

Mobilní robotika

Modely prostředí I.

RNDr. Petr Štěpán, Ph.D.
stepan@labe.felk.cvut.cz

Skupina mobilní robotiky
Gerstnerova laboratoř
katedra Kybernetiky
České vysoké učení technické v Praze

Modely prostředí 5. března 2008

Obsah

1 Modely prostředí a jejich stavba I.

- Mřížky
- Sonarový model
- Laserový model
- Slučování sonaru a lseru
- Model kamery

Modely prostředí

- senzorická mapa - reprezentace prostředí na nejnižší úrovni abstrakce, využívá přímo senzorická měření - mřížka obsazenosti
- geometrická mapa - reprezentace prostředí geometrickými entitami a jejich vzájemnou polohou
- topologická mapa - grafová reprezentace volných oblastí a jejich vzájemnými vztahy
- symbolická mapa - jména a relace nad mapou, pojmenování objektů a míst v mapě

Vlastnosti a použití modelů prostředí

- senzorická mapa - vhodná pro fúzi senzorů, velká paměťová náročnost
- geometrická mapa - problém extrakce geometrických primitiv přímo ze senzorických dat, složitá fúze geometrických primitiv, menší paměťová náročnost, organizace dat
- topologická mapa - výhodná pro plánování na velkých datech, efektivní reprezentace, složitější tvorba
- symbolická mapa - nadstavba nad topologickou mapou, souvisí s porozuměním řeči, učení robota

Co je mřížka

Mřížka obsazenosti je datová struktura, která rozděluje prostor na pravidelné části - buňky. V případě 2 rozměrné mapy je prostor rozdělen na čtverce, pro 3 rozměrné mapy se prostor dělí na krychle (existuje i dělení na šestiúhelníky, ale v praxi se nepoužívá). Pro každou buňku je uchovávána hodnota, nebo hodnoty, které reprezentují obsazenost, nebo volnost prostoru reprezentovaného dánou buňkou.

Používají se tři základní přístupy:

- Pravděpodobnostní přístup - Bayes
- Věrohodnostní přístup - Dempster-Shaferova teorie
- Fuzzyfikující přístup - fuzzy množiny

Pravděpodobnostní mřížka

Pravděpodobnost obsazení buňky a za podmínky měření r je dána formulí

$$P(s(a) = o | r) = \frac{\sum_{m \in M \wedge s(m_a) = o} P(m|r)}{\sum_{m \in M} P(m|r)},$$

kde M je množina všech možných světů, m_a je buňka odpovídající buňce a ve světě m a $P(m|r)$ je pravděpodobnost světa m při provedeném měření r - kombinatorická exploze

Zjednodušující předpoklady:

- buňky jsou na sobě nezávislé
 - $P(s(a) = v) = 1 - P(s(a) = o)$

Pravděpodobnostní mřížka

Fúze nového měření do mřížky

$$P(s(a) = o|r) = \frac{p(r|s(a) = o)P(s(a) = o)}{p(r|s(a) = o)P(s(a) = o) + p(r|s(a) = v)P(s(a) = v)}$$

kde $P(s(a) = o|r)$ hodnota v mřížce obsazenosti po přidání nového měření r

$p(r|s(a) = o)$ je model senzoru

$P(s(a) = o)$ je předchozí hodnoty buňky v mřížce obsazenosti

Pravděpodobnostní mřížka

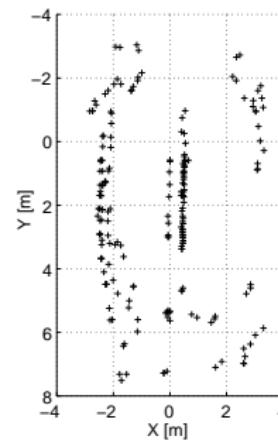
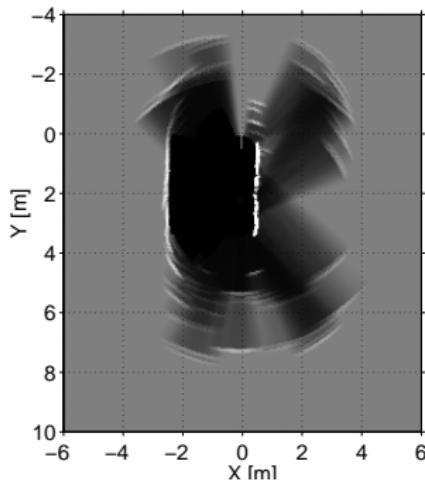
Hustota pravděpodobnosti $p(r|s(a) = o)$ je definována pomocí modelu senzoru následující rovnicí:

$$p(r|s(a) = o) = \frac{1 + \text{model}_O^r(\alpha, d) - \text{model}_V^r(\alpha, d)}{2},$$

kde (α, d) jsou polární souřadnice buňky a v souřadné soustavě senzoru a r je naměřená vzdálenost senzoru.

Pravděpodobnostní mřížka

Ukázka výsledku mřížky obsazenosti na sonarových datech. Mřížka má mírně "proděravěné" zdi, které je nutné odstranit následným zpracováním mřížky před jejím dalším použitím. Informace o tvaru vzdálených překážek je neurčitá.



Dempster-Shaffer mřížka

Základní množina stavů je tedy dvouprvková $\Omega = \{V, O\}$ a množina všech případů je definovaná jako $\Lambda = 2^{\Omega} = \{\emptyset, V, O, \{V, O\}\}$.

Míra důvěry v obsazenost jedné buňky je určena pomocí základního pravděpodobnostního přiřazení p všem prvkům množiny Λ , $p : \Lambda \rightarrow <0, 1>$ a musí platit:

$$p(\emptyset) = 0$$

$$\sum_{A \in \Lambda} p(A) = 1$$

Dempster-Shaffer mřížka

Z toho můžeme vyjádřit míru důvěry v obsazenost, nebo volnost:

$$Bel(\{V\}) = \sum_{A \in \Lambda, A \subset \{V\}} p(A) = p(\{V\});$$

$$Bel(\{O\}) = \sum_{A \in \Lambda, A \subset \{O\}} p(A) = p(\{O\});$$

Často se počítá také plausibilita, pro kterou platí

$PI(A) = 1 - Bel(\bar{A})$. Míru plausibility lze spočítat ze základního pravděpodobnostního přiřazení:

$$PI(\{V\}) = \sum_{A \in \Lambda, A \cap \{V\} \neq \emptyset} p(A) = 1 - p(\{O\})$$

$$PI(\{O\}) = \sum_{A \in \Lambda, A \cap \{O\} \neq \emptyset} p(A) = 1 - p(\{V\})$$

Dempster-Shaffer mřížka

Při inicializaci mřížky je přiřazení $p(\{V\}) = 0$ a $p(\{O\}) = 0$.

Integrace nového měření podle Dempsterova pravidla:

$$p(A) = \frac{\sum_{B,C \in \Lambda, B \cap C = A} p^1(B)p^2(C)}{1 - \sum_{B,C \in \Lambda, B \cap C = \emptyset} p^1(B)p^2(C)}$$

$$p^N(\{V\}) = \frac{p(\{V\})p^r(\{V\}) + p(\{V\})p^r(\{V, O\}) + p(\{V, O\})p^r(\{V\})}{1 - p(\{V\})p^r(\{O\}) - p(\{O\})p^r(\{V\})}$$

$$p^N(\{O\}) = \frac{p(\{O\})p^r(\{O\}) + p(\{O\})p^r(\{V, O\}) + p(\{V, O\})p^r(\{O\})}{1 - p(\{V\})p^r(\{O\}) - p(\{O\})p^r(\{V\})}$$

kde p odpovídá stavu buňky mřížky před přidáním měření, p^r odpovídá stavu buňky aktuálního měření, p^N je výsledek po fúzi.

Dempster-Shaffer mřížka

Základní pravděpodobnostní přiřazení je definováno pomocí zavedených funkcí modelu senzoru $model_O^r$ a $model_V^r$ následujícím způsobem:

$$\begin{aligned} p^r(\{O\}) &= model_O^r(\alpha, d) \\ p^r(\{V\}) &= model_V^r(\alpha, d), \end{aligned}$$

kde (α, d) jsou souřadnice zkoumané buňky v souřadné soustavě senzoru a r je naměřená vzdálenost senzoru.

Pro ostatní algoritmy je potřeba vytvořit mřížku s jednou hodnotou, charakterizující obsazenost a volnost. Lze použít pignistickou operaci, kdy výslednou hodnotu definuje

$$\begin{aligned} \tilde{X}(\{O\}) &= \frac{1}{2}(Bel_x(\{O\}) + Pl_x(\{O\})) \\ &= \frac{1}{2}(1 + p(\{O\}) - p(\{V\})) \end{aligned}$$

Dempster-Shaffer mřížka

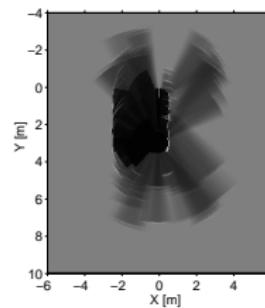
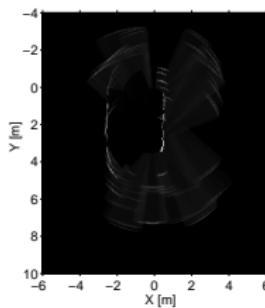
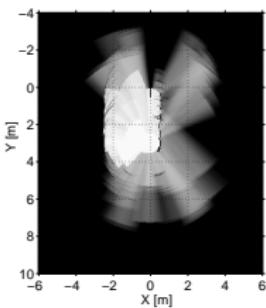
Tento postup předpokládá porovnatelnost měr obsazenosti a volnosti. Ukazuje se, že je potřeba použít koeficientu k , pomocí něhož upravíme výpočet výsledné hodnoty na následující vztah:

$$\tilde{X}(\{O\}) = \frac{1}{2} (1 + k \cdot p(\{O\}) - p(\{V\})) ,$$

kde k je definováno jako poměr citlivosti obou měr, tedy jako $k = \frac{k_o - 0.5}{0.5 - k_v}$, kde k_o je mez získaná pro obsazenost a k_v je mez segmentace volnosti. Tyto hodnoty byly experimentálně stanoveny na $k_o = 0.76$ a $k_v = 0.15$ je koeficient $k \approx 0.74$.

Dempster-Shaffer mřížka

Ukázka výsledku mřížky obsazenosti na stejných sonarových datech jako u Bayesovy mřížky. Mřížka má méně výrazné zdi, ale použitelné pro strojové zpracování. Lidský názor na kvalitu mřížky se může lišit od "robotického" názoru.



Fuzzy mřížka

Fuzzy množina volných buněk V a fuzzy množina obsazených O , definovaná funkci příslušnosti $\mu_O(\alpha, \delta)$, resp. $\mu_V(\alpha, \delta)$, pro buňku, jejíž polární souřadnice vzhledem k senzoru jsou (α, δ) .

$$\begin{aligned}\mu_O(\alpha, \delta) &= model_O^r(\alpha, \delta) \\ \mu_V(\alpha, \delta) &= model_V^r(\alpha, \delta)\end{aligned}$$

Fuzzy mřížka

Operace průniku dvou fuzzy množin, často také zvaná t-norma, je funkce $i : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, která musí zachovávat okrajovou podmínu ($i(x, 1) = x$), monotónnost ($y \leq z \Rightarrow i(x, y) \leq i(x, z)$) a asociativitu ($i(x, i(y, z)) = i(i(x, y), z)$). Funkce průniku používaná v mřížkách obsazenosti je nejčastěji definovaná jako součin, tedy:

$$i(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$$

Funkce doplňku množiny bývá implementována jako doplněk do 1, tedy pomocí následující rovnice:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Fuzzy mřížka

Sjednocení je duální operací k operaci průnik vzhledem k doplňku, neboť podle DeMorganova pravidla platí:

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \quad \text{a} \quad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

Funkce sjednocení, také nazývaná t-konorma a je definována jako:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$$

Fuzzy mřížka

Hodnoty funkcí příslušnosti k jednotlivým množinám jsou při inicializaci mřížky nastaveny na 0. Pro výpočet nové hodnoty μ_O^n , resp. μ_V^n , pomocí slučování nového měření μ_O^r , resp. μ_V^r , se starou hodnotou uloženou v mřížce obsazenosti μ_O^s , resp. μ_V^s , jsou použita následující pravidla :

$$\begin{aligned}\mu_O^n(\alpha, \delta) &= \mu_O^r(\alpha, \delta) + \mu_O^s(\alpha, \delta) - \mu_O^r(\alpha, \delta)\mu_O^s(\alpha, \delta) \\ \mu_V^n(\alpha, \delta) &= \mu_V^r(\alpha, \delta) + \mu_V^s(\alpha, \delta) - \mu_V^r(\alpha, \delta)\mu_V^s(\alpha, \delta)\end{aligned}$$

POZOR: Hodnoty funkcí příslušnosti jsou při integraci měření pouze rostoucí.

Fuzzy mřížka

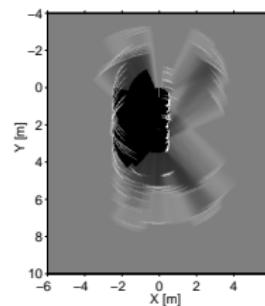
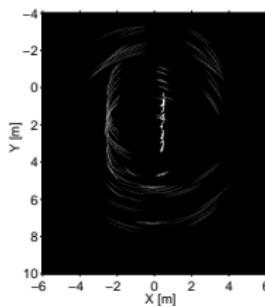
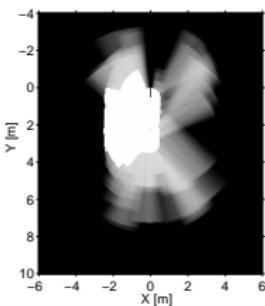
Množinu sporných buněk označíme S a definujeme ji jako $S = O \cap V$. Množina neprozkoumaných buněk N je definována jako $N = \bar{O} \cap \bar{V}$.

Výsledné ohodnocení mřížky obsazenosti:

$$\begin{aligned}U &= \overline{(V \cap \bar{O} \cap \bar{S}) \cup \bar{N}} \\P_a(O) &= \mu_U(a)\end{aligned}$$

Fuzzy mřížka

Ukázka výsledku mřížky obsazenosti na stejných sonarových datech jako u D-S a Bayesovy mřížky. Mřížka má výrazné zdi, téměř bez poruch. Horší detekce volného místa u vzdálené stěny.

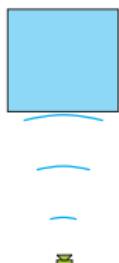


Modely senzorů

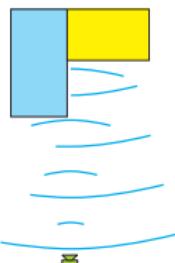
Modely senzorů

Model sonaru

Problematické chování sonarového hloubkoměru klade velký důraz na statistické zpracování dat ze sonaru.



Sonar



Sonar

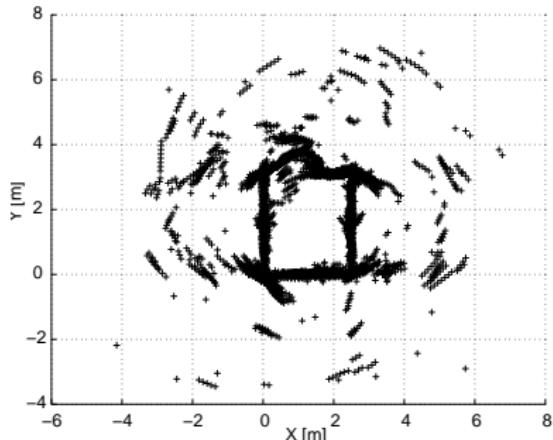


Sonar

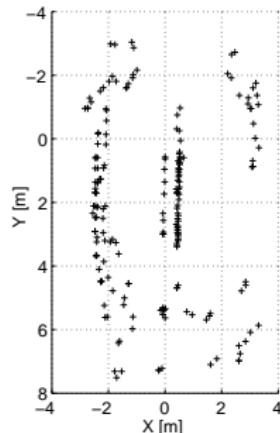
Modrá překážka pohlcuje
ultrazvuk, žlutá překážka jej
odráží

Překážka ultrazvuk odráží, ale
nerozptyluje.

Sonarová data - příklady



Komplikované odrazivé prostředí

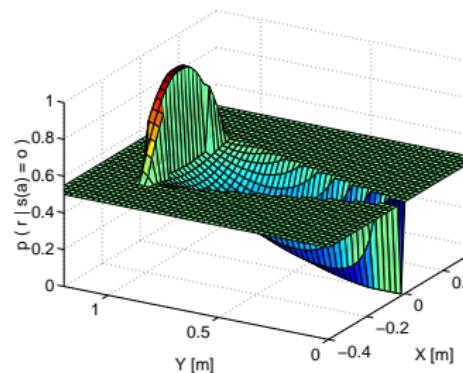


Příklad chodby

Elfesův model sonarů

Elfes první zavedl mřížky a na základě ideálního senzoru odvodil model sonaru. Model je definován základní charakteristikou senzoru, kterou je šířka vysílaného signálu Ψ a přesnost měření senzoru ϵ . Model pro změřenou vzdálenost r je popsán následujícími rovnicemi:

$$\begin{aligned} model_v^r(\delta, \phi) &= V_r(\delta) A_n(\phi) \\ model_o^r(\delta, \phi) &= O_r(\delta) A_n(\phi) \end{aligned}$$



Kvadratický model sonarů.

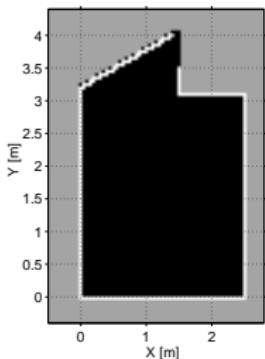
Elfesův model sonarů

$$V_r(\delta) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{\delta}{r}\right)^2, & \text{pro } \delta \in <0, r - \epsilon> \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

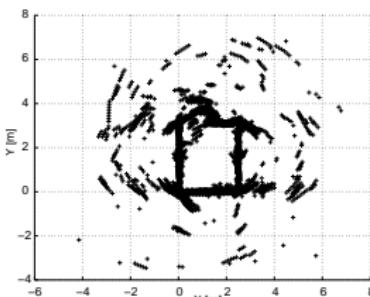
$$O_r(\delta) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{\delta-r}{\epsilon}\right)^2, & \text{pro } \delta \in <r - \epsilon, r + \epsilon> \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

$$A_n(\phi) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{2\phi}{\Psi}\right)^2, & \text{pro } \phi \in \left<-\frac{\Psi}{2}, \frac{\Psi}{2}\right> \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

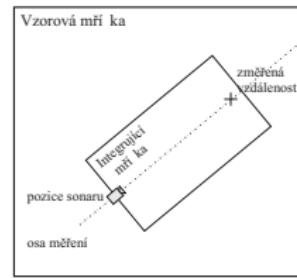
Statistická analýza sonaru



Vzorová mřížka
prostředí vytvořená
pro ověření
sonarového modelu.

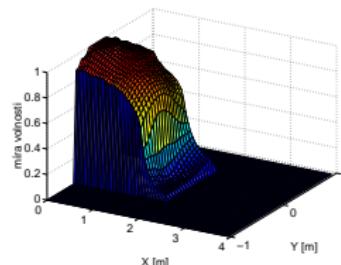
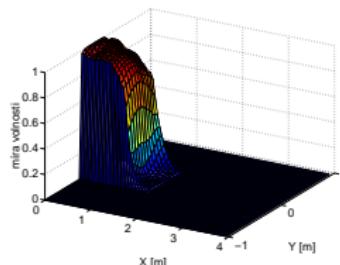
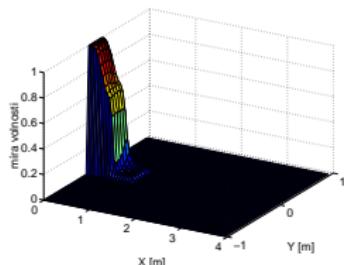


Data pro ověření
modelu sonaru.



Integrace měření
pomocí známé mapy
prostředí a integrační
mřížky.

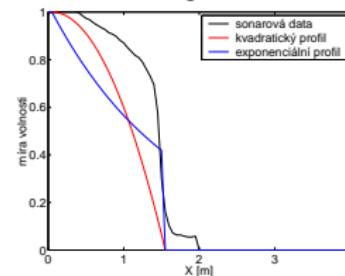
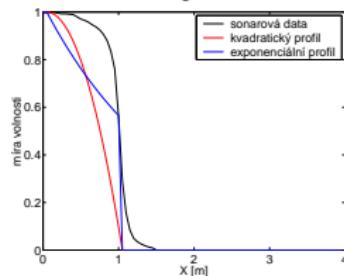
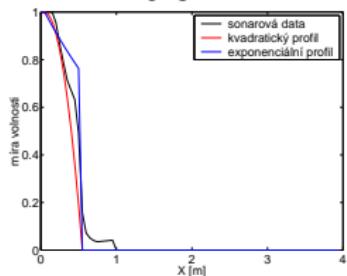
Statistická analýza sonaru



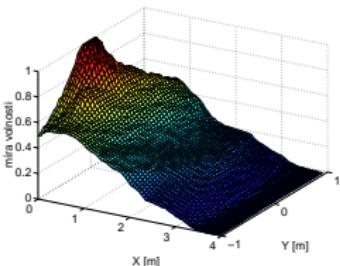
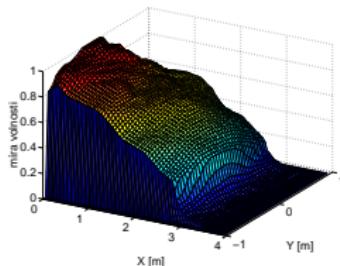
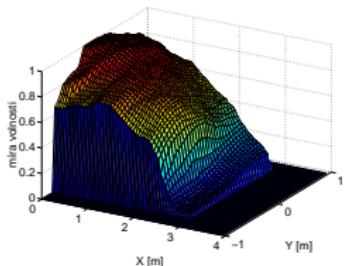
0.5m

1.0m

1.5m



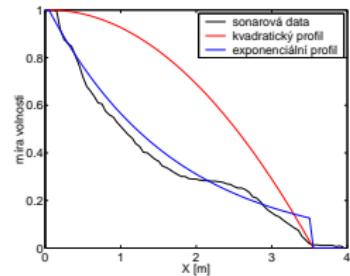
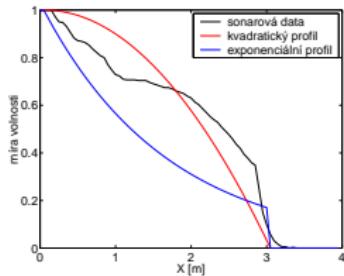
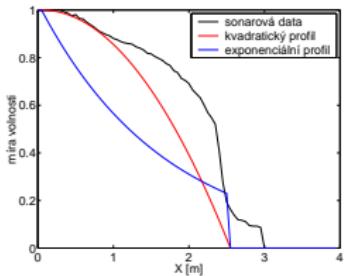
Statistická analýza sonaru



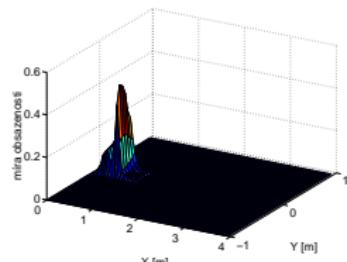
2.5m

3.0m

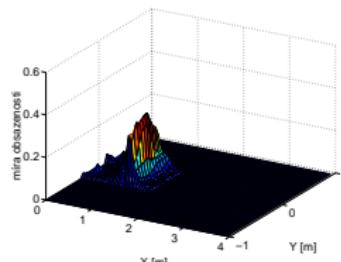
3.5m



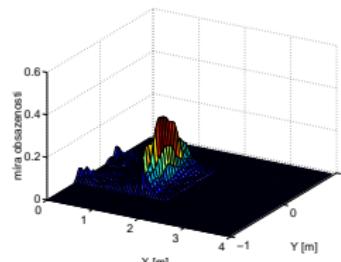
Statistická analýza sonaru



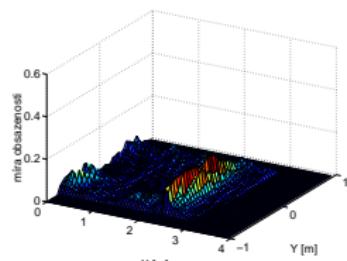
0.5m



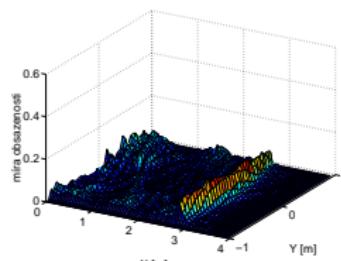
1.0m



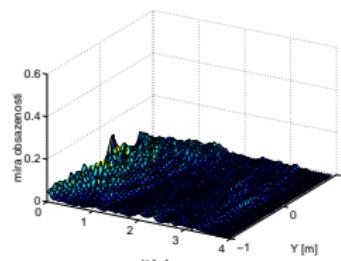
1.5m



2.5m



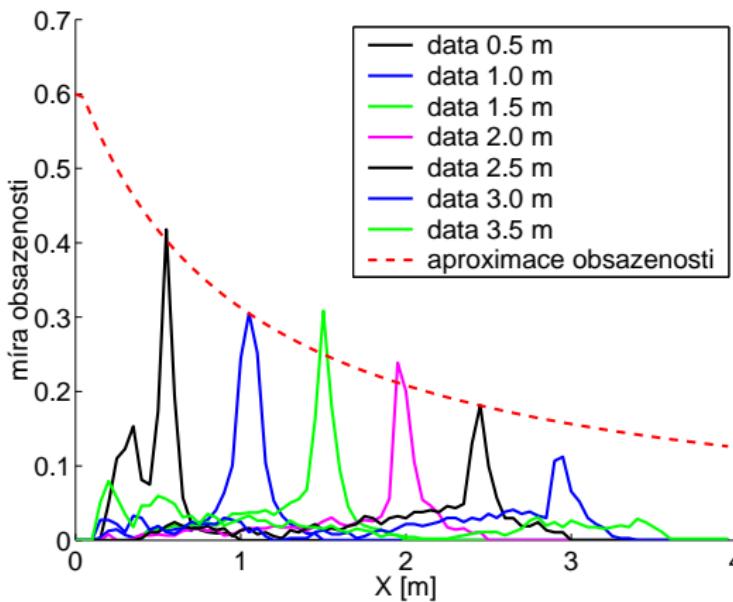
3.0m



3.5m

Statistická analýza sonaru

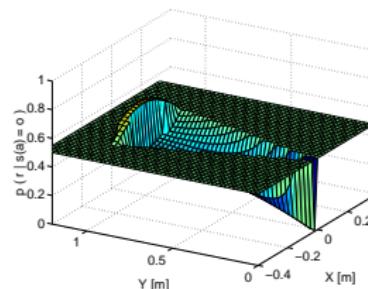
Řez mírou obsazenosti pro jednotlivé vzdálenosti



Exponenciální modely sonaru

Přesněji je model senzoru definován následujícími rovnicemi:

$$\begin{aligned}model_v^r(\delta, \phi) &= V_r^n(\delta) A_n(\phi) \\model_o^r(\delta, \phi) &= O_r^n(\delta) A_n(\phi)\end{aligned}$$



Exponenciální model
sonarů

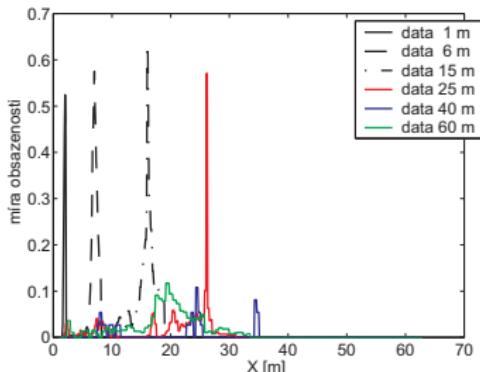
Exponenciální model sonaru

$$V_r(\delta) = \begin{cases} e^r, & \text{pro } \delta \in <0, r - \epsilon> \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

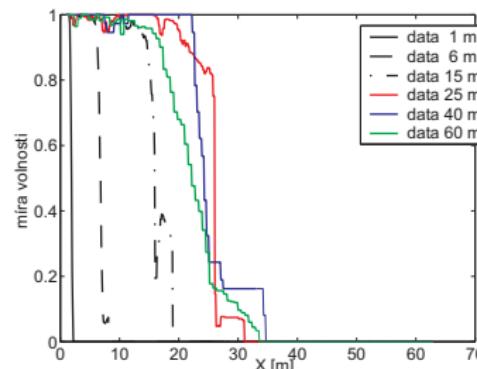
$$O_r(\delta) = \begin{cases} \left(\frac{1}{r}\right) \left(1 - \left(\frac{\delta-r}{\epsilon}\right)^2\right), & \text{pro } \delta \in <r - \epsilon, r + \epsilon> \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

Model laserového hloubkoměru

Statistická analýza laserové hloubkoměru



Míra obsazenosti pro laserový hloubkoměr.



Míra volnosti pro laserový hloubkoměr.

Model laserového hloubkoměru

Model laserového hloubkoměru pouze filtruje hodnoty měření větší než $30m$:

$$model_v^r(\delta) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{\delta}{r-\epsilon}\right)^2, & \text{pro } \delta \in <0, r-\epsilon> \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

$$model_o^r(\delta) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{\delta-r}{\epsilon}\right)^2, & \text{pro } r < 30m \wedge \delta \in <r-\epsilon, r+\epsilon> \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

Slučování dat od sonaru a laseru

Slučování dat z laserů a sonarů:

- normální použití slučovacích pravidel
- dvě oddělené mřížky a následné slučování:
 - normálním použitím slučovacích pravidel
 - upřednostněním obsazenosti buněk
 - zohledněním přesnosti senzorů

Upřednostnění obsazených buněk

Výsledná pravděpodobnost obsazenosti buňky bude vytvářena podle následujících pravidel:

- pokud je alespoň jedna buňka s určitostí obsazená, je výsledná buňka obsazená
- jinak je výsledek dán poměrem míry volnosti a obsazenosti odpovídajících buněk.

Upřednostnění je dáno předzpracováním integrovaných dat:

$$P_u(s(a) = o) = \begin{cases} 1 & , \text{ pro } P(s(a) = o) > 0.75 \\ P(s(a) = o) \cdot 2 - \frac{1}{2} & , \text{ pro } P(s(a) = o) \in < 0.5, 0.75 \\ P(s(a) = o) & , \text{ jinak} \end{cases}$$

Upřednostnění obsazených buněk

Dempster-shafer

$$\begin{aligned} p^N(\{O\}) &= p^1(\{O\}) + p^2(\{O\}) - p^1(\{O\})p^2(\{O\}) \\ p^N(\{V\}) &= p^1(\{V\})p^2(\{V\}) + p^1(\{V\})p^2(\{V, O\}) + \\ &\quad p^1(\{V, O\})p^2(\{V\}) \end{aligned}$$

Fuzzy přístup upřednostňuje obsazené buňky ze svého principu.

Zohlednění přesnosti senzorů

Nechť konstanta mez označuje nepřesnost druhého senzoru v počtu buněk. Pokud označíme $P^1(s(a_{i,j}) = o)$ pravděpodobnost obsazení buňky (i,j) podle přesného senzoru, $P^2(s(a_{i,j}) = o)$ pravděpodobnost obsazení buňky (i,j) podle méně přesného senzoru a P_{mez} hranici pro uznání obsazenosti buňky.

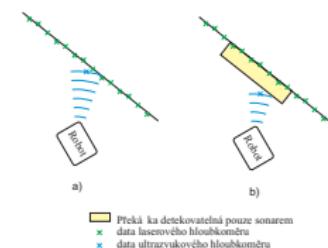
$$P_{MAX}^1(o(a_{x,y}) = o) = \max_{x-mez \leq i \leq x+mez, y-mez \leq j \leq y+mez} P^1(s(a_{i,j}) = o)$$

Zohlednění přesnosti senzorů

$$P_{x,y}^N(\{O\}) = \begin{cases} \frac{P^1(s(a_{x,y})=o)P^2(s(a_{x,y})=o)}{P^1(s(a_{x,y})=o)P^2(s(a_{x,y})=o)+P^1(s(a_{x,y})=v)P^2(s(a_{x,y})=v)}, & \text{pokud } P_{MAX}^1(o(a_{x,y}) = o) < P_{mez} \\ P^1(s(a_{x,y}) = o), & \text{jinak} \end{cases}$$

Filtrace sonarových dat podle laseru

- $sonar \geq laser$ měření sonarů je méně přesné, při slučování pouze měření
- $sonar \ll laser$ může být způsobeno šírkou signálu sonaru, je třeba porovnat naměřenou vzdálenost sonaru s minimem naměřeným laserovým hloubkoměrem ve vyzařovacím úhlu signálu ultrazvukového hloubkoměru. Pokud je minimum hodnot laserového hloubkoměru větší o velikost minimální překážky než naměřená vzdálenost sonaru, pak sonarové měření přináší novou informaci o prostředí.



Pouze měření na obrázku b) přináší novou informaci.

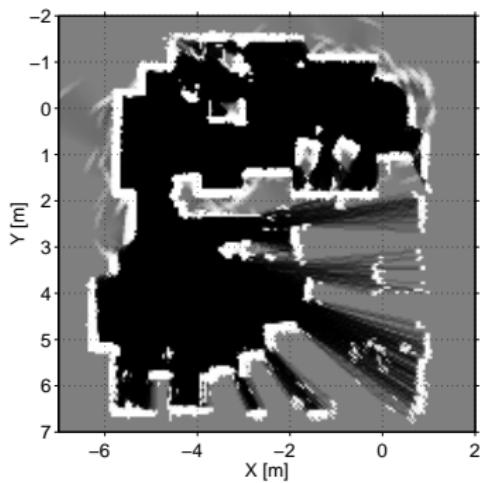
Filtrace sonarových dat podle laseru

Nechť s je měření sonarového hloubkoměru, $\{l_i\}_{i=0}^{mez}$ jsou měření laserového hloubkoměru v oblasti signálu sonarového hloubkoměru a $min_{prekazka}$ je velikost minimální překážky, pak lze uvedený filtr formálně popsat následujícím způsobem:

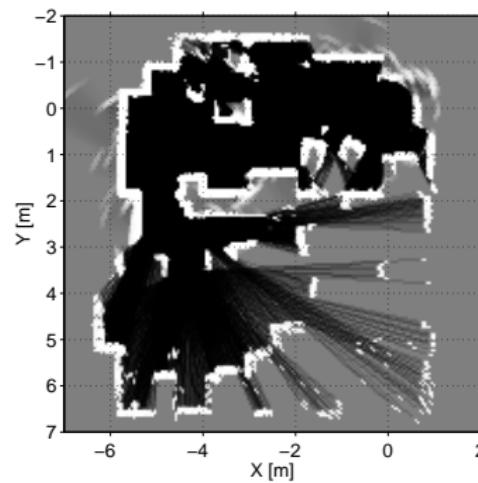
$s < \min_{0 \leq i \leq mez}(l_i) - min_{prekazka}$, integruje pouze měření s

jinak se integrují všechna měření $\{l_i\}_{i=0}^{mez}$

Slučování pomocí jediné mřížky obsazenosti

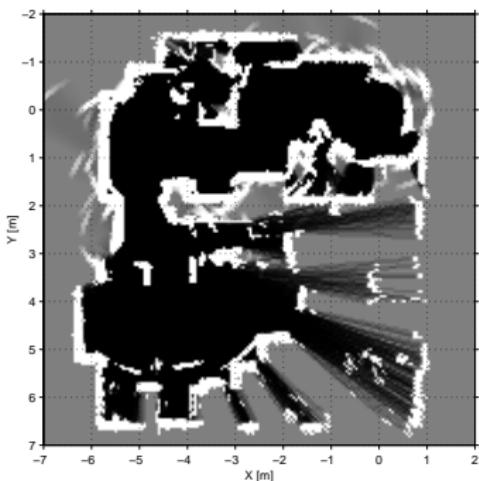


Data bez filtrace

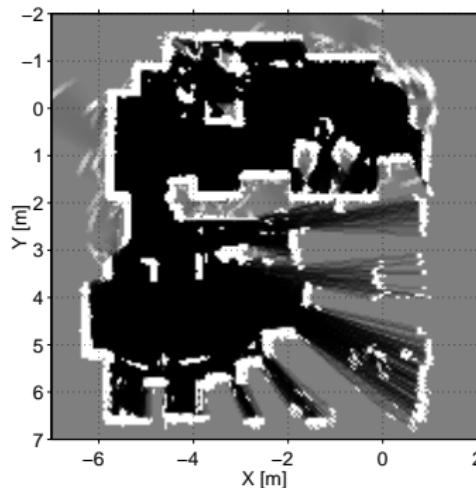


Data s provedenou filtrace

Slučování pomocí dvou mřížek obsazenosti

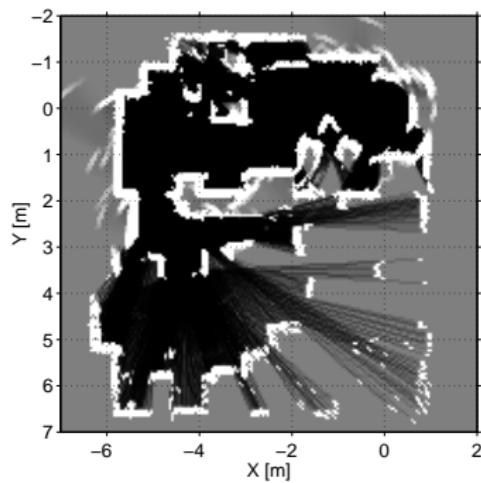


Data bez filtrace

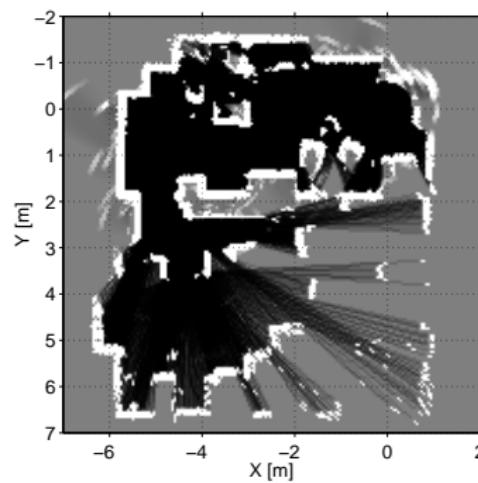


Data bez filtrace a slučování pomocí
dvou různě přesných senzorů

Slučování pomocí dvou mřížek obsazenosti



Data s použitím filtru



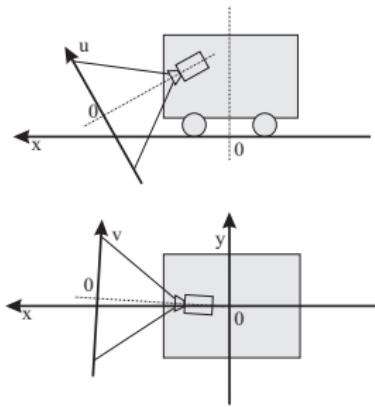
Filtru a zohlednění přesnosti

Model kamery

Vlastní tvorba mřížky obsazenosti pomocí dat z barevné kamery se skládá z následujících kroků:

- inverzní perspektivní zobrazení převede obraz z kamery do souřadného systému robotu
- přiřazení míry obsazenosti podle detekované barvy
- úprava mřížky s využitím informace o viditelnosti objektů

Model kamery



Souřadné systémy robotu a kamery.

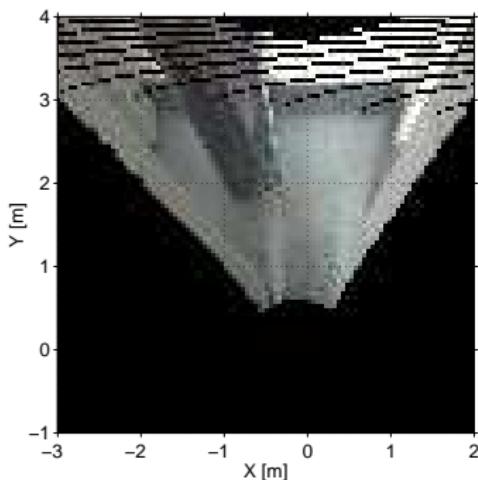
Model kamery

Výsledný model barevné kamery je určen následujícími rovnicemi:

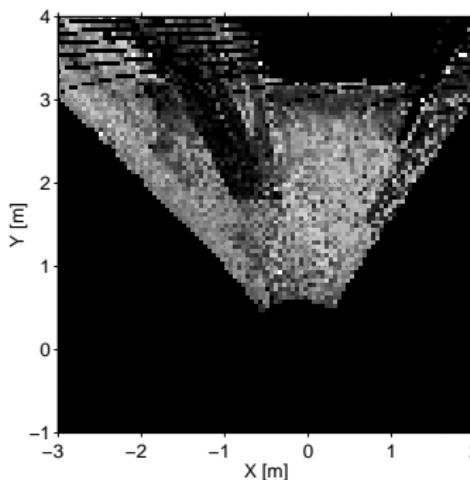
$$model_V(h, s, v) = \begin{cases} \frac{volno(h, s, v)}{volno(h, s, v) + obsazeno(h, s, v)} & , \text{ pokud } volno(h, s, v) + \\ & obsazeno(h, s, v) > 0 \\ 0 & , \text{jinak} \end{cases}$$

$$model_O(h, s, v) = 1 - model_V(h, s, v)$$

Model kamery



Obraz z barevné kamery
transformovaný do souřadnic
robotu



Mřížka obsazenosti

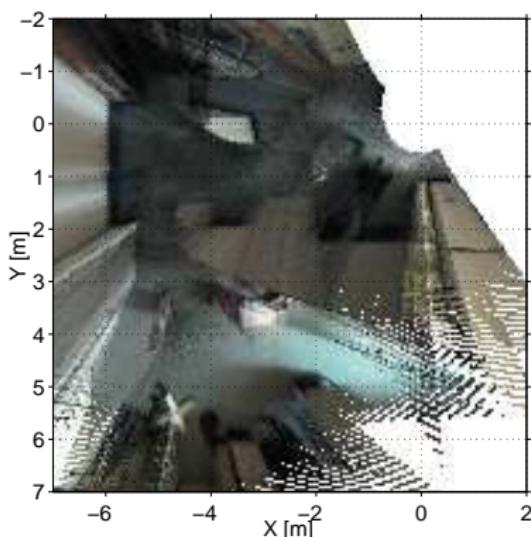
Model kamery

Akumulovaná míra volnosti je definována rekurzivně pomocí následující rovnice:

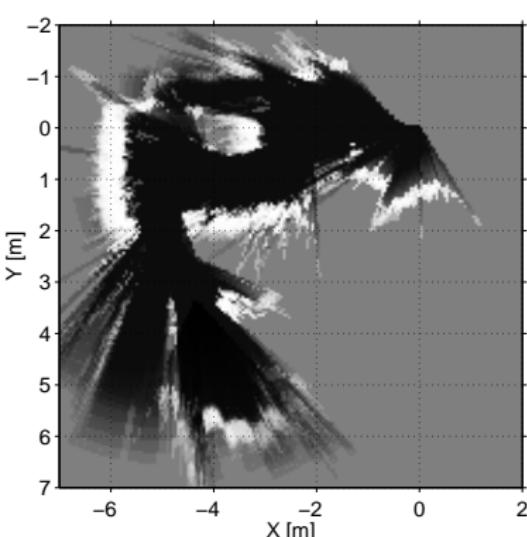
$$P_{Acc}(A \cup \{a\}) = \frac{P(s(a)=o)P_{Acc}(A)}{P(s(a)=o)P_{Acc}(A)+(1-P(s(a)=o))(1-P_{Acc}(A))},$$

kde A je množina buněk od buňky a směrem ke kameře.

Příklady mřížek obsazenosti z kamery



Superpozice dat z kamery
převedených do roviny podlahy



Výsledná mřížka obsazenosti
vytvořená z dat z kamery