

Struktury a uniony, přesnost výpočtů a vnitřní reprezentace číselných typů

Jan Faigl

Katedra počítačů
Fakulta elektrotechnická
České vysoké učení technické v Praze

Přednáška 06

B0B36PRP – Procedurální programování

Část I

Část 1 – Struktury a uniony

Přehled témat

- Část 1 – Struktury a uniony
 - Struktury – struct *S. G. Kochan: kapitola 9 a 17*
 - Proměnné se sdílenou pamětí – union *P. Herout: kapitola 14*
- Část 2 – Přesnost výpočtů a vnitřní reprezentace číselných typů
 - Přesnost výpočtů a numerická stability
 - Základní číselné typy a jejich reprezentace v počítači
 - Reprezentace celých čísel
 - Reprezentace reálných čísel *S. G. Kochan: kapitola 14 (typové konverze)*
 - Typové konverze *Appendix B (matematické funkce)*
 - Matematické funkce *P. Herout: kapitola 7 (typové konverze)*
- Část 3 – Zadání 6. domácího úkolu (HW06)

Struktura – struct

- Struktura je konečná množina prvků (proměnných), které nemusí být stejného typu
- Skladba struktury je definovaná uživatelem jako nový typ sestavený z již definovaných typů
- K prvkům struktury **přístupujeme tečkovou notací**
- K prvkům můžeme přistupovat přes ukazatel operátorem **->**
- Pro struktury stejného typu je definována operace přiřazení
 - `struct1 = struct2;`
 - Pro proměnné typu pole není přímé přiřazení definováno, přiřazení pole je tak nutné realizovat po prvcích.*
- Struktury (jako celek) **nelze** porovnávat relačním operátorem **==**
- Struktura může být funkci předávána hodnotou i ukazatelem
- Struktura může být návratovou hodnotou funkce

Příklad struct – Definice

- Bez zavedení nového typu (`typedef`) je nutné před identifikátor jména struktury uvádět klíčové slovo `struct`

```

struct record {
    int number;
    double value;
};

typedef struct {
    int n;
    double v;
} item;

record r; /* THIS IS NOT ALLOWED! */
        /* Type record is not known */

struct record r; /* Keyword struct is required */
item i;         /* type item defined using typedef */

```

- Zavedením nového typu `typedef` můžeme používat typ struktury již bez uvádění klíčového slova `struct`

lec06/struct.c

Příklad struct jako parametr funkce

- Struktury můžeme předávat jako parametry funkcí hodnotou

```

void print_record(struct record rec) {
    printf("record: number(%d), value(%lf)\n",
        rec.number, rec.value);
}

```

- Nebo ukazatelem a realizovat tak volání odkazem

```

void print_item(item *v) {
    printf("item: n(%d), v(%lf)\n", v->n, v->v);
}

```

- Při předávání parametru
 - hodnotou** se vytváří nová proměnná a původní obsah předávané struktury se kopíruje na zásobník
 - ukazatelem** se kopíruje pouze hodnota ukazatele (adresa) a pracujeme tak s původní strukturou

lec06/struct.c

Příklad struct – Inicializace

- Struktury:

```

struct record {
    int number;
    double value;
};

typedef struct {
    int n;
    double v;
} item;

```

- Proměnné typu struktura můžeme inicializovat prvek po prvku

```

struct record r;
r.value = 21.4;
r.number = 7;

```

- nebo podobně jako pole lze inicializovat přímo při definici

```

item i = { 1, 2.3 };

```

lec06/struct.c

Příklad struct – Přřazení

- Hodnoty proměnné stejného typu struktury můžeme přiřadit operátorem =

```

struct record {
    int number;
    double value;
};

typedef struct {
    int n;
    double v;
} item;

```

```

struct record rec1 = { 10, 7.12 };
struct record rec2 = { 5, 13.1 };
item i;
print_record(rec1); /* number(10), value(7.120000) */
print_record(rec2); /* number(5), value(13.100000) */
rec1 = rec2;
i = rec1; /* THIS IS NOT ALLOWED! */
print_record(rec1); /* number(5), value(13.100000) */

```

lec06/struct.c

Příklad struct – Přímá kopie paměti

- Jsou-li dvě struktury stejně veliké, můžeme přímo kopírovat obsah příslušné paměťové oblasti

Například funkcí memcpy() z knihovny string.h

```
struct record r = { 7, 21.4};
item i = { 1, 2.3 };
print_record(r); /* number(7), value(21.400000) */
print_item(&i); /* n(1), v(2.300000) */
if (sizeof(i) == sizeof(r)) {
    printf("i and r are of the same size\n");
    memcpy(&i, &r, sizeof(i));
    print_item(&i); /* n(7), v(21.400000) */
}
```

- V tomto případě je interpretace hodnot v obou strukturách identická, obecně tomu však být nemusí

lec06/struct.c

Struktura struct a velikost 1/2

- Při kompilaci zpravidla dochází k zarovnání prvků na velikost slova příslušné architektury

Např. 8 bytů v případě 64-bitové architektury.

- Můžeme explicitně předepsat kompaktní paměťovou reprezentaci, např. direktivou `__attribute__((packed))` pro překladače clang a gcc

```
struct record_packed {
    int n;
    double v;
} __attribute__((packed));
```

lec06/struct.c

Struktura struct a velikost

- Vnitřní reprezentace struktury nutně nemusí odpovídat součtu velikostí jednotlivých prvků

```
struct record {
    int number;
    double value;
};

typedef struct {
    int n;
    double v;
} item;

printf("Size of int: %lu size of double: %lu\n", sizeof(int), sizeof(double));
printf("Size of record: %lu\n", sizeof(struct record));
printf("Size of item: %lu\n", sizeof(item));
```

Size of int: 4 size of double: 8

Size of record: 16

Size of item: 16

lec06/struct.c

Struktura struct a velikost 2/2

- Nebo

```
typedef struct __attribute__((packed)) {
    int n;
    double v;
} item_packed;
```

- Příklad výstupu:

```
printf("Size of int: %lu size of double: %lu\n", sizeof(int), sizeof(double));
printf("record_packed: %lu\n", sizeof(struct record_packed));
printf("item_packed: %lu\n", sizeof(item_packed));
```

Size of int: 4 size of double: 8

Size of record_packed: 12

Size of item_packed: 12

lec06/struct.c

- Zarovnání zpravidla přináší rychlejší přístup do paměti, ale zvyšuje paměťové nároky

<http://www.catb.org/esr/structure-packing>

Proměnné se sdílenou pamětí – union

- **Union** je množina prvků (proměnných), které nemusí být stejného typu
- Prvky unionu sdílejí společně stejná paměťová místa
Překrývají se
- Velikost unionu je dána velikostí největšího z jeho prvků
- Skladba unionu je definována uživatelem jako nový typ sestavený z již definovaných typů
- K prvkům unionu se přistupuje tečkovou notací
- Pokud nedefinujeme nový typ je nutné k identifikátoru proměnné unionu uvádět klíčové slovo **union** *Podobně jako u struktury struct*

```

1 union Nums {
2     char c;
3     int i;
4 };
5 Nums nums; /* THIS IS NOT ALLOWED! Type Nums is not known! */
6 union Nums nums;

```

Příklad union 2/2

- Proměnné sdílejí paměťový prostor

```

1 numbers.c = 'a';
2 printf("\nSet the numbers.c to 'a'\n");
3 printf("Numbers c: %d i: %d d: %lf\n", numbers.c, numbers.i,
4     numbers.d);
5 numbers.i = 5;
6 printf("\nSet the numbers.i to 5\n");
7 printf("Numbers c: %d i: %d d: %lf\n", numbers.c, numbers.i,
8     numbers.d);
9 numbers.d = 3.14;
10 printf("\nSet the numbers.d to 3.14\n");
11 printf("Numbers c: %d i: %d d: %lf\n", numbers.c, numbers.i,
12     numbers.d);

```

- Příklad výstupu:

```

Set the numbers.c to 'a'
Numbers c: 97 i: 1374389601 d: 3.140000

```

```

Set the numbers.i to 5
Numbers c: 5 i: 5 d: 3.139999

```

```

Set the numbers.d to 3.14
Numbers c: 31 i: 1374389535 d: 3.140000

```

Příklad union 1/2

- Union složený z proměnných typu: **char**, **int** a **double**

```

1 int main(int argc, char *argv[])
2 {
3     union Numbers {
4         char c;
5         int i;
6         double d;
7     };
8     printf("size of char %lu\n", sizeof(char));
9     printf("size of int %lu\n", sizeof(int));
10    printf("size of double %lu\n", sizeof(double));
11    printf("size of Numbers %lu\n", sizeof(union Numbers));
12
13    union Numbers numbers;
14
15    printf("Numbers c: %d i: %d d: %lf\n", numbers.c,
16        numbers.i, numbers.d);

```

- Příklad výstupu:

```

size of char 1
size of int 4
size of double 8
size of Numbers 8
Numbers c: 48 i: 740313136 d: 0.000000

```

Část II

Část 2 – Vnitřní reprezentace číselných typů

Přesnost výpočtu 1/2

- Ztráta přesnosti při aritmetických operacích.

Příklad sčítání dvou čísel

```

1 #include <stdio.h>
2
3 int main(void)
4 {
5     double a = 1e+10;
6     double b = 1e-10;
7
8     printf("a : %24.12lf\n", a);
9     printf("b : %24.12lf\n", b);
10    printf("a+b: %24.12lf\n", a + b);
11
12    return 0;
13 }
14
15 clang sum.c && ./a.out
16 a : 10000000000.000000000000
17 b :                0.000000000100
18 a+b: 10000000000.000000000000

```

lec06/sum.c

Přesnost výpočtu - strojová přesnost

- Strojová přesnost ϵ_m - nejmenší desetinné číslo, které přičtením k 1.0 dává výsledek různý od 1, pro $|v| < \epsilon_m$, platí

$$v + 1.0 \neq 1.0.$$

Symbol `==` odpovídá porovnání dvou hodnot v Javě (test na ekvivalenci).

- Zaokrouhlovací chyba - nejméně ϵ_m .
- Přesnost výpočtu - aditivní chyba roste s počtem operací v řádu $\sqrt{N} \cdot \epsilon_m$.
 - Často se však kumuluje preferabilně v jedno směru v řádu $N \cdot \epsilon_m$.

Přesnost výpočtu 2/2

Příklad dělení dvou čísel

```

1 #include <stdio.h>
2
3 int main(void)
4 {
5     const int number = 100;
6     double dV = 0.0;
7     float fV = 0.0f;
8
9     for (int i = 0; i < number; ++i) {
10        dV += 1.0 / 10.0;
11        fV += 1.0 / 10.0;
12    }
13
14    printf("double value: %lf ", dV);
15    printf(" float value: %lf ", fV);
16
17    return 0;
18 }
19
20 clang division.c && ./a.out
21 double value: 10.000000 float value: 10.000002

```

lec06/division.c

Zdroje a typy chyby

- Chyby matematického modelu - matematická aproximace fyzikální situace.
- Chyby vstupních dat.
- Chyby numerické metody.
- Chyby zaokrouhlovací.
- Absolutní chyba aproximace
$$E(x) = \hat{x} - x, \hat{x} \text{ přesná hodnota, } x \text{ aproximace.}$$
- Relativní chyba $RE(x) = \frac{\hat{x}-x}{x}$.

Podmíněnost numerických úloh

- Podmíněnost úlohy $C_p = \frac{\text{relativní chyba výstupních údajů}}{\text{relativní chyba vstupních údajů}}$
- Dobře podmíněná úloha $C_p \approx 1$.
- Výpočet je dobře podmíněný, je-li málo citlivý na poruchy ve vstupních datech.
- Numericky stabilní výpočet - vliv zaokrouhlovacích chyb na výsledek je malý.
- Výpočet je stabilní, je-li dobře podmíněný a numericky stabilní.

Příklady chyb

- Ariane 5 - 4.6.1996
40 sekund po startu explodovala. Datová konverze z 64-bitového desetinné reprezentace na 16-ti bitový znaménkový integer.
http://www.esa.int/esaCP/Pr_33_1996_p_EN.html
- Systém Patriot - 25.2.1991
Systémový čas v desetinách sekundy, převod na sekundy realizován dělením 10, registry pouze 24 bitů.
<http://www.ima.umn.edu/~arnold/disasters/patriot.html>
<http://www5.informatik.tu-muenchen.de/~huckle/bugse.html>

Možnosti zvýšení přesnosti

- Repräsentace racionálních čísel - podíl dvou celočíselných hodnot, např. *Homogenní souřadnice*.
- „Libovolná přesnost“ - speciální knihovny, např. `gmp` až do výše volné paměti.
souřadnice x,y - 7511164176768 3468686669952 3739567104 ~ 2008.57, 92.76

Informativní

Datové typy

- Při návrhu algoritmu abstrahujeme od binární podoby paměti počítače
- S daty pracujeme jako s hodnotami různých datových typů, které jsou uloženy v paměti předepsaným způsobem
- Datový typ specifikuje:
 - Množinu hodnot, které je možné v počítači uložit
Záleží na způsobu repräsentace
 - Množinu operací, které lze s hodnotami typu provádět
- **Jednoduchý typ** je takový typ, jehož hodnoty jsou atomické, tj. z hlediska operací dále nedělitelné

Příklad číselných typů a vnitřní reprezentace

- Např. 32-bitový typ `int` umožňuje uložit celá čísla v intervalu $(-2147483648, 2147483647)$, pro která můžeme použít
 - aritmetické operace `+`, `-`, `*`, `/` s výsledkem hodnota typu `int`
 - relační operace `==`, `!=`, `>`, `<`, `>=`, `<=`
- Inicializovat hodnotou dekadického nebo hexadecimálního literálu


```
1 int i; //deklarace promenne typu int
2 int decI = 120; //deklarace spolu s prirazenim
3 int hexI = 0x78; //pocatecni hodnota v 16-kove soustave
4
5 int sum = 10 + decI + 0x13; //pocatecni hodnota je vyraz
```

- Vnitřní reprezentace typů (např. `int`, `short`, `double`) umožňuje uložit čísla s definovaného rozsahu s různou přesností.
- Číselné datové typy lze vzájemně převádět implicitní nebo explicitně typovou konverzí
- Při konverzi nemusí být hodnota zachována – viz `lec06/demo-types.c`

Repräsentace celých čísel

- Číselné soustavy – poziční číselné soustavy (polyadické) jsou charakterizovány bází udávající kolik číslic lze maximálně použít $x_d = \sum_{i=-n}^{i=m} a_i \cdot z^i$, kde a_i je číslice a z je základ soustavy
- Unární – např. počet vypitých půllitrů
- Binární soustava (bin) – 2 číslice 0 nebo 1

$$11010,01^2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2}$$

$$= 1 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{4}$$

$$= 26,25$$
- Desítková soustava (dec) – 10 číslic, znaky 0 až 9

$$138,24 = 1 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2}$$

$$= 1 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 8 \cdot 1 + 2 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,01$$
- Šestnáctková soustava (hex) – 16 číslic, znaky 0 až 9 a A až F

$$0x7D_h = 7 \cdot 16^1 + D \cdot 16^0$$

$$= 112 + 13$$

$$= 125$$

Repräsentace dat v počítači

- V počítači není u datové položky určeno jaký konkrétní datový typ je v paměti uložen
- Proto musíme přidělení paměti **deklarovat** s jakými typy dat budeme pracovat
- Překladač pak tuto deklaraci hlídá a volí odpovídající strojové instrukce pro práci s datovými položkami například jako s odpovídajícími číselnými typy

Např. neceločíselné (float) typy a využití tzv. FPU

Příklad ekvivalentních reprezentací v paměti počítače

- $(0100\ 0001)_2$ – binární zápis jednoho bajtu (8-mi bitů);
- $(65)_{10}$ – odpovídající číslo v dekadické soustavě;
- $(41)_{16}$ – odpovídající číslo v šestnáctkové soustavě;
- znak A – tentýž obsah paměťového místa $(0100\ 0001)_2$ o velikosti 1 byte může být interpretován také jako znak A.

Více-bajtová reprezentace a pořadí bajtů

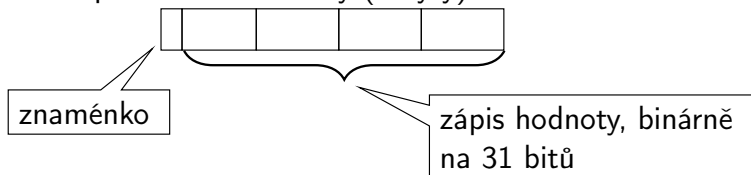
- Číselné typy s více-bajtovou reprezentací mohou mít bajty uloženy v různém pořadí
 - *little-endian* – **nejméně** významný bajt se ukládá na nejnižší adresu x86, ARM
 - *big-endian* – **nejvíce** významný bajt se ukládá na nejnižší adresu Motorola, ARM
- Pořadí je důležité při přenosu hodnot z paměti jako posloupnosti bajtů a jejich následné interpretaci
- **Network byte order** – je definován pro síťový přenos a není tak nutné řešit konkrétní architekturu
 - Tj. hodnoty z paměti jsou ukládány a přenášeny v tomto pořadí bajtů a na cílové stanici pak zpětně zapsány do konkrétního nativního pořadí

big-endian

Informativní

Příklad reprezentace celých čísel **int**

- Na 32-bitových a 64-bitových strojích je celočíselný typ **int** zpravidla reprezentován 32 bity (4 byty)



- Typ **int** je znaménkový typ
- Znaménko je zakódováno v 1 bitu a vlastní číselná hodnota pak ve zbývajících 31 bitech
 - Největší číslo je $0111\dots111 = 2^{31} - 1 = 2147483647$
Nezapomínat na 0
 - Nejmenší číslo je $-2^{31} = -2147483648$
0 už je zahrnuta
- Pro zobrazení záporných čísel je použit tzv. **doplňkový kód**
Nejmenší číslo v doplňkovém kódu $1000\dots000$ je -2^{31}

Repräsentace reálných čísel

- Pro uložení čísla vyhrážujeme omezený paměťový prostor

Příklad – zápis čísla $\frac{1}{3}$ v dekadické soustavě

- $= 33333333\dots3333$
- $= 0,3\bar{3}$
- $\approx 0,33333333333333333333$
- $\approx 0,333$

V trojkové soustavě: $0 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 + 1 \cdot 3^{-1} = (0,1)_3$

- Nepřesnosti v zobrazení reálných čísel v konečné posloupnosti bitů způsobují
 - Iracionální čísla, např. $e, \pi, \sqrt{2}$
 - Čísla, která mají v dané soustavě periodický rozvoj, např. $\frac{1}{3}$
 - Čísla, která mají příliš dlouhý zápis

Repräsentace záporných celých čísel

- Doplňkový kód – $D(x)$
- Pro 8-mi bitovou repräsentací čísel
 - Můžeme repräsentovat $2^8 = 256$ čísel
 - Rozsah $r = 256$

$$D(x) = \begin{cases} x & \text{pro } 0 \leq x < \frac{r}{2} \\ r + x & \text{pro } -\frac{r}{2} \leq x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

- Příklady

Desítkově	Doplňkový kód
0–127	0000 0000 – 0111 1111
128	nelze zobrazit na 8 bitů v doplňkovém kódu
-128	$D(-128) = 256 + (-128) = 128$ to je 1000 0000
-1	$D(-1) = 256 + (-1) = 255$ to je 1111 1111
-4	$D(-4) = 256 + (-4) = 252$ to je 1111 1100

Informativní

Model repräsentace reálných čísel

- Reálná čísla se zobrazují jako aproximace daným rozsahem paměťového místa
- Reálné číslo x se zobrazuje ve tvaru

$$x = \text{mantisa} \cdot \text{základ}^{\text{exponent}}$$

$$x = m \cdot z^{\text{exponent}}$$

- Pro jednoznačnost zobrazení musí být mantisa normalizována

$$0,1 \leq m < 1$$

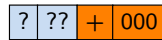
- Ve vyhrázeném paměťovém prostoru je pro zvolený základ uložen exponent a mantisa jako dvě celá čísla



Příklad modelu reprezentace reálných čísel 1/2

Repräsentace na 7 bajtů

- Délka mantisy 3 pozice (bajtů) plus znaménko
- Délka exponentu 2 pozice plus znaménko
- Základ $z = 10$
- Nula

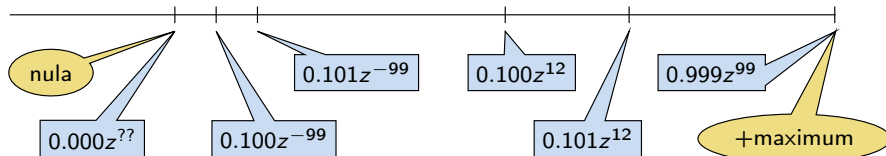


- Příklad $x = 77,5 = 0,775 \cdot z^{+02}$



Model reprezentace reálných čísel a vzdálenost mezi aproximacemi

- Rozsah hodnot pro konkrétní exponent je dán velikostí mantisy
- Absolutní vzdálenost dvou aproximací tak záleží na exponentu
 - Mezi hodnotou 0 a 1,0 je využít celý rozsah mantisy pro exponenty $\{-99, -98, \dots, 0\}$



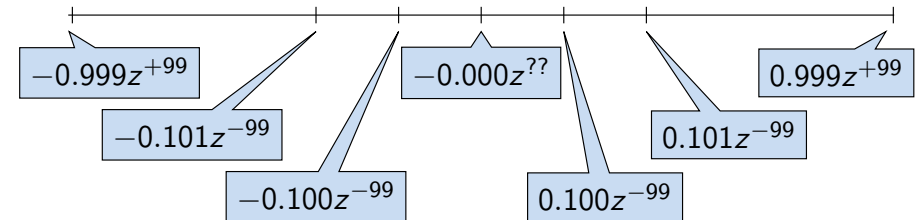
- Aproximace reálných čísel nejsou na číselné ose rovnoměrně rozloženy



Příklad modelu reprezentace reálných čísel 2/2

Limitní zobrazitelná čísla

- Maximální zobrazitelné kladné číslo $0,999z^{+99}$
 - Maximální zobrazitelné záporné číslo $-0,100z^{-99}$
- Minimální zobrazitelné kladné číslo $0,100z^{-99}$
 - Minimální zobrazitelné záporné číslo $-0,999z^{+99}$



Typ double – reprezentace necelých čísel

- **double** – 64 bitů (8 bajtů), norma IEEE 754
ISO/IEC/IEEE 60559:2011
- **s** – 1 bit znaménko (+ nebo -)
- **exponent** – 11 bitů, tj. 2048 možností
- **mantisa** – 52 bitů ≈ 4.5 biliardy možností
4 503 599 627 370 496
 - Neumožňuje přesně uložit čísla se zápisem delším než 52 bitů
 - Čím větší exponent, tím větší „mezery“ mezi sousedními aproximacemi čísel

- Reálné číslo x se zobrazuje ve tvaru

$$x = (-1)^s \text{mantisa} \cdot 2^{\text{exponent} - \text{bias}}$$

- **bias** umožňuje reprezentovat exponent vždy jako kladné číslo
Lze zvolit, např. $\text{bias} = 2^{eb-1} - 1$, kde eb je počet bitů exponentu
- <http://www.root.cz/clanky/norma-ieee-754-a-pribuzni-formaty-plovouci-radove-tecky>

Přřazovací operátor a příkaz

- Slouží pro nastavení hodnoty proměnné

Uložení číselné hodnoty do paměti, kterou proměnná reprezentuje

- Tvar přřazovacího operátoru

$\langle \text{proměnná} \rangle = \langle \text{výraz} \rangle$

Výraz je literál, proměnná, volání funkce, ...

- Zkrácený zápis

$\langle \text{proměnná} \rangle \langle \text{operátor} \rangle = \langle \text{výraz} \rangle$

- Přřazení je výraz

- Asociativní zprava

- Přřazovací příkaz – výraz zakončený středníkem ;

```
int x; //deklarace promenne x
int y; //deklarace promenne y
x = 6;
y = x = x + 6;

int x, y; //deklarace promennych x a y
x = 10;
y = 7;
y += x + 10;
```

Explicitní typové konverze

- Převod hodnoty typu **double** na **int** je třeba **explicitně** předeepsat
- Dojde k „odseknutí“ necelé části hodnoty int

Příklad

```
double x = 1.2; // deklarace promenne typu double
int i; // deklarace promenne typu int
int i = (int)x; // hodnota 1.2 typu double se prevede na hodnotu 1 typu int
```

- Explicitní konverze je potenciálně nebezpečná

Příklady

```
double d = 1e30;
int i = (int)d;
// i je -2147483648
// to je asi -2e9 misto 1e30

long l = 5000000000L;
int i = (int)l;
// i je 705032704
// (oriznute 4 bajty)
lec06/demo-type_conversion.c
```

Typové konverze

- Typová konverze je operace převedení hodnoty nějakého typu na hodnotu typu jiného
- Typová konverze může být
 - implicitní** – vyvolá se automaticky
 - explicitní** – je nutné v programu explicitně uvést
- Konverze typu **int** na **double** je implicitní

Hodnota typu int může být použita ve výrazu, kde se očekává hodnota typu double, dojde k automatickému převodu na hodnotu typu double.

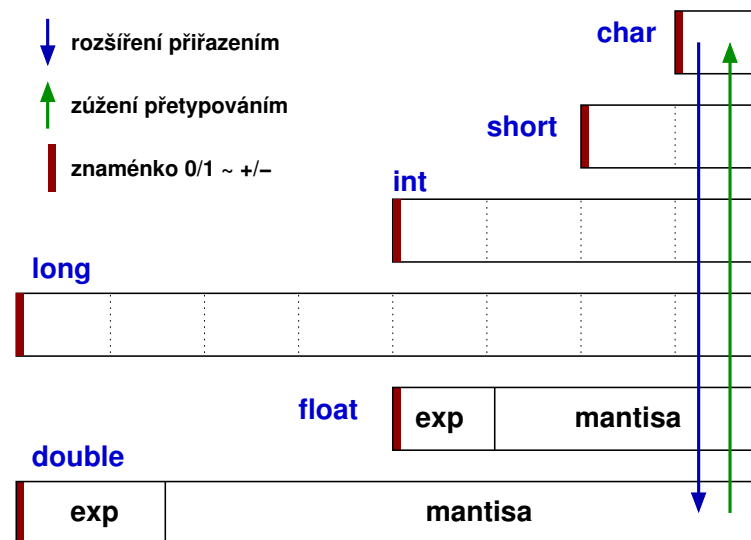
Příklad

```
double x;
int i = 1;
x = i; //hodnota 1 typu int se automaticky prevede na hodnotu 1.0 typu double
```

- Implicitní konverze je bezpečná

Konverze primitivních číselných typů

- Primitivní datové typy jsou vzájemně nekompatibilní, ale jejich hodnoty lze převádět



Matematické funkce

- `math.h` – základní funkce pro práci s „reálnými“ čísly
 - Výpočet odmocniny necelého čísla x

```
double sqrt(double x);, float sqrtf(float x);
```

V C funkce nepřetěžujeme, proto jsou jména odlišena
 - `double pow(double x, double y);` – výpočet obecné mocniny
 - `double atan2(double y, double x);` – výpočet $\arctan y/x$ s určením kvadrantu
 - Symbolické konstanty – `M_PI`, `M_PI_2`, `M_PI_4`, atd.
 - `#define M_PI 3.14159265358979323846`
 - `#define M_PI_2 1.57079632679489661923`
 - `#define M_PI_4 0.78539816339744830962`
 - `isfinite()`, `isnan()`, `isless()`, ... – makra pro porovnání reálných čísel.
 - `round()`, `ceil()`, `floor()` – zaokrouhlování, převod na celá čísla
- `complex.h` – funkce pro počítání s komplexními čísly *ISO C99*
- `fenv.h` – funkce pro řízení zaokrouhlování a reprezentaci dle IEEE 754.

Část III

Část 3 – Zadání 6. domácího úkolu (HW06)

Zadání 6. domácího úkolu HW06

-
- **Termín odevzdání: 26.11.2016, 23:59:59 AoE**

AoE – Anywhere on Earth

Shrnutí přednášky