

Prioritní fronta a příklad použití v úloze hledání nejkratších cest

Jan Faigl

Katedra počítačů
Fakulta elektrotechnická
České vysoké učení technické v Praze

Přednáška 11

B0B36PRP – Procedurální programování



Přehled témat

- Část 1 – Prioritní fronta (Halda)
 - Popis
 - Prioritní fronta spojovým seznamem
 - Prioritní fronta polem
 - Halda
- Část 2 – Příklad využití prioritní fronty v úloze hledání nejkratší cesty v grafu
 - Popis úlohy
 - Přístup řešení
 - Základní implementace (s lineárním vyhledáváním)
 - Urychlení hledání prioritní frontou (haldou)
- Část 3 – Zadání 10. domácího úkolu (HW10)



Část I

Část 1 – Prioritní fronta (Halda)



Obsah

Popis

Prioritní fronta spojovým seznamem

Prioritní fronta polem

Halda



Prioritní fronta

■ Fronta

- První vložený prvek je první odebraný prvek

FIFO

■ Prioritní fronta

- Některé prvky jsou při vyjmutí z fronty preferovány

Některé vložené objekty je potřeba obsloužit naléhavěji, např. fronta pacientů u lékaře.

- Operace **pop** odebírá z fronty prvek s nejvyšší prioritou

Vrchol fronty je prvek s nejvyšší prioritou.

Alternativně též prvek s nejnižší hodnotou

- Rozhraní prioritní fronty může být identické jako u běžné fronty, avšak specifikace upřesňuje chování dílčích metod



Prioritní fronta – specifikace rozhraní

- Prioritní frontu můžeme implementovat různě složitě a také s různými výpočetními nároky, např.
 - Polem nebo spojovým seznamem s modifikací funkcí **push()** nebo **pop()** a **peek()**

Základní implementace fronty viz předchozí přednáška.
 - S využitím pokročilé datové struktury pro efektivní vyhledání prioritního prvku (halda)
- Prioritní prvek může být ten s nejmenší hodnotou, pak
 - Metody **pop()** a **peek()** vrací nejmenší prvek dosud vložený do fronty
 - Prvky potřebujeme porovnávat, proto potřebujeme funkci pro porovnávání prvků

Můžeme realizovat například ukazatelem na funkci.



Obsah

Popis

Prioritní fronta spojovým seznamem

Prioritní fronta polem

Halda



Prioritní fronta – příklad rozhraní

- Prioritní frontu můžeme realizovat spojovým seznamem, ve kterém upravíme funkce `peek()` a `pop()`

*Implementace vychází z `lec10/queue_linked_list.h`,
a `lec10/queue_linked_list.c`*

- Prvek fronty `queue_entry_t` rozšíříme o položku určující prioritu

Alternativně můžeme specifikovat funkce porovnání datových položek

```
typedef struct entry {
    void *value;
    int priority;
    struct entry *next;
} queue_entry_t;
```

```
typedef struct {
    queue_entry_t *head;
    queue_entry_t *end;
} queue_t;
```

- Rozhraní funkcí je identické frontě až na specifikaci priority při vložení prvku do fronty

```
void queue_init(queue_t **queue);
void queue_delete(queue_t **queue);
void queue_free(queue_t *queue);

int queue_push(void *value, int priority,
               queue_t *queue);
void* queue_pop(queue_t *queue);
_Bool queue_is_empty(const queue_t *queue);
void* queue_peek(const queue_t *queue);
```

`lec11/priority_queue.h`



Prioritní fronta spojovým seznamem 1/4

- Ve funkci `push()` přidáme pouze nastavení priority

```
int queue_push(void *value, int priority, queue_t *queue)
{
    ...
    if (new_entry) { // fill the new_entry
        new_entry->value = value;
        new_entry->priority = priority;
    }
    ...
}
```

lec11/priority_queue.c



Prioritní fronta spojovým seznamem 2/4

- `peek()` lineárně prochází seznam a vybere prvek s nejnižší prioritou

```
void* queue_peek(const queue_t *queue)
{
    void *ret = NULL;
    if (queue && queue->head) {
        ret = queue->head->value;
        int lowestPriority = queue->head->priority;
        queue_entry_t *cur = queue->head->next;
        while (cur != NULL) {
            if (lowestPriority > cur->priority) {
                lowestPriority = cur->priority;
                ret = cur->value;
            }
            cur = cur->next;
        }
    }
    return ret;
}
```

[lec11/priority_queue.c](#)



Prioritní fronta spojovým seznamem 3/4

- `pop()` lineárně prochází seznam a vybere prvek s nejnižší prioritou

```
void* queue_pop(queue_t *queue)
{
    void *ret = NULL;
    if (queue->head) { // having at least one entry
        queue_entry_t* cur = queue->head->next;
        queue_entry_t* prev = queue->head;
        queue_entry_t* best = queue->head;
        queue_entry_t* bestPrev = NULL;
        while (cur) {
            if (cur->priority < best->priority) {
                best = cur; // update the entry with
                bestPrev = prev; // the lowest priority
            }
            prev = cur;
            cur = cur->next;
        }
        ...
    }
```

lec11/priority_queue.c



Prioritní fronta spojovým seznamem 4/4

- Navíc je nutné zajistit propojení seznamu po vyjmutí prvku

```
void* queue_pop(queue_t *queue)
{
    ...
    while (cur) {
        ...
    }
    if (bestPrev) { // linked the list after
        bestPrev->next = best->next; // best removal
    } else { // selected is the head
        queue->head = queue->head->next;
    }
    ret = best->value; //retrive the value
    if (queue->end == best) { //update the list end
        queue->end = bestPrev;
    }
    free(best); // release queue_entry_t
    if (queue->head == NULL) { // update end if last
        queue->end = NULL; // entry has been
    } // popped
}
return ret;
}
```

lec11/priority_queue.c



Prioritní fronta spojovým seznamem – příklad použití 1/2

- Inicializaci fronty provedeme polem textových řetězců a priorit

```
queue_t *queue;
queue_init(&queue);
char *values[] = { "2nd", "4th", "1st", "5th", "3rd" };
int priorities[] = { 2, 4, 1, 5, 3 };
const int n = sizeof(priorities) / sizeof(int);
for (int i = 0; i < n; ++i) {
    int r = queue_push(values[i], priorities[i], queue);
    printf("Add %2i entry '%s' with priority '%i' to the queue\n",
        i, values[i], priorities[i]);
    if (r != QUEUE_OK) {
        fprintf(stderr, "Errro: Queue is full!\n");
        break;
    }
}
printf("\nPop the entries from the queue\n");
while(!queue_is_empty(queue)) {
    char* pv = (char*)queue_pop(queue);
    printf("%s\n", pv);
    // Do not call free(pv);
}
queue_delete(&queue);
```

lec11/demo-priority_queue.c



Prioritní fronta spojovým seznamem – příklad použití 2/2

- Hodnoty jsou neuspořádané a očekáváme jejich uspořádaný výpis při odebrání funkcí `pop()`

```
char *values[] = { "2nd", "4th", "1st", "5th", "3rd" };
int priorities[] = { 2, 4, 1, 5, 3 };
...
while(!queue_is_empty(queue)) {
    // Do not call free(pv);
```

- V tomto případě nevoláme `free()` neboť vložené textové řetězce jsou textovými literály *Narozdíl od příkladu v 11. přednášce!*
- Příklad výstupu (v tomto případě preferujeme nižší hodnoty):

```
make && ./demo-priority_queue
Add 0 entry '2nd' with priority '2' to the queue
Add 1 entry '4th' with priority '4' to the queue
Add 2 entry '1st' with priority '1' to the queue
Add 3 entry '5th' with priority '5' to the queue
Add 4 entry '3rd' with priority '3' to the queue

Pop the entries from the queue
1st
2nd
3rd          lec11/priority_queue.h, lec11/priority_queue.c
4th
5th          lec11/demo-priority_queue.c
```



Obsah

Popis

Prioritní fronta spojovým seznamem

Prioritní fronta polem

Halda



Prioritní fronta polem – rozhraní

- V případě implementace prioritní fronty polem můžeme využít jedno pole pro hodnoty a druhé pole pro uložení priority daného prvku

*Implementace vychází z `lec10/queue_array.h`,
a `lec10/queue_array.c`*

```
typedef struct {  
    void **queue;    // Pole ukazatelů na jednotlivé prvky  
    int *priorities; // Pole hodnot priorit jednotlivých prvků  
    int count;  
    int start;  
    int end;  
} queue_t;
```

- Další rozhraní (jména a argumenty funkcí) mohou zůstat identické s implementací spojovým seznamem

Viz snímek 8



Prioritní fronta polem 1/2

- Funkce `push()` je až na uložení priority identická s verzí bez priorit

```
int queue_push(void *value, int priority, queue_t *queue)
{
    ...
    queue->queue[queue->end] = value;
    queue->priorities[queue->end] = priority;
    ...
}
```

- Funkce `peek()` a `pop()` potřebují prvek s nejnižší prioritou, který nalezneme lineární procházení pole priorit

```
static int getEntry(const queue_t *queue)
{
    int ret = -1;
    if (queue->count > 0) {
        for (int cur = queue->start, i = 0; i < queue->count; ++i) {
            if (ret == -1 ||
                (queue->priorities[ret] > queue->priorities[cur])) {
                ret = cur;
            }
            cur = (cur + 1) % MAX_QUEUE_SIZE;
        }
    }
    return ret;
}
```

lec11/priority_queue-array.c



Prioritní fronta polem 2/2

- Funkce `peek()` využívá lokální (static) funkce `getEntry()`

```
void* queue_peek(const queue_t *queue)
{
    return queue_is_empty(queue) ? NULL :
        queue->queue[getEntry(queue)];
}
```

- Ve funkci `pop()` musíme zajistit zaplnění místa, pokud je odebírán prvek z prostředka fronty (pole).

```
void* queue_pop(queue_t *queue) Případnou mezeru zaplníme prvkem ze startu
{
    void *ret = NULL;
    int bestEntry = getEntry(queue);
    if (bestEntry >= 0) { // entry has been found
        ret = queue->queue[bestEntry];
        if (bestEntry != queue->start) { //replace the bestEntry by start
            queue->queue[bestEntry] = queue->queue[queue->start];
            queue->priorities[bestEntry] = queue->priorities[queue->start];
        }
        queue->start = (queue->start + 1) % MAX_QUEUE_SIZE;
        queue->count -= 1;
    }
    return ret;
}
```



Prioritní fronta polem – příklad použití

■ Použití je identické s implementací spojovým seznamem

```
make && ./demo-priority_queue-array
ccache clang -c priority_queue-array.c -O2 -o priority_queue-
array.o
ccache clang priority_queue-array.o demo-priority_queue-array.o
-o demo-priority_queue-array
Add 0 entry '2nd' with priority '2' to the queue
Add 1 entry '4th' with priority '4' to the queue
Add 2 entry '1st' with priority '1' to the queue
Add 3 entry '5th' with priority '5' to the queue
Add 4 entry '3rd' with priority '3' to the queue

Pop the entries from the queue
1st
2nd
3rd
4th
5th
```

[lec11/priority_queue-array.h](#), [lec11/priority_queue-array.c](#)

[lec11/demo-priority_queue-array.c](#)



Prioritní fronta spojovým seznamem nebo polem a výpočetní náročnost

- V naivní implementaci prioritní fronty jsme zohlednění priority „odložili“ až do doby, kdy potřebujeme odebrat prvek z fronty
- Při odebrání (nebo vrácení) nejmenšího prvku v nejhorším případě musíme projít celý seznam
- To může být v řadě praktických aplikací nedostatečné a raději bychom chtěli „udržovat“ nejmenší prvek připravený
 - Můžeme to například udělat zavedením položky **head**, ve které bude aktuálně nejmenší vložený prvek do fronty
 - Prvek **head** aktualizujeme v metodě **push()** porovnáním hodnoty aktuálně vkládaného prvku
 - Tím zefektivníme operaci **peek()**
 - V případě odebrání nejmenšího prvku, však musíme frontu znovu projít a najít nový nejmenší prvek

Alternativně můžeme použít sofistikovanější datovou strukturu, která nám umožní efektivně udržovat hodnotu nejmenšího prvku a to jak při operaci vložení (**push()**) tak při operaci vyjmutí (**pop()**) prvku z prioritní fronty.



Obsah

Popis

Prioritní fronta spojovým seznamem

Prioritní fronta polem

Halda



Halda

- Halda je dynamická datová struktura, která má „tvar“ binárního stromu a uspořádání prioritní fronty
- Každý prvek haldy obsahuje hodnotu a dva potomky, podobně jako binární strom
- Vlastnosti haldy:
 - Hodnota každého prvku je menší než hodnota libovolného potomka
 - Každá úroveň haldy je plná, kromě poslední úrovně, která je zaplněna zleva doprava
- Prvky mohou být odebrány pouze přes kořenový uzel
- Vlastnost haldy zajišťuje, že kořen je vždy nejmenší prvek
- Nejmenší prvek je tedy první hodnota, kterou z haldy odebereme

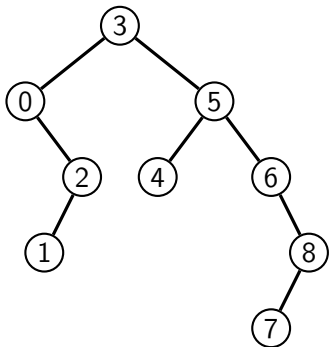
Binární plný strom



Binární vyhledávací strom a halda

Binární vyhledávací strom

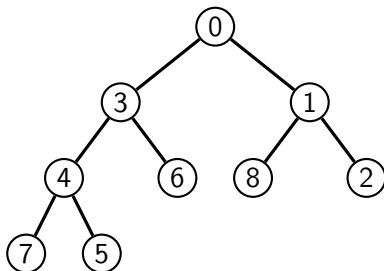
- Může obsahovat prázdná místa
- Hloubka stromu se může měnit
- Strom můžeme procházet



Halda

- Lze využít binární plný strom
Hloubka stromu vždy $\lfloor \log_2(n) \rfloor$
- Kořen stromu je vždy prvek s nejmenší hodnotou
- Splňuje vlastnost haldy

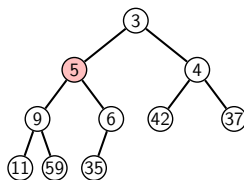
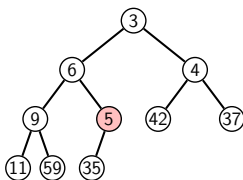
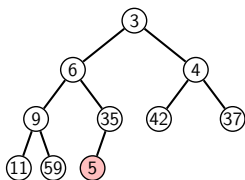
Heap property



Halda – přidání prvku `push()`

- Po každém provedení operace `push()` musí být splněny vlastnosti haldy
- Prvek přidáme na konec haldy, tj. na první volnou pozici (vlevo) na nejnižší úrovni haldy
- Zkontrolujeme, zdali je splněna podmínka haldy, pokud ne, zaměníme prvek s nadřazeným prvkem (předkem)

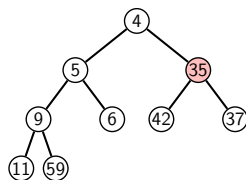
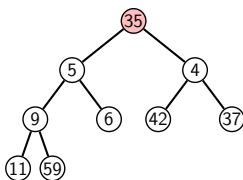
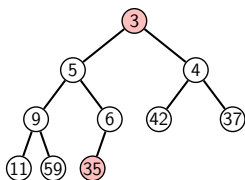
V nejhorším případě prvek „probublá“ až do kořene stromu



Halda – odebrání prvku `pop()`

- Při operaci `pop()` odebereme kořen stromu
- Prázdné místo nahradíme nejpravějším listem (uzlem v poslední úrovni)
- Zkontrolujeme, zdali je splněna podmínka haldy, pokud ne, zaměníme prvek s potomkem a postup opakujeme

V nejhorším případě prvek „probublá“ až do listu stromu



Prioritní fronta haldou

- Prvky ukládáme do haldy a při každém vložení / odebrání zajišťujeme, aby platily vlastnosti **haldy**
- Operace **peek()** má konstantní složitost a nezáleží na počtu prvků ve frontě, nejmenší prvek je vždy kořen

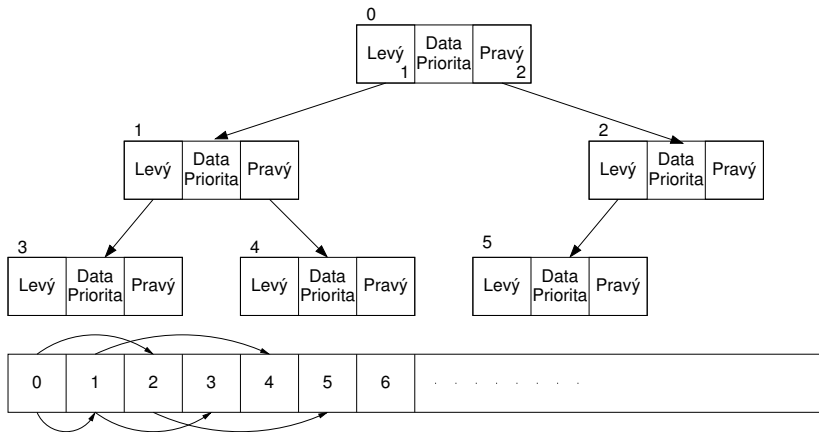
Asymptotická složitost v notaci velké O je $O(1)$.
- Operace **push()** a **pop()** udržují vlastnost haldy záměnami prvku až do hloubky stromu

Pro binární plný strom je hloubka stromu $\log_2(n)$, kde n je aktuální počet prvků ve stromu, odtud složitost operace $O(\log(n))$.



Reprezentace binárního stromu polem

- Pokud dopředu víme jaký bude maximální počet prvku v haldě, můžeme haldu (jako binární strom) reprezentovat v poli

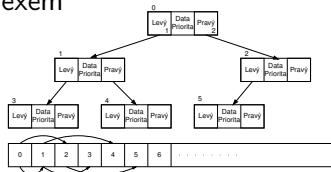


Halda jako binárního strom reprezentovaný pole

- Pro definovaný maximální počet prvků v haldě, můžeme haldu (jako binární plný strom) reprezentovat polem
- Binární strom musí být tzv. **plný binární strom**, tj. všechny vrcholy na úrovni rovné hloubce stromu jsou co nejvíce vlevo
- Kořen stromu je první prvek s indexem 0, následníky prvku na pozici i lze v poli určit jako prvky s indexem

- levý následník: $i_{lev} = 2i + 1$
- pravý následník: $i_{prav} = 2i + 2$

Podobně lze odvodit vztah pro předchůdce



- Kořen stromu reprezentuje nejprioritnější prvek
(např. s nejmenší hodnotu nebo maximální prioritou)



Operace vkládání a odebírání prvků

- I v případě reprezentace binárního stromu haldy polem pracují operace vkládání a odebírání identicky
 - Funkce `push()` přidá prvek jako poslední prvek zaplněného pole a následně propaguje prvek směrem nahoru až **je splněna vlastnost haldy**
 - Při odebrání prvku funkcí `pop()` je poslední prvek v poli umístěn na začátek pole (tj. kořen stromu) a propagován směrem dolů až **je splněna vlastnost haldy**
- Pouze dochází k vzájemnému zaměňování hodnot na pozicích v poli
- Hlavní výhodou reprezentace v poli je přístup do předem alokovaného bloku paměti
- Všechny prvky můžeme jednoduše projít v jedné smyčce

Relativně jednoduše můžeme implementovat funkci ověřující, zdali naše implementace operací `push()` a `pop()` zachovávají podmínky haldy.



Část II

Část 2 – Příklad využití prioritní fronty v úloze hledání nejkratší cesty v grafu



Obsah

Popis úlohy

Přístup řešení

Základní implementace (s lineárním vyhledáváním)

Urychlení hledání prioritní frontou (haldou)





Obsah

Popis úlohy

Přístup řešení

Základní implementace (s lineárním vyhledáváním)

Urychlení hledání prioritní frontou (haldou)



Obsah

Popis úlohy

Přístup řešení

Základní implementace (s lineárním vyhledáváním)

Urychlení hledání prioritní frontou (haldou)



Obsah

Popis úlohy

Přístup řešení

Základní implementace (s lineárním vyhledáváním)

Urychlení hledání prioritní frontou (haldou)



Část III

Část 3 – Zadání 10. domácího úkolu (HW10)



Zadání 10. domácího úkolu HW10

-
- Termín odevzdání: 07.01.2017, 23:59:59 AoE

AoE – Anywhere on Earth



Shrnutí přednášky



Diskutovaná témata

- Prioritní fronta
 - Příklad implementace spojovým seznamem
`lec11/priority_queue-linked_list`
 - Příklad implementace polem
`lec11/priority_queue-array`
- Halda - definice, vlastnosti a základní operace
- Reprezentace binárního plného stromu polem
- Prioritní fronta s haldou
- Hledání nejkratší cesty v grafu – využití prioritní fronty (resp. haldy)

- Příště: Systémy pro správu verzí.



Diskutovaná témata

- Prioritní fronta
 - Příklad implementace spojovým seznamem
`lec11/priority_queue-linked_list`
 - Příklad implementace polem
`lec11/priority_queue-array`
- Halda - definice, vlastnosti a základní operace
- Reprezentace binárního plného stromu polem
- Prioritní fronta s haldou
- Hledání nejkratší cesty v grafu – využití prioritní fronty (resp. haldy)

- **Příště: Systémy pro správu verzí.**

