeho šířku $S(x, y)$
- pro každý bod v okolí zjišťujeme minimum a porovnáme s hodnotou šířky



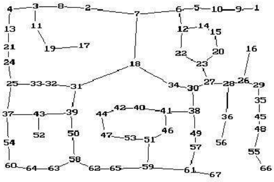
Rozdělující úsečky

Definice: Rozdělující úsečka je spojnice rozdělujícího bodu a nejbližšího obsazeného bodu v mřížce.
Poznámka: Každý rozdělující bod má právě dva nejbližší obsazené body, jinak by to nebyl rozdělující bod.



Topologická mapa

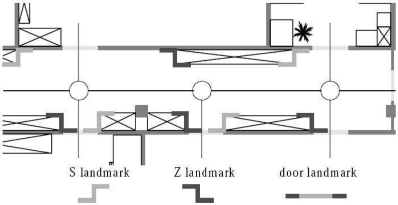
Rozdělující úsečky rozdělují volný prostor na disjunktní části. Každá část je uzlem grafu topologické mapy. Dva uzly topologické mapy jsou spojeny hranou, pokud korespondující oblasti mají společnou rozdělující úsečku.
Jinak: Každá rozdělující úsečka reprezentuje jednu hranu mezi oblastmi, které rozděluje.



Topologická mapa II

Topologická mapa podle ETH Zurich - N. Tomatis

- Vybrané tvarové struktury - S, Z tvary, dveře, stěna
- Každý uzel topologické mapy obsahuje metrické informace o tvarech, které je možné z něj zahlédnout



Topologická mapa II

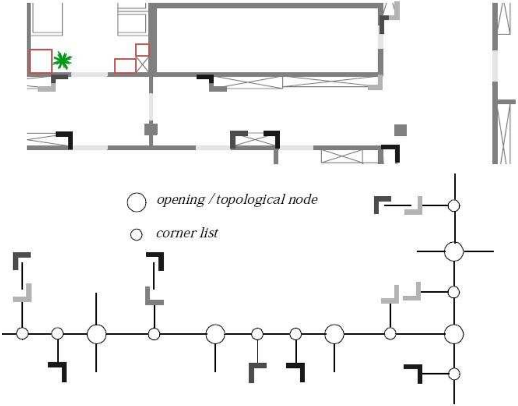
Množina S - množina možných stavů, je zadávána člověkem, nebo stavěna automaticky
Množina A - množina akcí, sloužících pro přechod mezi stavy - sleduj prostředek, sleduj zeď, projeď dveřmi
Funkce $OS(o, s)$ pravděpodobnost nalezení objektu o pokud je robot ve stavu s
Funkce $T(s, a, s')$ pravděpodobnost, že poprovedení akce a přejde robot ze stavu s do stavu s'
Pravděpodobnost, že je robot ve stavu s' je:

$$SE_{s'}(k+1) = \frac{OS(o, s') \sum_{s \in S} T(s, a, s') SE_s(k)}{P(o \mid a, SE(k))}$$

kde $P(o \mid a, SE(k))$ je normalizační koeficient a $SE(k)$ je vektor pravděpodobností o minulém stavu k.

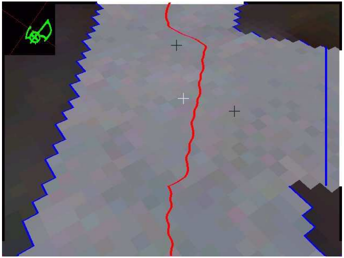
Topologická mapa II

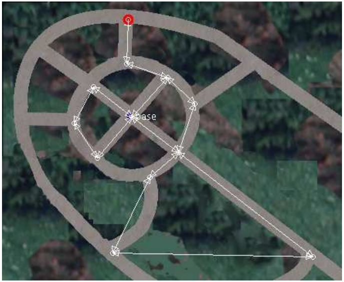
Příklad topologické mapy



Topologická mapa III

Tomáš Krajník a Karel Košnar - topologická mapa venkovního prostředí.
Uzel grafu je křižovatka
Hrana grafu označuje ze které křižovatky je možné dojet na jinou křižovatku - přímo





Symbolická mapa

Symbolická mapa

Symbolická mapa

Přiřazení geometrickým tvarům symbolická jména. Symbolická mapa je přirozeným rozšířením topologické mapy, která abstrahuje konkrétní metrické tvary pomocí grafu. Tento graf je podkladem pro vytvoření symbolické mapy.
Symbolická mapa se skládá z objektů a relací. Objekty jsou jména jednotlivých míst v mapě a názvy objektů v mapě jako stůl, židle, dveře, skříň, člověk, Aleš Novák, apod.
Relace pak definují vztahy mezi těmito objekty. Např. židle je na chodbě, dveře vedou z chodby do počítačové laboratoře.
Relace také definují základní vlastnosti objektů, např. dveře jsou zelené, chodba je 30m dlouhá, apod.

Logická struktura a relace

Symbolická mapa pak umožňuje zadávat dotazy na symbolický svět. Např. Jak se dostanu od vstupu do počítačové laboratoře K130?
Výsledkem dotazu je plán akcí, které musí robot vykonat. Projděte halou, vyjděte schodištěm do prvního patra, zatočte doprava, projděte chodbou až na konec ke dveřím ID=112, otevřete dveře, projděte do počítačové laboratoře.

Implementace

Pro implementaci symbolické mapy se nabízí programovací jazyk PROLOG. Je nutné vytvořit množinu relací, které bude vaše symbolická mapa umožňovat: např. být v, spojovat, apod.
V naší laboratoři bylo implementováno jednoduché učení symbolických map, pomocí klasifikace do jednotlivých tříd a získávání příznaků o objektech. Zatím se ale jedná spíše o začáteční pokusy jak u nás, tak ve světě.