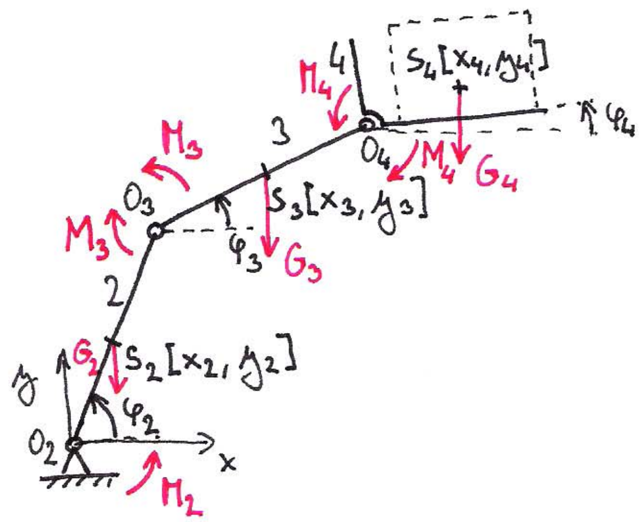


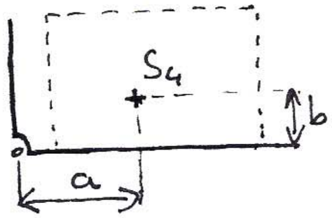
Fyzikální souřadnice:

$$s = [x_2, y_2, \varphi_2, x_3, y_3, \varphi_3, x_4, y_4, \varphi_4]$$

Stupně volnosti:

$$i = 3(4-1) - 2 \cdot 3 = 9 - 6 = 3^\circ \text{ volnosti}$$

Vazbové podmínky:



$$O_2: \quad x_2 - l_2 \cdot \cos\varphi_2 = 0 \qquad : f_1$$

$$y_2 - l_2 \cdot \sin\varphi_2 = 0 \qquad : f_2$$

$$O_3: \quad x_2 + l_2 \cdot \cos\varphi_2 - x_3 + l_3 \cdot \cos\varphi_3 = 0 \qquad : f_3$$

$$y_2 + l_2 \cdot \sin\varphi_2 - y_3 + l_3 \cdot \sin\varphi_3 = 0 \qquad : f_4$$

$$O_4: \quad x_3 + l_3 \cdot \cos\varphi_3 - x_4 + a \cdot \cos\varphi_4 - b \cdot \sin\varphi_4 = 0 \qquad : f_5$$

$$y_3 + l_3 \cdot \sin\varphi_3 - y_4 + a \cdot \sin\varphi_4 + b \cdot \cos\varphi_4 = 0 \qquad : f_6$$

Kinetická energie:

$$E_k(s) = \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{1}{2} I_{2S_2} \cdot \dot{\varphi}_2^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} m_3 (\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2) + \frac{1}{2} I_{3S_3} \cdot \dot{\varphi}_3^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} m_4 (\dot{x}_4^2 + \dot{y}_4^2) + \frac{1}{2} I_{4S_4} \cdot \dot{\varphi}_4^2$$

Zobecněné síly:

$$\sum_i Q_i \delta s_i = -G_2 \delta y_2 - G_3 \delta y_3 - G_4 \delta y_4 + M_2 \delta\varphi_2 + M_3 \delta\varphi_3 + M_4 \delta\varphi_4 - M_3 \delta\varphi_2 - M_4 \delta\varphi_3$$

$$= -G_2 \delta y_2 - G_3 \delta y_3 - G_4 \delta y_4 + M_2 \delta\varphi_2 + M_3 (\delta\varphi_3 - \delta\varphi_2) + M_4 (\delta\varphi_4 - \delta\varphi_3)$$

$$\text{LEMT}: \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{s}_j}\right) - \frac{\partial E_k}{\partial s_j} = Q_j + \sum_{k=1}^{r} \lambda_k \frac{\partial f_k}{\partial s_j}$$

	$\frac{\partial}{\partial x_2}$	$\frac{\partial}{\partial y_2}$	$\frac{\partial}{\partial \varphi_2}$	$\frac{\partial}{\partial x_3}$	$\frac{\partial}{\partial y_3}$	$\frac{\partial}{\partial \varphi_3}$	$\frac{\partial}{\partial x_4}$	$\frac{\partial}{\partial y_4}$	$\frac{\partial}{\partial \varphi_4}$
f_1	1	$\emptyset$	$l_2 \sin\varphi_2$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
f_2	$\emptyset$	1	$-l_2 \cos\varphi_2$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
f_3	1	$\emptyset$	$-l_2 \sin\varphi_2$	-1	$\emptyset$	$-l_3 \sin\varphi_3$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
f_4	$\emptyset$	1	$l_2 \cos\varphi_2$	$\emptyset$	-1	$l_3 \cos\varphi_3$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
f_5	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	1	$\emptyset$	$-l_3 \sin\varphi_3$	-1	$\emptyset$	$-a\cdot\sin\varphi_4 - b\cdot\cos\varphi_4$
f_6	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	1	$l_3 \cos\varphi_3$	$\emptyset$	-1	$a\cdot\cos\varphi_4 - b\cdot\sin\varphi_4$

Pohybové rovnice:

$$m_2 \ddot{x}_2 = \lambda_1 + \lambda_3$$

$$m_2 \ddot{y}_2 = \lambda_2 + \lambda_4 - G_2$$

$$I_{2S_2} \ddot{\varphi}_2 = \lambda_1 l_2 \sin\varphi_2 - \lambda_2 l_2 \cos\varphi_2 - \lambda_3 l_2 \sin\varphi_2 + \lambda_4 l_2 \cos\varphi_2 + M_2 - M_3$$

$$m_3 \ddot{x}_3 = -\lambda_3 + \lambda_5$$

$$m_3 \ddot{y}_3 = -\lambda_4 + \lambda_6 - G_3$$

$$I_{3S_3} \ddot{\varphi}_3 = -\lambda_3 l_3 \sin\varphi_3 + \lambda_4 l_3 \cos\varphi_3 - \lambda_5 l_3 \sin\varphi_3 + \lambda_6 l_3 \cos\varphi_3 + M_3 - M_4$$

$$m_4 \ddot{x}_4 = -\lambda_5$$

$$m_4 \ddot{y}_4 = -\lambda_6 - G_4$$

$$I_{4S_4} \ddot{\varphi}_4 = -\lambda_5(a\cdot\sin\varphi_4 + b\cdot\cos\varphi_4) + \lambda_6(a\cdot\cos\varphi_4 - b\cdot\sin\varphi_4) + M_4$$

Inverzní dynamická úloha:

předepsáno: $\varphi_2(t)$, $\varphi_3(t)$, $\varphi_4(t)$

určit: $M_1, M_2, M_3, \lambda_1 \dots \lambda_6$

kinematika

$$x_2 = l_2 \cos\varphi_2 \quad , \dot{x}_2 = -l_2 \sin\varphi_2 \cdot \dot{\varphi}_2 \, , \ddot{x}_2 = -l_2(\cos\varphi_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2 + \sin\varphi_2 \cdot \ddot{\varphi}_2)$$

$$y_2 = l_2 \sin\varphi_2 \quad , \dot{y}_2 = l_2 \cos\varphi_2 \cdot \dot{\varphi}_2 \, , \ddot{y}_2 = l_2(-\sin\varphi_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2 + \cos\varphi_2 \cdot \ddot{\varphi}_2)$$

$$x_3 = 2l_2 \cos\varphi_2 + l_3 \cos\varphi_3 \rightarrow \ddot{x}_3 = -2l_2(\cos\varphi_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2 + \sin\varphi_2 \cdot \ddot{\varphi}_2) - l_3(\cos\varphi_3 \cdot \dot{\varphi}_3^2 + \sin\varphi_3 \cdot \ddot{\varphi}_3)$$

$$y_3 = 2l_2 \sin\varphi_2 + l_3 \sin\varphi_3 \rightarrow \ddot{y}_3 = 2l_2(-\sin\varphi_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2 + \cos\varphi_2 \cdot \ddot{\varphi}_2) + l_3(-\sin\varphi_3 \cdot \dot{\varphi}_3^2 + \cos\varphi_3 \cdot \ddot{\varphi}_3)$$

$$x_4 = 2l_2 \cos\varphi_2 + 2l_3 \cos\varphi_3 + a \cos\varphi_4 - b \sin\varphi_4$$

$$\rightarrow \ddot{x}_4 = -2l_2(\cos\varphi_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2 + \sin\varphi_2 \cdot \ddot{\varphi}_2) - 2l_3(\cos\varphi_3 \cdot \dot{\varphi}_3^2 + \sin\varphi_3 \cdot \ddot{\varphi}_3) - a(\cos\varphi_4 \cdot \dot{\varphi}_4^2 + \sin\varphi_4 \cdot \ddot{\varphi}_4) -$$
$$- b(-\sin\varphi_4 \cdot \dot{\varphi}_4^2 + \cos\varphi_4 \cdot \ddot{\varphi}_4)$$

$$y_4 = 2l_2 \sin\varphi_2 + 2l_3 \sin\varphi_3 + a \sin\varphi_4 + b \cos\varphi_4$$

$$\rightarrow \ddot{y}_4 = 2l_2(-\sin\varphi_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2 + \cos\varphi_2 \cdot \ddot{\varphi}_2) + 2l_3(-\sin\varphi_3 \cdot \dot{\varphi}_3^2 + \cos\varphi_3 \cdot \ddot{\varphi}_3) + a(-\sin\varphi_4 \cdot \dot{\varphi}_4^2 + \cos\varphi_4 \cdot \ddot{\varphi}_4) -$$
$$- b(\cos\varphi_4 \cdot \dot{\varphi}_4^2 + \sin\varphi_4 \cdot \ddot{\varphi}_4)$$

$$\rightarrow \quad \underline{M} \cdot \underline{a} = \underline{D} \cdot \underline{R} + \underline{Q}$$

$, \underline{R} = [\lambda_1, \dots \lambda_6, M_1, M_2, M_3]^T$

$\underline{Q} = [\emptyset, -G_2, \emptyset, \emptyset, -G_3, \emptyset, \emptyset, -G_4, \emptyset]^T$

$\underline{M} = \mathrm{diag}(m_2, m_2, I_{2S_2}, m_3 \dots m_4, I_{4S_4})$

$\underline{a} = [\ddot{x}_2, \ddot{y}_2, \ddot{\varphi}_2, \dots \ddot{y}_4, \ddot{\varphi}_4]^T$

$\underline{D}\ [9 \times 9]$ ... matice koeficientů

$$\underline{R} = \underline{D}^{-1} \cdot (\underline{M} \cdot \underline{a} - \underline{Q})$$

pozn.: takto zavedené $\lambda_1 \dots \lambda_6$ mají význam reakcí v rot. vazbách