



**OI-OPPA. European Social Fund
Prague & EU: We invest in your future.**

Problém nalezení největšího prázdného kruhu (LEC)

Markéta Štětovská

1/13

Obsah prezentace:

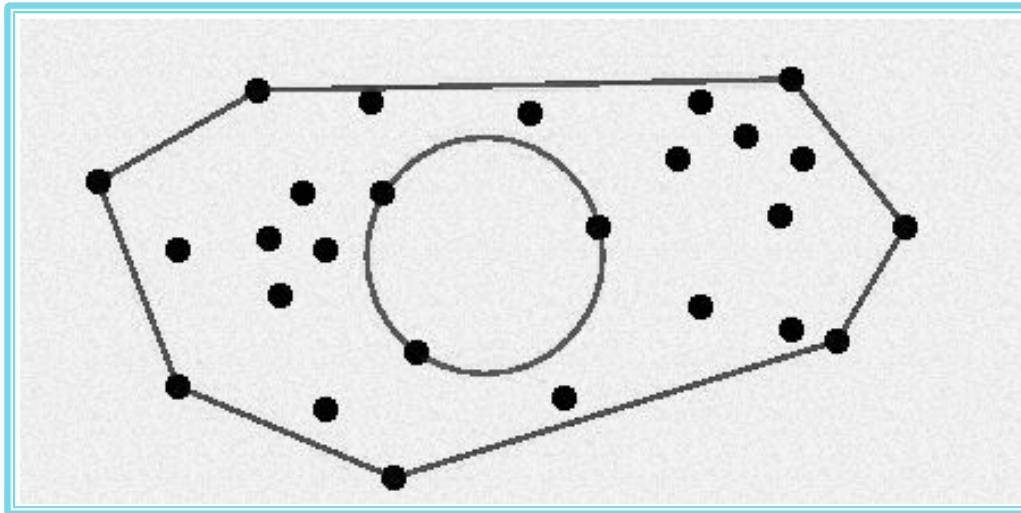
- ▶ 1. Úvod do problému
- ▶ 2. Základní terminologie
- ▶ 3. Princip prezentované metody – příklad
- ▶ 4. Prostor na otázky

Úvod do problému

S ... konečná množina vstupních bodů

$p_0 = (x_0, y_0)$... střed LEC

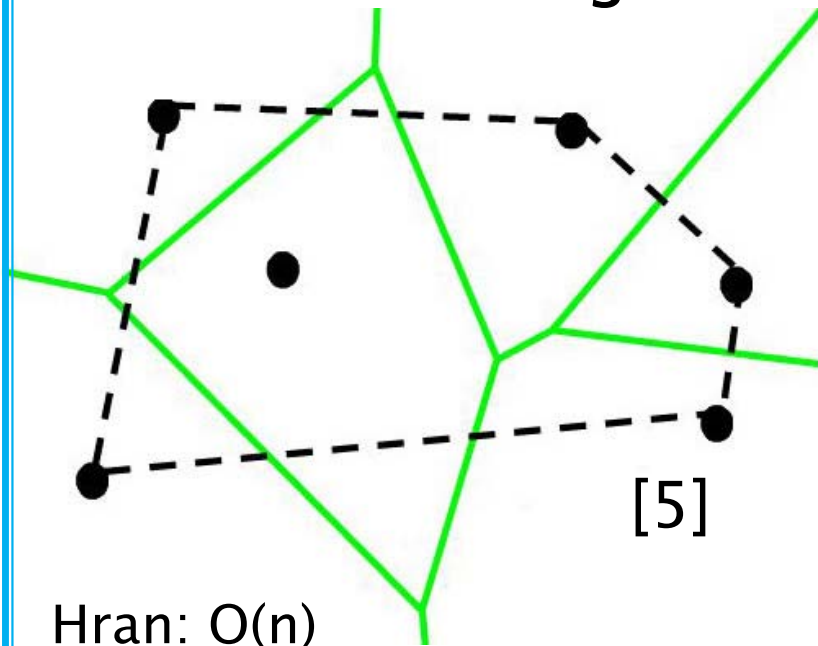
$$p_0 : \max_{p_0 \in \text{Hull}(S)} \min_i (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2$$



[4] LEC

Základní terminologie

Voronoiův diagram

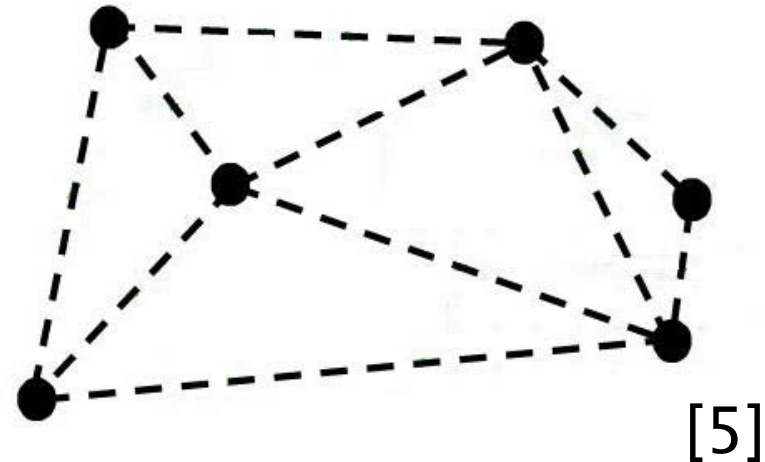


Hran: $O(n)$

Vrcholů: $O(n)$

Konstrukce: $O(n \log n)$

Delaunayova triangulace



Vrcholů: $O(n)$

Konstrukce: $O(n \log n)$

Jací jsou potencionální kandidáti na střed LEC?

- ▶ 1. Vrcholy Voronoiho diagramu, které jsou uvnitř konvexní obálky.
- ▶ 2. Průsečíky hran Voronoiho diagramu s hranami konvexní obálky.

Podproblémy nalezení LEC

1. Vytvoření Voronoiho diagramu $Vor(S)$
2. Vytvoření konvexní obálky $CH(S)$
3. Nalezení vrcholů $Vor(S)$ uvnitř $CH(S)$
 - vypočteme LEC pro daný vrchol
4. Nalezení průniků mezi hranami $Vor(S)$ a hranami $CH(S)$
 - vypočteme LEC pro daný průnik

Metoda LEC Preparata, Shamos

- ▶ složitost: $O(n \log n)$

▶ Vlastnost 1:

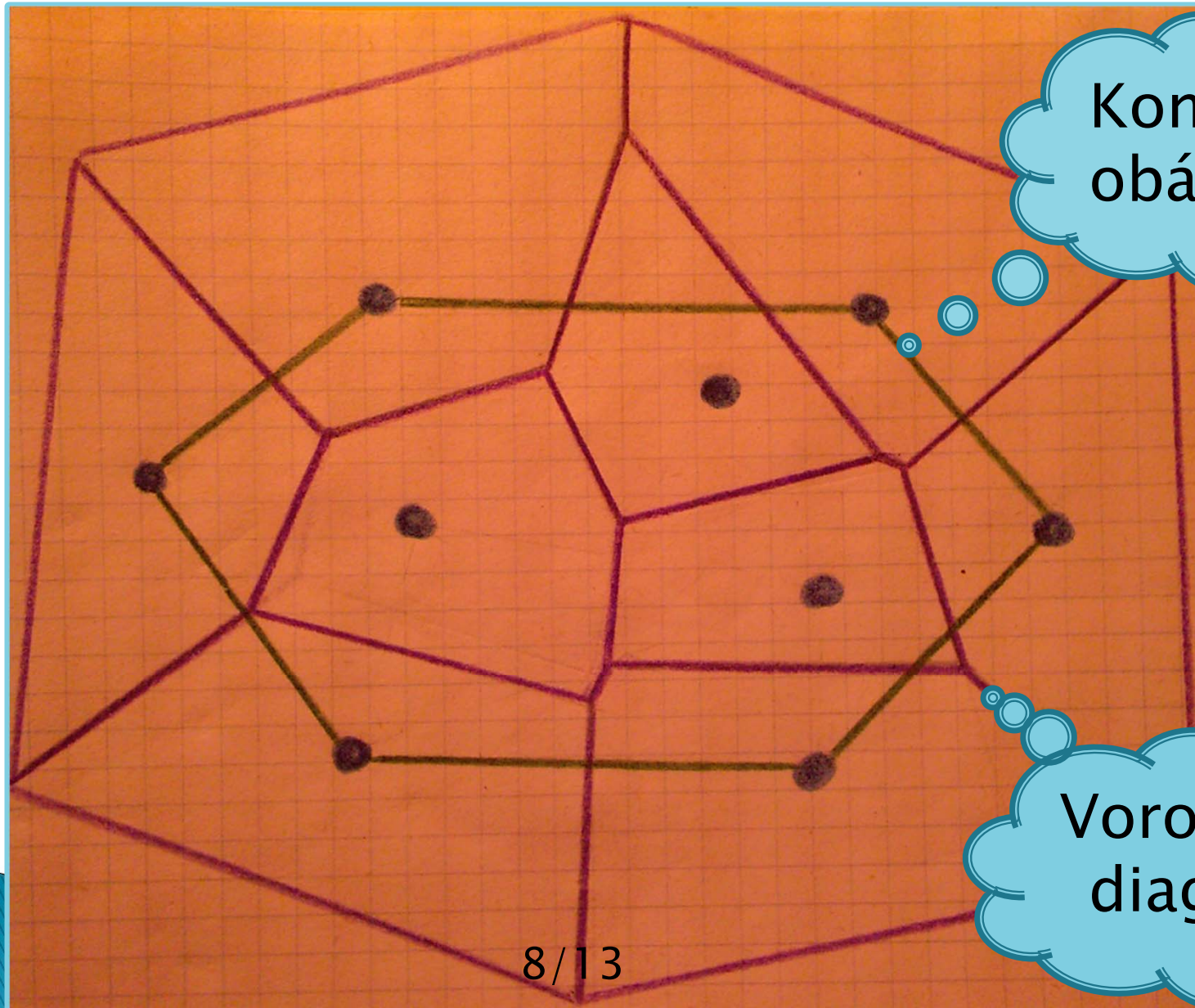
Hrana Voronoiho diagramu protne na nejvýš dvě hrany konvexní obálky.

Vlastnost 2:

Každá hrana konvexní obálky protne alespoň jednu hranu Voronoiho diagramu.

Každá hrana $CH(S)$ spojuje 2 různé body z množiny S , které náležejí do dvou různých Vor. polygonů.

Příklad - LEC Shamos, Preparata



Konvexní
obálka

Voronoiův
diagram

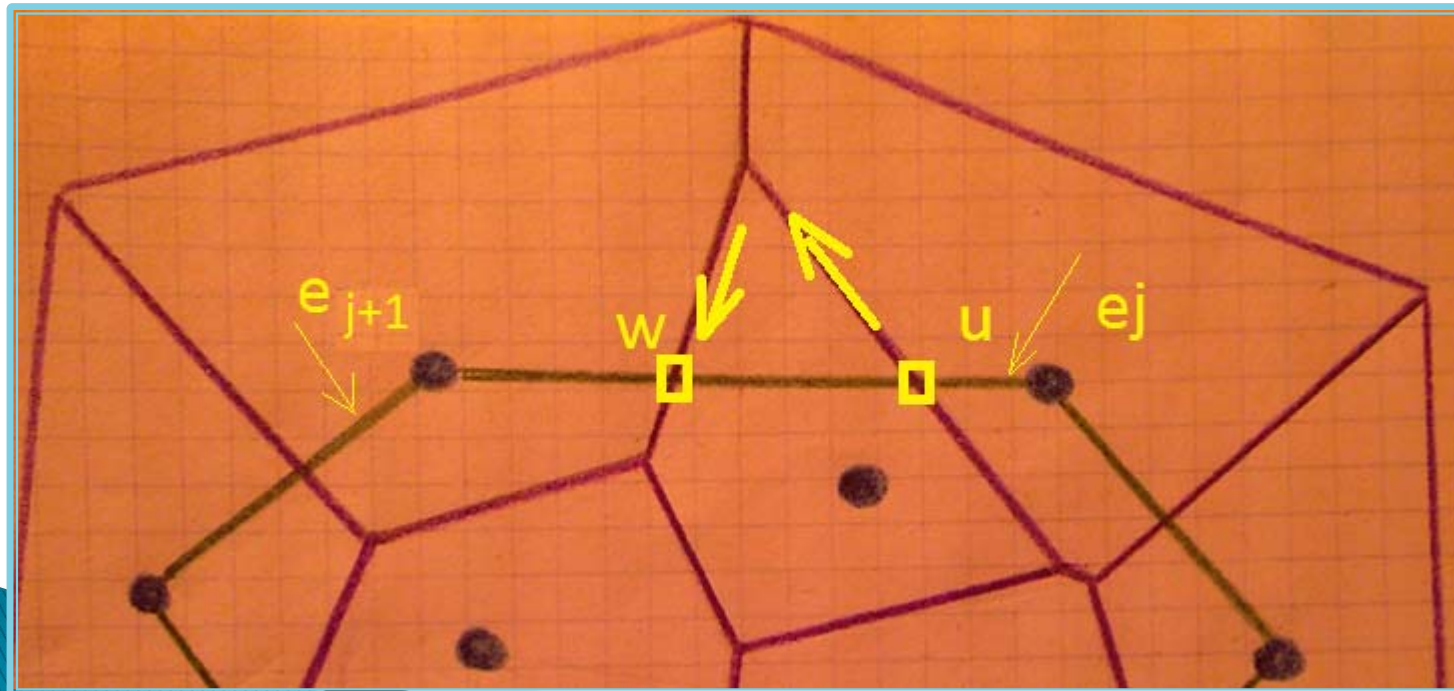
Je vrchol Voronoiho diagramu uvnitř konvexní obálky?

- ▶ **Přidáme středový bod a vytvoříme výseky**
- ▶ Polární souřadnicový systém s počátkem v P a polární osou
- ▶ Výseky rozdělují prostor do oblastí (dle úhlu)
- ▶ Převédeme vrchol Voronoiho diagramu do dané polární souřadnicové soustavy
- ▶ Zjistíme, v jaké oblasti leží, pomocí binárního půlení (dle velikosti úhlu)

Nalezení průniku hran Voronoiho diagramu s hranami konvexní obálky

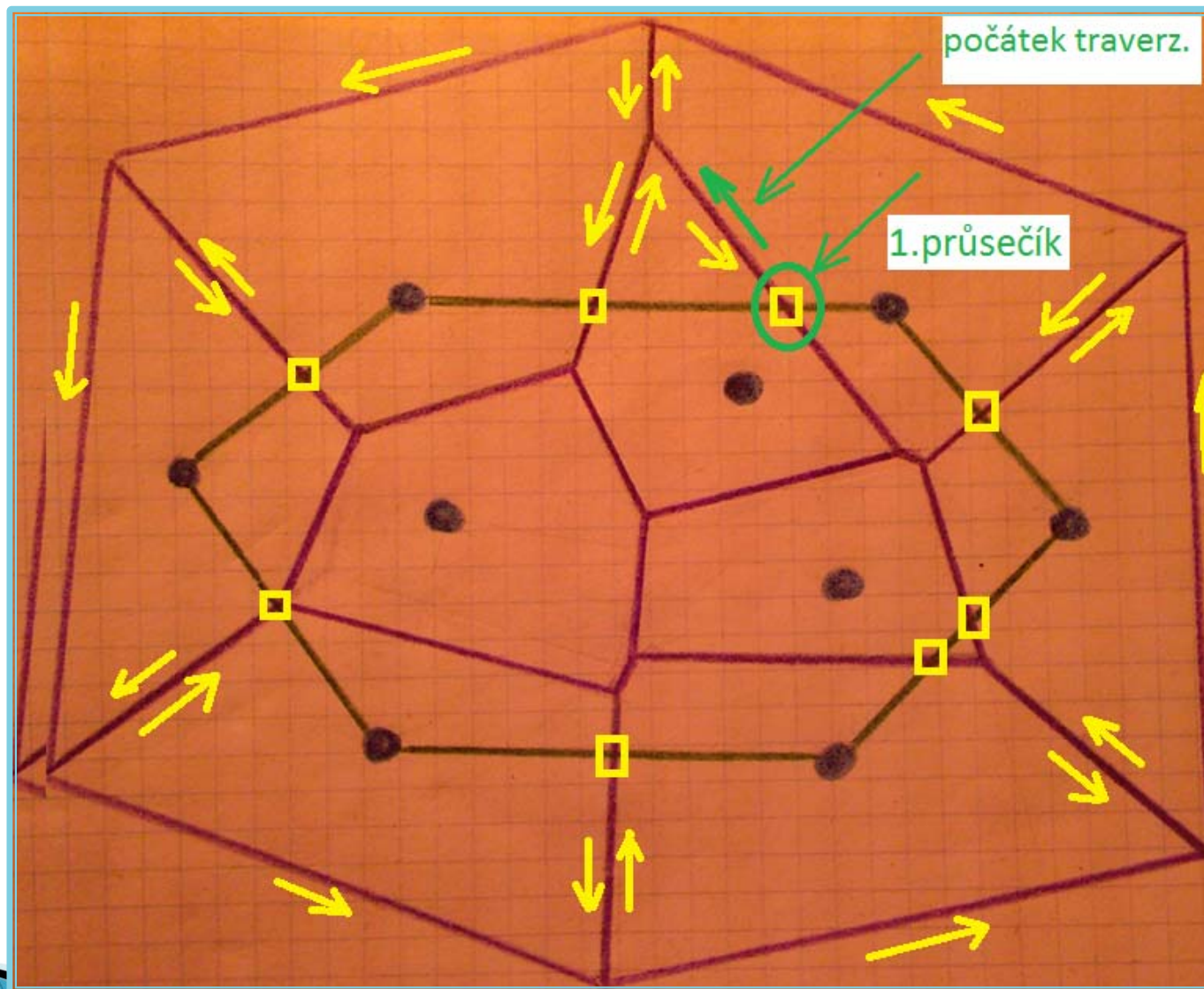
- ▶ Posloupnost hran $CH(S)$ CCW $\dots\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$
- ▶ Známe první hranu $Vor(S)$, jakou protíná hranu $CH(S)$, vypočteme průsečík u
- ▶ Traverzujeme hrany Vor. Polyg. CCW
- ▶ w leží buď na e_j nebo e_{j+1} ...hrana Vor...test: 2hrany

$CH(S)$



$O(n)$

Nalezení průniku hran Voronoioho diagramu s hranami konvexní obálky (výsledek)



Omezení metody LEC

1. If $|S|=3 \dots 3$ body nesmí být kolineární

→ neexistuje Delaunayova triangulace

2. žádné 4 body nesmí ležet na stejném kruhu

→ není Delaunayova trinang. jedinečná

Použité zdroje

- ▶ [1] Computational Geometry: an introduction; Preparata, Shamos; 1988
- ▶ [2] Computing Largest Empty Circles with Location Constraints; Toussaint; 1983
- ▶ [3] The Largest Empty Circle Problem; Schuster
- ▶ [4] <http://www.personal.kent.edu/~rmuhamma/Compgeometry/MyCG/CG-Applets/LgEmptyCircle/lccli.htm>
- ▶ [5] 6.přednáška VG – Voronoi digram, Petr Felkel, verze k 22.9.2012



**OI-OPPA. European Social Fund
Prague & EU: We invest in your future.**
