

# Prioritní fronta a příklad použití v úloze hledání nejkratších cest

Jan Faigl

Katedra počítačů  
Fakulta elektrotechnická  
České vysoké učení technické v Praze

Přednáška 12

B0B36PRP – Procedurální programování

Jan Faigl, 2016 B0B36PRP – Přednáška 12: Úvod do verzovacích systémů 1 / 39

Popis Prioritní fronta spojovým seznamem Prioritní fronta polem Halda

## Prioritní fronta

- Fronta
  - První vložený prvek je první odebraný prvek
- Prioritní fronta
  - Některé prvky jsou při vyjmutí z fronty preferovány
    - Některé vložené objekty je potřeba obslužit náležitěji, např. fronta pacientů u lékaře.*
  - Operace **pop** odebírá z fronty prvek s nejvyšší prioritou
    - Vrchol fronty je prvek s nejvyšší prioritou.*
    - Alternativně též prvek s nejnižší hodnotou*
  - Rozhraní prioritní fronty může být identické jako u běžné fronty, avšak specifikace upřesňuje chování dílčích metod

FIFO

Jan Faigl, 2016 B0B36PRP – Přednáška 12: Úvod do verzovacích systémů 5 / 39

Popis Prioritní fronta spojovým seznamem Prioritní fronta polem Halda

## Prioritní fronta spojovým seznamem 1/4

- Ve funkci **push()** přidáme pouze nastavení priority
- ```
int queue_push(void *value, int priority, queue_t *queue)
{
    ...
    if (new_entry) { // fill the new_entry
        new_entry->value = value;
        new_entry->priority = priority;
    }
    ...
}
```
- lec12/priority\_queue.c

Jan Faigl, 2016 B0B36PRP – Přednáška 12: Úvod do verzovacích systémů 9 / 39

## Přehled témat

- Část 1 – Prioritní fronta (Halda)
  - Popis
  - Prioritní fronta spojovým seznamem
  - Prioritní fronta polem
  - Halda
- Část 2 – Příklad využití prioritní fronty v úloze hledání nejkratší cesty v grafu
  - Popis úlohy
  - Přístup řešení
  - Základní implementace (s lineárním vyhledáváním)
  - Urychlení hledání prioritní frontou (haldou)
- Část 3 – Zadání 10. domácího úkolu (HW10)

## Prioritní fronta – specifikace rozhraní

- Prioritní frontu můžeme implementovat různě složitě a také s různými výpočetními nároky, např.
  - Polem nebo spojovým seznamem s modifikací funkcí **push()** nebo **pop()** a **peek()**
    - Základní implementace fronty viz předchozí přednáška.*
  - S využitím pokročilé datové struktury pro efektivní vyhledání prioritního prvku (halda)
- Prioritní prvek může být ten s nejmenší hodnotou, pak
  - Metody **pop()** a **peek()** vrací nejmenší prvek dosud vložený do fronty
  - Prvky potřebujeme porovnávat, proto potřebujeme funkci pro porovnávání prvků
    - Můžeme realizovat například ukazatelem na funkci.*

Jan Faigl, 2016 B0B36PRP – Přednáška 12: Úvod do verzovacích systémů 6 / 39

Popis Prioritní fronta spojovým seznamem Prioritní fronta polem Halda

## Prioritní fronta spojovým seznamem 2/4

- **peek()** lineárně prochází seznam a vybere prvek s nejnižší prioritou
- ```
void* queue_peek(const queue_t *queue)
{
    void *ret = NULL;
    if (queue && queue->head) {
        ret = queue->head->value;
        int lowestPriority = queue->head->priority;
        queue_entry_t *cur = queue->head->next;
        while (cur != NULL) {
            if (lowestPriority > cur->priority) {
                lowestPriority = cur->priority;
                ret = cur->value;
            }
            cur = cur->next;
        }
    }
    return ret;
}
```
- lec12/priority\_queue.c

Jan Faigl, 2016 B0B36PRP – Přednáška 12: Úvod do verzovacích systémů 10 / 39

Popis Prioritní fronta spojovým seznamem Prioritní fronta polem Halda

## Část I

## Část 1 – Prioritní fronta (Halda)

## Prioritní fronta – příklad rozhraní

- Prioritní frontu můžeme realizovat spojovým seznamem, ve kterém upravíme funkce **peek()** a **pop()**

*Implementace vychází z lec11/queue\_linked\_list.h, a lec11/queue\_linked\_list.c*

- Prvek fronty **queue\_entry\_t** rozšíříme o položku určující prioritu

*Alternativně můžeme specifikovat funkce porovnání datových položek*

```
typedef struct entry {
    void *value;
    int priority;
    struct entry *next;
} queue_entry_t;

typedef struct {
    queue_entry_t *head;
    queue_entry_t *end;
} queue_t;

void queue_init(queue_t **queue);
void queue_delete(queue_t **queue);
void queue_free(queue_t *queue);

int queue_push(void *value, int priority, queue_t *queue);
void* queue_pop(queue_t *queue);
_Bool queue_is_empty(const queue_t *queue);
void* queue_peek(const queue_t *queue);

lec12/priority_queue.h
```

Jan Faigl, 2016 B0B36PRP – Přednáška 12: Úvod do verzovacích systémů 8 / 39

Popis Prioritní fronta spojovým seznamem Prioritní fronta polem Halda

## Prioritní fronta spojovým seznamem 3/4

- **pop()** lineárně prochází seznam a vybere prvek s nejnižší prioritou
- ```
void* queue_pop(queue_t *queue)
{
    void *ret = NULL;
    if (queue->head) { // having at least one entry
        queue_entry_t* cur = queue->head->next;
        queue_entry_t* prev = queue->head;
        queue_entry_t* best = queue->head;
        queue_entry_t* bestPrev = NULL;
        while (cur) {
            if (cur->priority < best->priority) {
                best = cur; // update the entry with
                bestPrev = prev; // the lowest priority
            }
            prev = cur;
            cur = cur->next;
        }
        ...
    }
}
```
- lec12/priority\_queue.c

Jan Faigl, 2016 B0B36PRP – Přednáška 12: Úvod do verzovacích systémů 11 / 39

## Prioritní fronta spojovým seznamem 4/4

- Navíc je nutné zajistit propojení seznamu po vyjmutí prvku

```
void* queue_pop(queue_t *queue)
{
    ...
    while (cur) {
        ...
    }
    if (bestPrev) { // linked the list after
        bestPrev->next = best->next; // best removal
    } else { // selected is the head
        queue->head = queue->head->next;
    }
    ret = best->value; //retrive the value
    if (queue->end == best) { //update the list end
        queue->end = bestPrev;
    }
    free(best); // release queue_entry_t
    if (queue->head == NULL) { // update end if last
        queue->end = NULL; // entry has been
    } // popped
}
return ret;
lec12/priority_queue.c
```

## Prioritní fronta spojovým seznamem – příklad použití 1/2

- Inicializaci fronty provedeme polem textových řetězců a priorit

```
queue_t *queue;
queue_init(&queue);
char *values[] = { "2nd", "4th", "1st", "5th", "3rd" };
int priorities[] = { 2, 4, 1, 5, 3 };
const int n = sizeof(priorities) / sizeof(int);
for (int i = 0; i < n; ++i) {
    int r = queue_push(values[i], priorities[i], queue);
    printf("Add %2i entry '%s' with priority '%i' to the queue\n",
        i, values[i], priorities[i]);
    if (r != QUEUE_OK) {
        fprintf(stderr, "Error: Queue is full!\n");
        break;
    }
}
printf("\nPop the entries from the queue\n");
while(!queue_is_empty(queue)) {
    char* pv = (char*)queue_pop(queue);
    printf("%s\n", pv);
    // Do not call free(pv);
}
queue_delete(&queue);
lec12/demo-priority_queue.c
```

## Prioritní fronta spojovým seznamem – příklad použití 2/2

- Hodnoty jsou neuspořádané a očekáváme jejich uspořádaný výpis při odebírání funkcí `pop()`
- V tomto případě nevoláme `free()` neboť vložené textové řetězce jsou textovými literály *Narozdí od příkladu v 11. přednášce!*

- Příklad výstupu (v tomto případě preferujeme nižší hodnoty):

```
make && ./demo-priority_queue
Add 0 entry '2nd' with priority '2' to the queue
Add 1 entry '4th' with priority '4' to the queue
Add 2 entry '1st' with priority '1' to the queue
Add 3 entry '5th' with priority '5' to the queue
Add 4 entry '3rd' with priority '3' to the queue

Pop the entries from the queue
1st
2nd
3rd          lec12/priority_queue.h, lec12/priority_queue.c
4th
5th          lec12/demo-priority_queue.c
```

## Prioritní fronta polem – rozhraní

- V případě implementace prioritní fronty polem můžeme využít jedno pole pro hodnoty a druhé pole pro uložení priority daného prvku

*Implementace vychází z lec11/queue\_array.h, a lec11/queue\_array.c*

```
typedef struct {
    void **queue; // Pole ukazatelů na jednotlivé prvky
    int *priorities; // Pole hodnot priorit jednotlivých prvků
    int count;
    int start;
    int end;
} queue_t;
```

- Další rozhraní (jména a argumenty funkcí) mohou zůstat identické s implementací spojovým seznamem

*Viz snímek 8*

## Prioritní fronta polem 1/2

- Funkce `push()` je až na uložení priority identická s verzí bez priorit
- Funkce `peek()` a `pop()` potřebují prvek s nejnižší prioritou, který nalezneme lineární procházením pole priorit

```
static int getEntry(const queue_t *queue)
{
    int ret = -1;
    if (queue->count > 0) {
        for (int cur = queue->start, i = 0; i < queue->count; ++i) {
            if (ret == -1 ||
                (queue->priorities[ret] > queue->priorities[cur])) {
                ret = cur;
            }
            cur = (cur + 1) % MAX_QUEUE_SIZE;
        }
    }
    return ret;
}
lec12/priority_queue_array.c
```

## Prioritní fronta polem 2/2

- Funkce `peek()` využívá lokální (static) funkce `getEntry()`
- Ve funkci `pop()` musíme zajistit zaplnění místa, pokud je odebírán prvek z prostředka fronty (pole).

```
void* queue_pop(queue_t *queue)
{
    void *ret = NULL;
    int bestEntry = getEntry(queue);
    if (bestEntry >= 0) { // entry has been found
        ret = queue->queue[bestEntry];
        if (bestEntry != queue->start) { //replace the bestEntry by start
            queue->queue[bestEntry] = queue->queue[queue->start];
            queue->priorities[bestEntry] = queue->priorities[queue->start];
        }
        queue->start = (queue->start + 1) % MAX_QUEUE_SIZE;
        queue->count -= 1;
    }
    return ret;
}
Případnou mezeru zaplníme prvkem ze startu
```

## Prioritní fronta polem – příklad použití

- Použití je identické s implementací spojovým seznamem

```
make && ./demo-priority_queue_array
ccache clang -c priority_queue_array.c -O2 -o priority_queue_array.o
ccache clang priority_queue_array.o demo-priority_queue_array.o
-o demo-priority_queue_array
Add 0 entry '2nd' with priority '2' to the queue
Add 1 entry '4th' with priority '4' to the queue
Add 2 entry '1st' with priority '1' to the queue
Add 3 entry '5th' with priority '5' to the queue
Add 4 entry '3rd' with priority '3' to the queue

Pop the entries from the queue
1st
2nd
3rd
4th
5th

lec12/priority_queue_array.h, lec12/priority_queue_array.c
lec12/demo-priority_queue_array.c
```

## Prioritní fronta spojovým seznamem nebo polem a výpočetní náročnost

- V naivní implementaci prioritní fronty jsme zohlednění priority „odložili“ až do doby, kdy potřebujeme odebrat prvek z fronty
- Při odebrání (nebo vrácení) nejmenšího prvku v nejhorsím případě musíme projít celý seznam
- To může být v řadě praktických aplikací nedostatečné a raději bychom chtěli „udržovat“ nejmenší prvek připravený
  - Můžeme to například udělat zavedením položky `head`, ve které bude aktuálně nejmenší vložený prvek do fronty
  - Prvek `head` aktualizujeme v metodě `push()` porovnáním hodnoty aktuálně vkládaného prvku
  - Tím zefektivníme operaci `peek()`
  - V případě odebrání nejmenšího prvku, však musíme frontu znovu projít a najít nový nejmenší prvek

Alternativně můžeme použít sofistikovanější datovou strukturu, která nám umožní efektivně udržovat hodnotu nejmenšího prvku a to jak při operaci vložení (`push()`) tak při operaci vyjmutí (`pop()`) prvku z prioritní fronty.

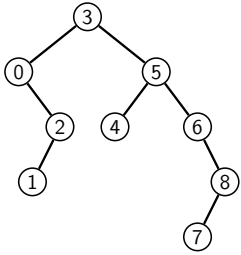
## Halda

- Halda je dynamická datová struktura, která má „tvar“ binárního stromu a uspořádání prioritní fronty
- Každý prvek haldy obsahuje hodnotu a dva potomky, podobně jako binární strom
- Vlastnosti haldy:
  - Hodnota každého prvku je menší než hodnota libovolného potomka
  - Každá úroveň haldy je plná, kromě poslední úrovně, která je zaplněna zleva doprava **Binární plný strom**
  - Prvky mohou být odebrány pouze přes kořenový uzel
- Vlastnost haldy zajišťuje, že kořen je vždy nejmenší prvek
- Nejmenší prvek je tedy první hodnota, kterou z haldy odebereme

## Binární vyhledávací strom a halda

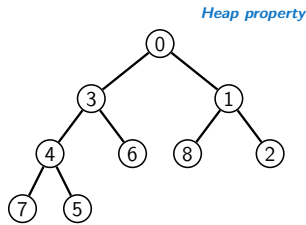
### Binární vyhledávací strom

- Může obsahovat prázdná místa
- Hloubka stromu se může měnit
- Strom můžeme procházet



### Halda

- Lze využít binární plný strom  
*Hloubka stromu vždy  $\lceil \log_2(n) \rceil$*
- Kořen stromu je vždy prvek s nejmenší hodnotou
- Splňuje vlastnost haldy

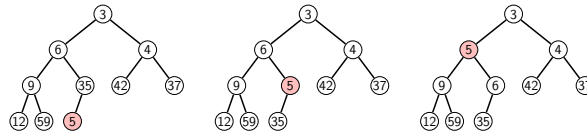


Heap property

## Halda – přidání prvku push()

- Po každém provedení operace **push()** musí být splněny vlastnosti haldy
- Prvek přidáme na konec haldy, tj. na první volnou pozici (vlevo) na nejnižší úrovni haldy
- Zkontrolujeme, zdali je splněna podmínka haldy, pokud ne, zaměníme prvek s nadřazeným prvkem (předkem)

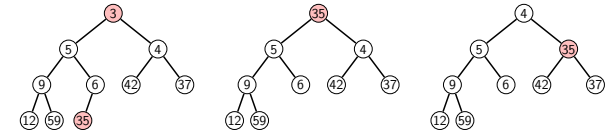
V nejhorším případě prvek „probublá“ až do kořene stromu



## Halda – odebrání prvku pop()

- Při operaci **pop()** odebereme kořen stromu
- Prázdné místo nahradíme nejpravějším listem (uzlem v poslední úrovni)
- Zkontrolujeme, zdali je splněna podmínka haldy, pokud ne, zaměníme prvek s potomkem a postup opakujeme

V nejhorším případě prvek „probublá“ až do listu stromu



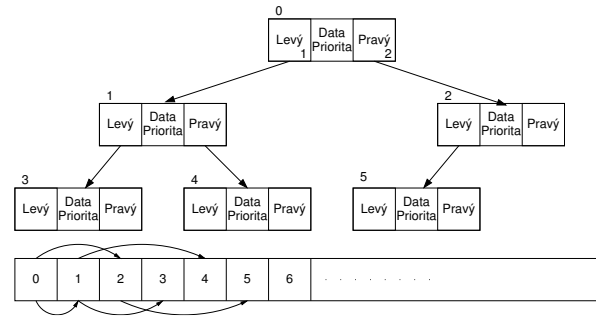
## Prioritní fronta haldou

- Prvky ukládáme do haldy a při každém vložení / odebrání zajišťujeme, aby platily vlastnosti **haldy**
- Operace **peek()** má konstantní složitost a nezáleží na počtu prvků ve frontě, nejmenší prvek je vždy kořen  
*Asymptotická složitost v notaci velké O je  $O(1)$ .*
- Operace **push()** a **pop()** udržují vlastnost haldy záměnami prvku až do hloubky stromu

*Pro binární plný strom je hloubka stromu  $\log_2(n)$ , kde  $n$  je aktuální počet prvků ve stromu, odtud složitost operace  $O(\log(n))$ .*

## Reprezentace binárního stromu polem

- Pokud dopředu víme jaký bude maximální počet prvků v haldě, můžeme haldu (jako binární strom) reprezentovat v poli



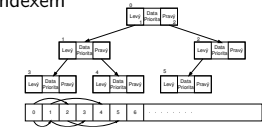
## Halda jako binárního strom reprezentovaný pole

- Pro definovaný maximální počet prvků v haldě, můžeme haldu (jako binární plný strom) reprezentovat polem
- Binární strom musí být tzv. **plný binární strom**, tj. všechny vrcholy na úrovni rovné hloubce stromu jsou co nejvíce vlevo
- Kořen stromu je první prvek s indexem 0, následníky prvku na pozici  $i$  lze v poli určit jako prvky s indexem

■ levý následník:  $i_{lev} = 2i + 1$

■ pravý následník:  $i_{prav} = 2i + 2$

*Podobně lze odvodit vztah pro předchůdce*



- Kořen stromu reprezentuje **nejprioritnější prvek**  
*(např. s nejmenší hodnotou nebo maximální prioritou)*

## Operace vkládání a odebírání prvků

- I v případě reprezentace binárního stromu haldy polem pracují operace vkládání a odebírání identicky
  - Funkce **push()** přidá prvek jako poslední prvek zaplněného pole a následně propaguje prvek směrem nahoru až **je splněna vlastnost haldy**
  - Při odebrání prvku funkcí **pop()** je poslední prvek v poli umístěn na začátek pole (tj. kořen stromu) a propagován směrem dolů až **je splněna vlastnost haldy**
- Pouze dochází k vzájemnému zaměňování hodnot na pozicích v poli
- Hlavní výhodou reprezentace v poli je přístup do předem alokovaného bloku paměti
- Všechny prvky můžeme jednoduše projít v jedné smyčce  
*Relativně jednoduše můžeme implementovat funkci ověřující, zdali naše implementace operací **push()** a **pop()** zachovávají podmínky haldy.*

## Část II

### Část 2 – Příklad využití prioritní fronty v úloze hledání nejkratší cesty v grafu

-

Část III  
Část 3 – Zadání 10. domácího úkolu  
(HW10)

Zadání 10. domácího úkolu HW10

- 
- Termín odevzdání: 07.01.2017, 23:59:59 AoE  
*AoE – Anywhere on Earth*

Shrnutí přednášky

Diskutovaná témata

- Prioritní fronta
  - Příklad implementace spojovým seznamem  
`lec12/priority_queue-linked_list`
  - Příklad implementace polem  
`lec12/priority_queue-array`
- Halda - definice, vlastnosti a základní operace
- Reprezentace binárního plného stromu polem
- Prioritní fronta s haldou
- Hledání nejkratší cesty v grafu – využití prioritní fronty (resp. haldy)
- **Příště: Systémy pro správu verzí.**