

Struktury a uniey, přesnost výpočtů a vnitřní reprezentace číselných typů

Jan Faigl

Katedra počítačů
Fakulta elektrotechnická
České vysoké učení technické v Praze

Přednáška 06

B0B36PRP – Procedurální programování

Jan Faigl, 2016 B0B36PRP – Přednáška 06: Struktury, uniey a číselné typy 1 / 59

Struktury – struct Uniey Příklad

Struktura – struct

- Struktura je konečná množina prvků (proměnných), které nemusí být stejného typu
- Skladba struktury je definovaná uživatelem jako nový typ sestavený z již definovaných typů
- K prvkům struktury **přístupujeme tečkovou notací**
- K prvkům můžeme přistupovat přes ukazatel operátorem \rightarrow
- Pro struktury stejného typu je definována operace přiřazení `struct1 = struct2;`
Pro proměnné typu pole není přímé přiřazení definováno, přiřazení pole je tak nutné realizovat po prvcích.
- Struktury (jako celek) **nelze** porovnávat relačním operátorem `==`
- Struktura může být funkci předávána hodnotou i ukazatelem
- Struktura může být návratovou hodnotou funkce

Jan Faigl, 2016 B0B36PRP – Přednáška 06: Struktury, uniey a číselné typy 5 / 59

Struktury – struct Uniey Příklad

Příklad struct – Inicializace

- Struktury:

```
struct record {
    int number;
    double value;
};
typedef struct {
    int n;
    double v;
} item;
```
- Proměnné typu struktura můžeme inicializovat prvek po prvku

```
struct record r;
r.value = 21.4;
r.number = 7;
```
- Podobně jako pole lze inicializovat přímo při definici

```
item i = { 1, 2.3 };
```
- nebo pouze konkrétní položky (ostatní jsou nulovány)

```
struct record r2 = { .value = 10.4};
```

lec06/struct.c

Jan Faigl, 2016 B0B36PRP – Přednáška 06: Struktury, uniey a číselné typy 8 / 59

Přehled témat

- Část 1 – Struktury a uniey
Struktury – struct
Proměnné se sdílenou pamětí – union *S. G. Kochan: kapitola 9 a 17*
Příklad *P. Herout: kapitola 14*
- Část 2 – Přesnost výpočtů a vnitřní reprezentace číselných typů
Přesnost výpočtů a numerická stability
Základní číselné typy a jejich reprezentace v počítači
Reprezentace celých čísel
Reprezentace reálných čísel *S. G. Kochan: kapitola 14 (typové konverze)*
Typové konverze *Appendix B (matematické funkce)*
Matematické funkce *P. Herout: kapitola 7 (typové konverze)*
- Část 3 – Zadání 6. domácího úkolu (HW06)

Jan Faigl, 2016 B0B36PRP – Přednáška 06: Struktury, uniey a číselné typy 2 / 59

Struktury – struct Uniey Příklad

Příklad struct – Definice

- Bez zavedení nového typu (`typedef`) je nutné před identifikátor jména struktury uvádět klíčové slovo `struct`

```
struct record {
    int number;
    double value;
};
typedef struct {
    int n;
    double v;
} item;

record r; /* THIS IS NOT ALLOWED! */
/* Type record is not known */

struct record r; /* Keyword struct is required */
item i; /* type item defined using typedef */
```
- Zavedením nového typu `typedef` můžeme používat typ struktury již bez uvádění klíčového slova `struct`
`lec06/struct.c`

Jan Faigl, 2016 B0B36PRP – Přednáška 06: Struktury, uniey a číselné typy 6 / 59

Struktury – struct Uniey Příklad

Příklad struct jako parametr funkce

- Struktury můžeme předávat jako parametry funkcí hodnotou

```
void print_record(struct record rec) {
    printf("record: number(%d), value(%lf)\n",
        rec.number, rec.value);
}
```
- Nebo ukazatelem

```
void print_item(item *v) {
    printf("item: n(%d), v(%lf)\n", v->n, v->v);
}
```
- Při předávání parametru
 - hodnotou** se vytváří nová proměnná a původní obsah předávané struktury se kopíruje na zásobník
 - ukazatelem** se kopíruje pouze hodnota ukazatele (adresa) a pracujeme tak s původní strukturou

lec06/struct.c

Jan Faigl, 2016 B0B36PRP – Přednáška 06: Struktury, uniey a číselné typy 9 / 59

Struktury – struct Uniey Příklad

Část I

Část 1 – Struktury a uniey

Jan Faigl, 2016 B0B36PRP – Přednáška 06: Struktury, uniey a číselné typy 3 / 59

Struktury – struct Uniey Příklad

Definice jména struktury a typu struktury

- Uvedením `struct record` zavádíme nové jméno struktury `record`

```
struct record {
    int number;
    double value;
};
```

 - Definujeme identifikátor `record` ve jmeném prostoru struktur
- Definicí typu `typedef` zavádíme nové jméno typu `record`

```
typedef struct record record;
```

 - Definujeme globální identifikátor `record` jako jméno typu `struct record`
- Obojí můžeme kombinovat v jediné definici jména a typu struktury

```
typedef struct record {
    int number;
    double value;
} record;
```

Jan Faigl, 2016 B0B36PRP – Přednáška 06: Struktury, uniey a číselné typy 7 / 59

Struktury – struct Uniey Příklad

Příklad struct – Přiřazení

- Hodnoty proměnné stejného typu struktury můžeme přiřadit operátorem `=`

```
struct record {
    int number;
    double value;
};
typedef struct {
    int n;
    double v;
} item;

struct record rec1 = { 10, 7.12 };
struct record rec2 = { 5, 13.1 };
item i;
print_record(rec1); /* number(10), value(7.120000) */
print_record(rec2); /* number(5), value(13.100000) */
rec1 = rec2;
i = rec1; /* THIS IS NOT ALLOWED! */
print_record(rec1); /* number(5), value(13.100000) */
```

`lec06/struct.c`

Jan Faigl, 2016 B0B36PRP – Přednáška 06: Struktury, uniey a číselné typy 10 / 59

Příklad struct – Přímá kopie paměti

- Jsou-li dvě struktury stejně veliké, můžeme přímo kopírovat obsah příslušné paměťové oblasti

Například funkci memcpy() z knihovny string.h

```
struct record r = { 7, 21.4};
item i = { 1, 2.3 };
print_record(r); /* number(7), value(21.400000) */
print_item(&i); /* n(1), v(2.300000) */
if (sizeof(i) == sizeof(r)) {
    printf("i and r are of the same size\n");
    memcpy(&i, &r, sizeof(i));
    print_item(&i); /* n(7), v(21.400000) */
}
```

- V tomto případě je interpretace hodnot v obou strukturách identická, obecně tomu však být nemusí

lec06/struct.c

Struktura struct a velikost

- Vnitřní reprezentace struktury nutně nemusí odpovídat součtu velikostí jednotlivých prvků

```
struct record {
    int number;
    double value;
};
typedef struct {
    int n;
    double v;
} item;
printf("Size of int: %lu size of double: %lu\n", sizeof(int), sizeof(double));
printf("Size of record: %lu\n", sizeof(struct record));
printf("Size of item: %lu\n", sizeof(item));
```

```
Size of int: 4 size of double: 8
Size of record: 16
Size of item: 16
```

lec06/struct.c

Struktura struct a velikost 1/2

- Při kompilaci zpravidla dochází k zarovnání prvků na velikost slova příslušné architektury

Např. 8 bytů v případě 64-bitové architektury.

- Můžeme explicitně předepsat kompaktní paměťovou reprezentaci, např. direktivou `__attribute__((packed))` pro překladače clang a gcc

```
struct record_packed {
    int n;
    double v;
} __attribute__((packed));
```

lec06/struct.c

Struktura struct a velikost 2/2

- Nebo `typedef struct __attribute__((packed)) {`
`int n;`
`double v;`
`} item_packed;`

- Příklad výstupu:

```
printf("Size of int: %lu size of double: %lu\n", sizeof(int), sizeof(double));
printf("record_packed: %lu\n", sizeof(struct record_packed));
printf("item_packed: %lu\n", sizeof(item_packed));
```

```
Size of int: 4 size of double: 8
Size of record_packed: 12
Size of item_packed: 12
```

lec06/struct.c

- Zarovnání zpravidla přináší rychlejší přístup do paměti, ale zvyšuje paměťové nároky

<http://www.catb.org/esr/structure-packing>

Příklad union 2/2

- Proměnné sdílejí paměťový prostor

```
1 numbers.c = 'a';
2 printf("\nSet the numbers.c to 'a'\n");
3 printf("Numbers c: %d i: %d d: %lf\n", numbers.c, numbers.i, numbers.d);
4
5 numbers.i = 5;
6 printf("\nSet the numbers.i to 5\n");
7 printf("Numbers c: %d i: %d d: %lf\n", numbers.c, numbers.i, numbers.d);
8
9 numbers.d = 3.14;
10 printf("\nSet the numbers.d to 3.14\n");
11 printf("Numbers c: %d i: %d d: %lf\n", numbers.c, numbers.i, numbers.d);
```

- Příklad výstupu:

```
Set the numbers.c to 'a'
Numbers c: 97 i: 1374389601 d: 3.140000

Set the numbers.i to 5
Numbers c: 5 i: 5 d: 3.139999

Set the numbers.d to 3.14
Numbers c: 31 i: 1374389535 d: 3.140000
```

lec06/union.c

Inicializace union

- Proměnnou typu `union` můžeme inicializovat při deklaraci

```
1 union {
2     char c;
3     int i;
4     double d;
5 } numbers = { 'a' };
```

Pouze první položka (proměnná) může být inicializována

- V C99 můžeme inicializovat konkrétní položku (proměnnou)

```
1 union {
2     char c;
3     int i;
4     double d;
5 } numbers = { .d = 10.3 };
```

Příklad struktura, pole a výčtový typ 1/3

- Hodnoty (konstanty) výčtového typu jsou celá čísla, která mohou být použita jako indexy (pole)

- Také je můžeme použít pro inicializaci pole struktur

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3 #include <string.h>
4
5 enum weekdays { MONDAY, TUESDAY, WEDNESDAY, THURSDAY, FRIDAY };
6
7 typedef struct {
8     char *name;
9     char *abbr; // abbreviation
10 } week_day_s;
11
12 const week_day_s days_en[] = {
13     [MONDAY] = { "Monday", "mon" },
14     [TUESDAY] = { "Tuesday", "tue" },
15     [WEDNESDAY] = { "Wednesday", "wed" },
16     [THURSDAY] = { "Thursday", "thr" },
17     [FRIDAY] = { "Friday", "fri" },
18 };
```

lec06/demo-struct.c

Příklad struktura, pole a výčtový typ 2/3

- Připravíme si pole struktur pro konkrétní jazyk
- Program vytiskne jméno a zkratku dne v týdnu dle čísla dne v týdnu
V programu používáme jednotné číslo dne bez ohledu na jazykovou mutaci

```

19 const week_day_s days_cs[] = {
20     [MONDAY] = { "Pondeli", "po" },
21     [TUESDAY] = { "Utery", "ut" },
22     [WEDNESDAY] = { "Streda", "st" },
23     [THURSDAY] = { "Ctvrtek", "ct" },
24     [FRIDAY] = { "Patek", "pa" },
25 };
26
27 int main(int argc, char *argv[], char **envp)
28 {
29     int day_of_week = argc > 1 ? atoi(argv[1]) : 1;
30     if (day_of_week < 1 || day_of_week > 5) {
31         fprintf(stderr, "(EE) File: '%s' Line: %d -- Given day of
32             week out of range\n", __FILE__, __LINE__);
33         return 101;
34     }
35     day_of_week -= 1; // start from 0
36
37     lec06/demo-struct.c

```

Jan Faigl, 2016

B0B36PRP – Přednáška 06: Struktury, uniony a číselné typy

22 / 59

Příklad struktura, pole a výčtový typ 3/3

- Detekci národního prostředí provedeme podle hodnoty proměnné prostředí
Pro jednoduchost detekujeme češtinu na základě výskytu řetězce "cs" v hodnotě proměnné prostředí LC_CTYPE.

```

35 _Bool cz = 0;
36 while (*envp != NULL) {
37     if (strstr(*envp, "LC_CTYPE") && strstr(*envp, "cs"))
38         cz = 1;
39     break;
40 }
41 envp++;
42 }
43 const week_day_s *days = cz ? days_cs : days_en;
44
45 printf("%d %s %s\n",
46     day_of_week,
47     days[day_of_week].name,
48     days[day_of_week].abbr);
49 return 0;
50 }
51
52 lec06/demo-struct.c

```

Jan Faigl, 2016

B0B36PRP – Přednáška 06: Struktury, uniony a číselné typy

23 / 59

Jan Faigl, 2016

B0B36PRP – Přednáška 06: Struktury, uniony a číselné typy

24 / 59

Přesnost výpočtů Reprezentace číselných typů Celá čísla Reálná čísla Typové konverze Matematické funkce

Přesnost výpočtů Reprezentace číselných typů Celá čísla Reálná čísla Typové konverze Matematické funkce

Přesnost výpočtů Reprezentace číselných typů Celá čísla Reálná čísla Typové konverze Matematické funkce

Přesnost výpočtu 1/2

- Ztráta přesnosti při aritmetických operacích.

Příklad sčítání dvou čísel

```

1 #include <stdio.h>
2
3 int main(void)
4 {
5     double a = 1e+10;
6     double b = 1e-10;
7
8     printf("a : %24.121f\n", a);
9     printf("b : %24.121f\n", b);
10    printf("a+b: %24.121f\n", a + b);
11
12    return 0;
13 }
14
15 clang sum.c && ./a.out
16 a : 10000000000.000000000000
17 b : 0.00000000000100
18 a+b: 10000000000.000000000000
19
20 lec06/sum.c

```

Jan Faigl, 2016

B0B36PRP – Přednáška 06: Struktury, uniony a číselné typy

26 / 59

Přesnost výpočtu 2/2

Příklad dělení dvou čísel

```

1 #include <stdio.h>
2
3 int main(void)
4 {
5     const int number = 100;
6     double dV = 0.0;
7     float fV = 0.0f;
8
9     for (int i = 0; i < number; ++i) {
10        dV += 1.0 / 10.0;
11        fV += 1.0 / 10.0;
12    }
13
14    printf("double value: %lf ", dV);
15    printf("float value: %lf ", fV);
16
17    return 0;
18 }
19
20 clang division.c && ./a.out
21 double value: 10.000000 float value: 10.000002
22
23 lec06/division.c

```

Jan Faigl, 2016

B0B36PRP – Přednáška 06: Struktury, uniony a číselné typy

27 / 59

Přesnost výpočtu - strojová přesnost

- Strojová přesnost ϵ_m - nejmenší desetinné číslo, které přičtením k 1.0 dává výsledek různý od 1, pro $|v| < \epsilon_m$, platí

$$v + 1.0 == 1.0.$$

Symbol == odpovídá porovnání dvou hodnot v Javě (test na ekvivalenci).

- Zaokrouhlovací chyba - nejméně ϵ_m .
- Přesnost výpočtu - aditivní chyba roste s počtem operací v řádu $\sqrt{N} \cdot \epsilon_m$.
 - Často se však kumuluje preferabilně v jedno směru v řádu $N \cdot \epsilon_m$.

Zdroje a typy chyby

- Chyby matematického modelu - matematická aproximace fyzikální situace.
- Chyby vstupních dat.
- Chyby numerické metody.
- Chyby zaokrouhlovací.
- Absolutní chyba aproximace
 $E(x) = \hat{x} - x$, \hat{x} přesná hodnota, x aproximace.
- Relativní chyba $RE(x) = \frac{\hat{x} - x}{x}$.

Jan Faigl, 2016

B0B36PRP – Přednáška 06: Struktury, uniony a číselné typy

29 / 59

Podmíněnost numerických úloh

- Podmíněnost úlohy $C_p = \frac{\text{relativní chyba výstupních údajů}}{\text{relativní chyba vstupních údajů}}$
- Dobře podmíněná úloha $C_p \approx 1$.
- Výpočet je dobře podmíněný, je-li málo citlivý na poruchy ve vstupních datech.
- Numericky stabilní výpočet - vliv zaokrouhlovacích chyb na výsledek je malý.
- Výpočet je stabilní, je-li dobře podmíněný a numericky stabilní.

Jan Faigl, 2016

B0B36PRP – Přednáška 06: Struktury, uniony a číselné typy

30 / 59

Možnosti zvýšení přesnosti

- Reprezentace racionálních čísel - podíl dvou celočíselných hodnot, např. *Homogenní souřadnice*.
- „Libovolná přesnost“ - speciální knihovny, např. *gmp* až do výše volné paměti.
souřadnice x,y - 7511164176768 346868669952 3739567104 ~ 2008.57, 92.76

Informativní

Jan Faigl, 2016

B0B36PRP – Přednáška 06: Struktury, uniony a číselné typy

31 / 59

Příklady chyb

- Ariane 5 - 4.6.1996
40 sekund po startu explodovala. Datová konverze z 64-bitového desetinné reprezentace na 16-ti bitový znaménkový integer.
http://www.esa.int/esaCP/Pr_33_1996_p_EN.html
- Systém Patriot - 25.2.1991
Systémový čas v desetinách sekundy, převod na sekundy realizován dělením 10, registry pouze 24 bitů.
<http://www.ima.umn.edu/~arnold/disasters/patriot.html>
<http://www5.informatik.tu-muenchen.de/~huckle/bugse.html>

Repräsentace dat v počítači

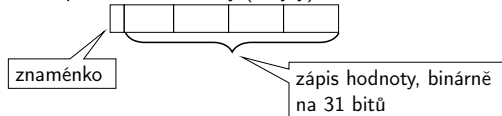
- V počítači není u datové položky určeno jaký konkrétní datový typ je v paměti uložen
- Proto musíme přidělení paměti **deklarovat** s jakými typy dat budeme pracovat
- Překladač pak tuto deklaraci hlídá a volí odpovídající strojové instrukce pro práci s datovými položkami například jako s odpovídajícími číselnými typy
Např. neceločíselné (float) typy a využití tzv. FPU

Příklad ekvivalentních repräsentací v paměti počítače

- $(0100\ 0001)_2$ – binární zápis jednoho bajtu (8-mi bitů);
- $(65)_{10}$ – odpovídající číslo v dekadické soustavě;
- $(41)_{16}$ – odpovídající číslo v šestnáctkové soustavě;
- znak A – tentýž obsah paměťového místa $(0100\ 0001)_2$ o velikosti 1 byte může být interpretován také jako znak A.

Příklad repräsentace celých čísel **int**

- Na 32-bitových a 64-bitových strojích je celočíselný typ **int** zpravidla repräsentován 32 byty (4 byty)



- Typ **int** je znaménkový typ
- Znaménko je zakódováno v 1 bitu a vlastní číselná hodnota pak ve zbývajících 31 bitech
 - Největší číslo je $0111 \dots 111 = 2^{31} - 1 = 2147483647$
Nezapomínat na 0
 - Nejmenší číslo je $-2^{31} = -2147483648$
0 už je zahrnuta
- Pro zobrazení záporných čísel je použit tzv. **doplňkový kód**
Nejmenší číslo v doplňkovém kódu $1000 \dots 000$ je -2^{31}

Datové typy

- Při návrhu algoritmu abstrahujeme od binární podoby paměti počítače
- S daty pracujeme jako s hodnotami různých datových typů, které jsou uloženy v paměti předepsaným způsobem
- Datový typ specifikuje:
 - Množinu hodnot, které je možné v počítači uložit
Záleží na způsobu repräsentace
 - Množinu operací, které lze s hodnotami typu provádět
- **Jednoduchý typ** je takový typ, jehož hodnoty jsou atomické, tj. z hlediska operací dále nedělitelné

Repräsentace celých čísel

- Číselné soustavy – poziční číselné soustavy (polyadické) jsou charakterizovány bází udávající kolik číslic lze maximálně použít
 $x_d = \sum_{i=-n}^{i=m} a_i \cdot z^i$, kde a_i je číslice a z je základ soustavy
- Unární – např. počet vypitých půllitrů
- Binární soustava (bin) – 2 číslice 0 nebo 1
 $11010,01^2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2}$
 $= 1 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{4}$
 $= 26,25$
- Desítková soustava (dec) – 10 číslic, znaky 0 až 9
 $138,24 = 1 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2}$
 $= 1 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 8 \cdot 1 + 2 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,01$
- Šestnáctková soustava (hex) – 16 číslic, znaky 0 až 9 a A až F
 $0x7D_h = 7 \cdot 16^1 + D \cdot 16^0$
 $= 112 + 13$
 $= 125$

Repräsentace záporných celých čísel

- Doplnkový kód – $D(x)$
- Pro 8-mi bitovou repräsentací čísel
 - Můžeme repräsentovat $2^8 = 256$ čísel
 - Rozsah $r = 256$

$$D(x) = \begin{cases} x & \text{pro } 0 \leq x < \frac{r}{2} \\ r + x & \text{pro } -\frac{r}{2} \leq x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

- Příklady

Desítkově	Doplňkový kód
0-127	0000 0000 – 0111 1111
128	nelze zobrazit na 8 bitů v doplňkovém kódu
-128	$D(-128) = 256 + (-128) = 128$ to je 1000 0000
-1	$D(-1) = 256 + (-1) = 255$ to je 1111 1111
-4	$D(-4) = 256 + (-4) = 252$ to je 1111 1100

Příklad číselných typů a vnitřní repräsentace

- Např. 32-bitový typ **int** umožňuje uložit celá čísla v intervalu $(-2147483648, 2147483647)$, pro která můžeme použít
 - aritmetické operace $+$, $-$, $*$, $/$ s výsledkem hodnota typu **int**
 - relační operace $==$, $!=$, $>$, $<$, $>=$, $<=$
 - Inicializovat hodnotou dekadického nebo hexadecimálního literálu


```
1 int i; //deklarace promenne typu int
2 int decI = 120; //deklarace spolu s prirazeniem
3 int hexI = 0x78; //pocatecni hodnota v 16-kove soustave
4
5 int sum = 10 + decI + 0x13; //pocatecni hodnota je vyraz
```
- Vnitřní repräsentace typů (např. **int**, **short**, **double**) umožňuje uložit čísla z definovaného rozsahu s různou přesností.
- Číselné datové typy lze vzájemně převádět implicitní nebo explicitní typovou konverzí
- Při konverzi nemusí být hodnota zachována – viz `lec06/demo-types.c`

Více-bajtová repräsentace a pořadí bajtů

- Číselné typy s více-bajtovou repräsentací mohou mít bajty uloženy v různém pořadí
 - *little-endian* – **nejméně** významný bajt se ukládá na nejnižší adresu x_{86} , ARM
 - *big-endian* – **nejvíce** významný bajt se ukládá na nejnižší adresu *Motorola*, ARM
- Pořadí je důležité při přenosu hodnot z paměti jako posloupnosti bajtů a jejich následné interpretaci
- **Network byte order** – je definován pro síťový přenos a není tak nutné řešit konkrétní architekturu
 - Tj. hodnoty z paměti jsou ukládány a přenášeny v tomto pořadí bajtů a na cílové stanici pak zpětně zapsány do konkrétního nativního pořadí
big-endian

Repräsentace reálných čísel

- Pro uložení čísla vyhrazuje omezený paměťový prostor

Příklad – zápis čísla $\frac{1}{3}$ v dekadické soustavě

- $= 33333333 \dots 3333$
- $= 0,33$
- $\approx 0,33333333333333333333$
- $\approx 0,333$

V trojkové soustavě: $0 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 + 1 \cdot 3^{-1} = (0,1)_3$

- Nepřesnosti v zobrazení reálných čísel v konečné posloupnosti bitů způsobují
 - Iracionální čísla, např. e , π , $\sqrt{2}$
 - Čísla, která mají v dané soustavě periodický rozvoj, např. $\frac{1}{3}$
 - Čísla, která mají příliš dlouhý zápis

Model reprezentace reálných čísel

- Reálná čísla se zobrazují jako aproximace daným rozsahem pamětového místa

- Reálné číslo x se zobrazuje ve tvaru

$$x = \text{mantisa} \cdot \text{základ}^{\text{exponent}}$$

$$x = m \cdot z^{\text{exponent}}$$

- Pro jednoznačnost zobrazení musí být mantisa normalizována

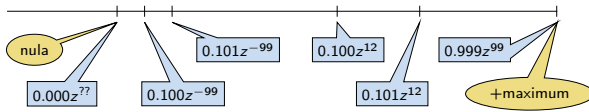
$$0,1 \leq m < 1$$

- Ve vyhrazeném pamětovém prostoru je pro zvolený základ uložen exponent a mantisa jako dvě celá čísla



Model reprezentace reálných čísel a vzdálenost mezi aproximacemi

- Rozsah hodnot pro konkrétní exponent je dán velikostí mantisy
- Absolutní vzdálenost dvou aproximací tak záleží na exponentu
 - Mezi hodnotou 0 a 1,0 je využit celý rozsah mantisy pro exponenty $\{-99, -98, \dots, 0\}$



- Aproximace reálných čísel nejsou na číselné ose rovnoměrně rozloženy



Typové konverze

- Typová konverze je operace převedení hodnoty nějakého typu na hodnotu typu jiného
- Typová konverze může být
 - implicitní – vyvolá se automaticky
 - explicitní – je nutné v programu explicitně uvést

- Konverze typu `int` na `double` je implicitní

Hodnota typu int může být použita ve výrazu, kde se očekává hodnota typu double, dojde k automatickému převodu na hodnotu typu double.

Příklad

```
double x;
int i = 1;
```

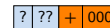
```
x = i; // hodnota 1 typu int se automaticky převede
// na hodnotu 1.0 typu double
```

- Implicitní konverze je bezpečná

Příklad modelu reprezentace reálných čísel 1/2

Reprezentace na 7 bajtů

- Délka mantisy 3 pozice (bajtů) plus znaménko
- Délka exponentu 2 pozice plus znaménko
- Základ $z = 10$
- Nula



- Příklad $x = 77,5 = 0,775 \cdot z^{+02}$



Typ `double` – reprezentace necelých čísel

- `double` – 64 bitů (8 bajtů), norma IEEE 754

ISO/IEC/IEEE 60559:2011

- s – 1 bit znaménko (+ nebo –)
- exponent – 11 bitů, tj. 2048 možností
- mantisa – 52 bitů ≈ 4.5 biliardy možností

4 503 599 627 370 496

- Neumožňuje přesně uložit čísla se zápisem delším než 52 bitů
- Čím větší exponent, tím větší „mezery“ mezi sousedními aproximacemi čísel

- Reálné číslo x se zobrazuje ve tvaru

$$x = (-1)^s \text{mantisa} \cdot 2^{\text{exponent} - \text{bias}}$$

- bias umožňuje reprezentovat exponent vždy jako kladné číslo

Lze zvolit, např. $\text{bias} = 2^{eb-1} - 1$, kde eb je počet bitů exponentu

<http://www.root.cz/clanky/norma-ieee-754-a-pribuzni-formaty-plouvouci-radove-tecky>

Explicitní typové konverze

- Převod hodnoty typu `double` na `int` je třeba explicitně předeepsat
- Dojde k „odseknutí“ necelé části hodnoty `int`

Příklad

```
double x = 1.2; // deklarace proměnné typu double
int i; // deklarace proměnné typu int
int i = (int)x; // hodnota 1.2 typu double se převede
// na hodnotu 1 typu int
```

- Explicitní konverze je potenciálně nebezpečná

Příklady

```
double d = 1e30; // i je -2147483648 // to je asi -2e9 místo 1e30
long l = 5000000000L; // i je 705032704 // (ořiznuté 4 bajty)
int i = (int)d; // i je 705032704 // (ořiznuté 4 bajty)
int i = (int)l; // i je 705032704 // (ořiznuté 4 bajty)
```

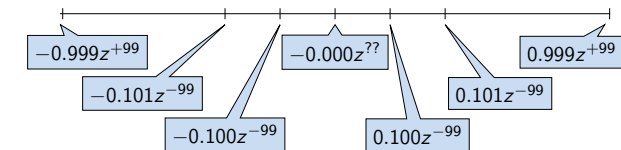
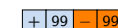
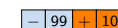
Příklad modelu reprezentace reálných čísel 2/2

Limitní zobrazitelná čísla

- Maximální zobrazitelné kladné číslo $0,999z^{99}$
- Maximální zobrazitelné záporné číslo $-0,100z^{-99}$



- Minimální zobrazitelné kladné číslo $0,100z^{-99}$
- Minimální zobrazitelné záporné číslo $-0,999z^{+99}$



Přřazovací operátor a příkaz

- Slouží pro nastavení hodnoty proměnné

Uložení číselné hodnoty do paměti, kterou proměnná reprezentuje

- Tvar přřazovacího operátoru

$$\langle \text{proměnná} \rangle = \langle \text{výraz} \rangle$$

Výraz je literál, proměnná, volání funkce, ...

- Zkrácený zápis

$$\langle \text{proměnná} \rangle \langle \text{operátor} \rangle = \langle \text{výraz} \rangle$$

- Přřazení je výraz

- Asociativní zprava

- Přřazovací příkaz – výraz zakončený středníkem ;

```
int x; //deklarace
promenne x
int y; //deklarace
promenne y
```

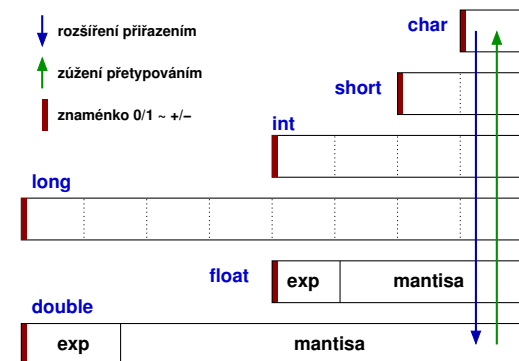
```
x = 6;
y = x + 6;
```

```
int x, y; //deklarace
promennych x a y
```

```
x = 10;
y = 7;
y += x + 10;
```

Konverze primitivních číselných typů

- Primitivní datové typy jsou vzájemně nekompatibilní, ale jejich hodnoty lze převádět



Matematické funkce

- `<math.h>` – základní funkce pro práci s „reálnými“ čísly
 - Výpočet odmocniny neceleho čísla x

```
double sqrt(double x); float sqrtf(float x);
```

V C funkce nepřetěžujeme, proto jsou jména odlišena
 - `double pow(double x, double y)`; – výpočet obecné mocniny
 - `double atan2(double y, double x)`; – výpočet $\arctan y/x$ s určením kvadrantu
 - Symbolické konstanty – `M_PI`, `M_PI_2`, `M_PI_4`, atd.
 - `#define M_PI 3.14159265358979323846`
 - `#define M_PI_2 1.57079632679489661923`
 - `#define M_PI_4 0.78539816339744830962`
 - `isfinite()`, `isnan()`, `isless()`, ... – makra pro porovnání reálných čísel.
 - `round()`, `ceil()`, `floor()` – zaokrouhlování, převod na celá čísla
- `<complex.h>` – funkce pro počítání s komplexními čísly *ISO C99*
- `<fenv.h>` – funkce pro řízení zaokrouhlování a reprezentaci dle IEEE 754.

[man math](#)

Diskutovaná témata

Shrnutí přednášky

Část III

Část 3 – Zadání 6. domácího úkolu (HW06)

Diskutovaná témata

Diskutovaná témata

- Struktury, způsoby definování, inicializace a paměťové reprezentace
- Uniony
- Přesnost výpočtu
- Vnitřní paměťová reprezentace celočíselných i neceločíselných číselných typů
- Knihovna `math.h`
- **Příště:**
 - Přednáška x67 - Vyzvané téma (přednáška pouze v úterý 15.11.2016)
 - **Přednáška 7 - Standární knihovny C. Rekurse.**

Zadání 6. domácího úkolu HW06

Téma: Caesarova šifra

Povinné zadání: **4b**; Volitelné zadání: **4b**; Bonusové zadání: *není*

- **Motivace:** Získat zkušenosti s dynamickou alokací paměti. Implementovat výpočetní úlohu optimalizačního typu.
- **Cíl:** Osvojit si práci s dynamickou alokací paměti
- **Zadání:** <https://cw.fel.cvut.cz/wiki/courses/b0b36prp/hw/hw06>
 - Načtení dvou vstupních textu a tisk dekodované zprávy na výstup
 - Zakódovaný text i (špatně) odposlechnutý text mají stejné délky
 - Nalezení největší shody dekodovaného a odposlechnutého textu na základě hodnoty posunu v Caesarově šifře
 - Optimalizace hodnoty Hammingovy vzdálenosti
 - https://en.wikipedia.org/wiki/Hamming_distance
 - **Volitelné zadání** rozšiřuje úlohu o uvažování chybějících znaků v odposlechnutém textu, což vede na využití Levenštejnovy vzdálenosti.
 - https://en.wikipedia.org/wiki/Levenshtein_distance
- **Termín odevzdání:** **26.11.2016, 23:59:59 PST**

PST – Pacific Standard Time