Vytěžování Dat
Přednáška 9 – Lineární klasifikátor, rozšíření báze, LDA, logistická regrese

Miroslav Čepek

Fakulta Elektrotechnická, ČVUT

Evropský sociální fond Praha & EU:
Investujeme do vaší budoucnosti

13.12.2011

Klasifikátory

- Jaké znáte klasifikační algoritmy?

Klasifikátory

- Jaké znáte klasifikační algoritmy?
  - Naive Bayes
  - Rozhodovací strom
  - KNN

Klasifikátory

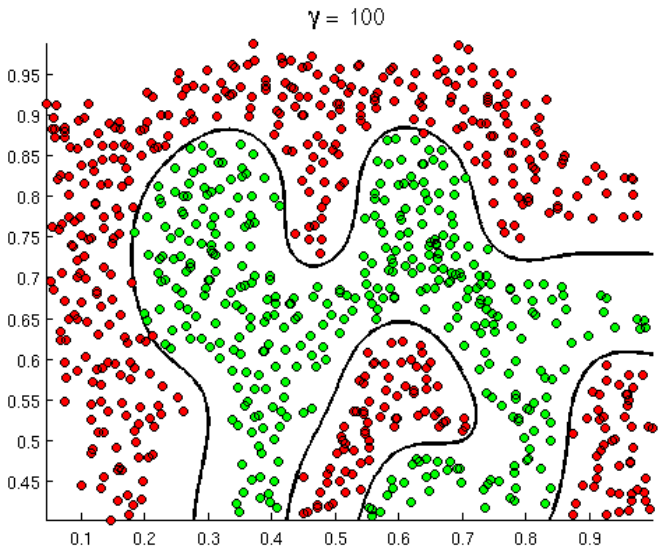
- Jaké znáte klasifikační algoritmy?
  - Naive Bayes
  - Rozhodovací strom
  - KNN
- Jak fungují?

Klasifikátory

- Jaké znáte klasifikační algoritmy?
  - Naive Bayes
  - Rozhodovací strom
  - KNN
- Jak fungují?
  - Naive Bayes počítá pravděpodobnost přiřazení do třídy za podmínky dané pozorováním.
  - Rozhodovací strom generuje posloupnost rozhodnutí.
  - KNN hledá nejbližší instance z trénovací množiny.

Rozhodovací hranice

- Další možný pohled je z hlediska rozhodovací hranice.
- Rozhodovací hranice je místo, kde instance přestávají patřit do třídy A a začínají patřit do třídy B.



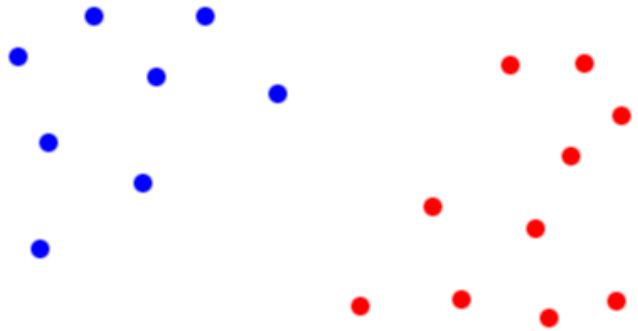
Převzadto z `http://openclassroom.stanford.edu/MainFolder/DocumentPage.php?course=MachineLearning&doc=exercises/ex8/ex8.html`

Rozhodovací hranice (2)

- Co když mám následující data:
- Jak bude vypadat nejjednodušší rozhodovací hranice, která data oklasifikuje bez chyby?

Rozhodovací hranice (2)

- Co když mám následující data:
- Jak bude vypadat nejjednodušší rozhodovací hranice, která data oklasifikuje bez chyby?
- Stačí přece přímka!



Lineární klasifikátor

- Takovou přímku umíme celkem jednoduše najít a vyrobit :).
- Jak vypadá rovnice přímky?

Lineární klasifikátor

- Takovou přímku umíme celkem jednoduše najít a vyrobit :).
- Jak vypadá rovnice přímky?

$$y = \sum_j w_j x_j = \overline{wx}$$

Lineární klasifikátor

- Takovou přímku umíme celkem jednoduše najít a vyrobit :).
- Jak vypadá rovnice přímky?

$$y = \sum_j w_j x_j = \overline{wx}$$

- Jak zjistíme, do které třídy patří vzor $\bar{x}$?

Lineární klasifikátor

- Takovou přímku umíme celkem jednoduše najít a vyrobit :).
- Jak vypadá rovnice přímky?

$$y = \sum_j w_j x_j = \overline{wx}$$

- Jak zjistíme, do které třídy patří vzor $\bar{x}$?
- Prostým dosazením! Pokud $y > 0$ vzor patří do jedné třídy, $y < 0$ vzor patří do druhé třídy.
- $y = 0$ je rozhodovací hranice, kde se nelze rozhodnout. Naštěstí se toto nestává často.

Lineární klasifikátor

- Takovou přímku umíme celkem jednoduše najít a vyrobit :).
- Jak vypadá rovnice přímky?

$$y = \sum_j w_j x_j = \overline{wx}$$

- Jak zjistíme, do které třídy patří vzor $\bar{x}$?
- Prostým dosazením! Pokud $y > 0$ vzor patří do jedné třídy, $y < 0$ vzor patří do druhé třídy.
- $y = 0$ je rozhodovací hranice, kde se nelze rozhodnout. Naštěstí se toto nestává často.
- Porovnání < 0 nebo > 0 můžeme nahradit například funkcí $signum(y)$ která vrací $+1$ pro kladná čísla a -1 pro záporná.

Lineární klasifikátor (2)

- Vidíte v rovnici nějaký problém?

Lineární klasifikátor (2)

- Vidíte v rovnici nějaký problém?
- Zkusme dosadit do rovnice $x_1 = x_2 = 0$. Co vyjde?
- $y = 0$ bez ohledu na nastavení vah w_1, w_2.
- Rozhodovací hranice libovolného klasifikátoru tedy musí procházet nulou resp. vektorem $(0, 0, \ldots, 0)$.

Lineární klasifikátor (2)

- Vidíte v rovnici nějaký problém?
- Zkusme dosadit do rovnice $x_1 = x_2 = 0$. Co vyjde?
- $y = 0$ bez ohledu na nastavení vah w_1, w_2.
- Rozhodovací hranice libovolného klasifikátoru tedy musí procházet nulou resp. vektorem $(0, 0, \ldots, 0)$.
- To je docela nepříjemné omezení – rozhodovací hranice se vlastně pouze otáčí kolem nuly. Co s tím?

Lineární klasifikátor (2)

- Vidíte v rovnici nějaký problém?
- Zkusme dosadit do rovnice $x_1 = x_2 = 0$. Co vyjde?
- $y = 0$ bez ohledu na nastavení vah w_1, w_2.
- Rozhodovací hranice libovolného klasifikátoru tedy musí procházet nulou resp. vektorem $(0, 0, \ldots, 0)$.
- To je docela nepříjemné omezení – rozhodovací hranice se vlastně pouze otáčí kolem nuly. Co s tím?
- Můžeme přidat změnit rovnici přímky na $\sum_j w_j x_j + \Theta = 0$.
- Θ je aditivní konstanta a označuje se jako práh.

Lineární klasifikátor (3)

- Rovnice pro lineární klasifikátor se tedy mírně změní:

$$y = \sum_j w_j x_j + \Theta = \overline{wx} + \Theta$$

- Ale jinak vše zůstane stejné.
- Pokud tedy vyjde, že $y > 0$ vzor patří do jedné třídy, $y < 0$ vzor patří do druhé třídy.

Práh

- Teď zbývá pouze najít vektor koeficientů (vah) $(w_1, w_2, \ldots, w_n)$ a prahu Θ.
- Nejprve se zamysleme zda práh Θ představuje nějakou anomálii, která potřebuje speciální zacházení.

Práh

- Teď zbývá pouze najít vektor koeficientů (vah) $(w_1, w_2, \ldots, w_n)$ a prahu Θ.
- Nejprve se zamysleme zda práh Θ představuje nějakou anomálii, která potřebuje speciální zacházení.
- Tak napůl :). Nepotřebuje, pokud trochu upravíme vstupní data.
- Co kdyby všechny vzory měli jeden atribut (vstupní proměnnou, řekněme x_0) se stejnou hodnotou?
- Když pak budu počítat $w_0 x_0$, vyjde mi vždy stejná hodnota... to je přece náš práh!

Práh

- Teď zbývá pouze najít vektor koeficientů (vah) $(w_1, w_2, \ldots, w_n)$ a prahu Θ.
- Nejprve se zamysleme zda práh Θ představuje nějakou anomálii, která potřebuje speciální zacházení.
- Tak napůl :). Nepotřebuje, pokud trochu upravíme vstupní data.
- Co kdyby všechny vzory měli jeden atribut (vstupní proměnnou, řekněme x_0) se stejnou hodnotou?
- Když pak budu počítat $w_0 x_0$, vyjde mi vždy stejná hodnota... to je přece náš práh!
- Takže přidám ke každému vzoru ještě jednu dimenzi, která bude mít konstantní hodnotu – pro jednoduchost 1 (ale můžete mu přiřadit libovolnou nenulovou hodnotu).
- Pak už se o práh nemusím speciálně starat.

Gradientní sestup – krok stranou

- Gradientní sestup je iterativní optimalizační metoda.
- Jde o to, že máme funkci $f(\bar{x})$ a hledáme její minimum.
- A jak minimum najít? Budu hledat takové $\bar{x}$, kde má funkce $f(\bar{x})$ nejnižší hodnotu.
- Mám nějaké $\overline{x_0}$ a znám hodnotu $f(\overline{x_0})$. A hledám v okolí $\overline{x_0}$, nejaké $\overline{x_1}$, kde bude hodnota $f(\overline{x_1})$ nižší. A to budu opakovat stále dokola, až to dál nepůjde.

Gradientní sestup – krok stranou

- Gradientní sestup je iterativní optimalizační metoda.
- Jde o to, že máme funkci $f(\bar{x})$ a hledáme její minimum.
- A jak minimum najít? Budu hledat takové $\bar{x}$, kde má funkce $f(\bar{x})$ nejnižší hodnotu.
- Mám nějaké $\overline{x_0}$ a znám hodnotu $f(\overline{x_0})$. A hledám v okolí $\overline{x_0}$, nejaké $\overline{x_1}$, kde bude hodnota $f(\overline{x_1})$ nižší. A to budu opakovat stále dokola, až to dál nepůjde.
- "Na horách se chci dostat do údolí. Podívám se, kterým směrem se kopec nejvíc snižuje a udělám krok tím směrem. A zase se podívám, kam je to nejvíc z kopce a udělám krok. A tak dále, až jednou zjistím, že to dál nejde, čili jsem v údolí."

Gradientní sestup – krok stranou (2)

- V matematice existuje možnost, jak zjistit směr největšího vzestupu hodnoty funkce - gradient. To je první parciální derivace podle všech dimenzí. Když půjdu přesně opačně, půjdu ve směru největšího poklesu.
- Gradient je vektor parciálních derivací podle jednotlivých proměnných:

$$grad(f(x_1, x_2, \ldots, x_n)) = (\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n})$$

Chybová funkce a gradientní sestup

- Stejně jako u jiných klasifikačních metod, hledáme nastavení klasifikátoru (zde vah) takové, aby klasifikoval správně co nejvíc vzorů.
- Mějme tedy chybovou funkci $J(\overline{w}, \chi)$, která vrací počet špatně klasifikovaných vzorů $\overline{x}$ z množiny vzorů χ (například z testovací množiny) při daných vahách $\overline{w}$.

Chybová funkce a gradientní sestup

- Stejně jako u jiných klasifikačních metod, hledáme nastavení klasifikátoru (zde vah) takové, aby klasifikoval správně co nejvíc vzorů.
- Mějme tedy chybovou funkci $J(\overline{w}, \chi)$, která vrací počet špatně klasifikovaných vzorů $\overline{x}$ z množiny vzorů χ (například z testovací množiny) při daných vahách $\overline{w}$.
- Ale taková se nám nehodí – neumím spočítat parciální derivace (a tudíž ani gradient).

Chybová funkce a gradientní sestup

- Stejně jako u jiných klasifikačních metod, hledáme nastavení klasifikátoru (zde vah) takové, aby klasifikoval správně co nejvíc vzorů.
- Mějme tedy chybovou funkci $J(\overline{w}, \chi)$, která vrací počet špatně klasifikovaných vzorů $\overline{x}$ z množiny vzorů χ (například z testovací množiny) při daných vahách $\overline{w}$.
- Ale taková se nám nehodí – neumím spočítat parciální derivace (a tudíž ani gradient).
- Zkusme jinou – $E(\overline{w}) = \sum_{x \in \chi^{err}} (-w(t)x)$, kde χ^{err} jsou špatně klasifikované vzory z χ.
- To už je spojitá funkce.

Chybová funkce a gradientní sestup

- Stejně jako u jiných klasifikačních metod, hledáme nastavení klasifikátoru (zde vah) takové, aby klasifikoval správně co nejvíc vzorů.
- Mějme tedy chybovou funkci $J(\overline{w}, \chi)$, která vrací počet špatně klasifikovaných vzorů $\overline{x}$ z množiny vzorů χ (například z testovací množiny) při daných vahách $\overline{w}$.
- Ale taková se nám nehodí – neumím spočítat parciální derivace (a tudíž ani gradient).
- Zkusme jinou – $E(\overline{w}) = \sum_{x \in \chi^{err}} (-w(t)x)$, kde χ^{err} jsou špatně klasifikované vzory z χ.
- To už je spojitá funkce.
- A chybovou funkci E mohu minimalizovat změnou vah – pomocí gradientního sestupu.

Chybová funkce a gradientní sestup

- Parciální derivace chybové funkce E podle jedné proměnné vypadá takto:

$$\frac{\partial E}{\partial w_1} = \frac{\partial \sum_{x_1 \in \chi^{err}} (-w_1(t)x_1)}{\partial w_1}$$

- Kde x_1 je první souřadnice z $\overline{x}$ a w_1 je první souřadnice z $\overline{w}$.

$$\frac{\partial \sum_{x_1 \in \chi^{err}} (-w_1(t)x_1)}{\partial w_1} = \sum_{x_1 \in \chi^{err}} x_1$$

- Z toho plyne závěr, že nejvíce chybu snížím, pokud váhu w_1 změním o součet hodnot prvních vstupních proměnných x_1 vzorů na kterých jsem udělal chybu.
- Analogicky i ostatní vstupní proměnné (včetně prahu).

Učení lineárního klasifikátoru

- A přesně na této myšlence je založen **Perceptronový algoritmus**. (Proč zrovna perceptronový, necháme teď stranou).

Učení lineárního klasifikátoru

- A přesně na této myšlence je založen **Perceptronový algoritmus**. (Proč zrovna perceptronový, necháme teď stranou).

1. Inicializuj váhy na náhodné hodnoty.
2. Vezmi náhodný vstupní vzor $\bar{x}$. A spočítej hodnotu $y(\bar{x}) = sgn(\sum_j w_j x_j = \overline{wx})$.
3. Pokud se požadovaný výstup $d(\bar{x})$ liší od skutečného $y(\bar{x})$, oprav váhy $\bar{(w)}$ takto:
   - $e(\bar{x}) = d(\bar{x}) - y(\bar{x})$
   - $w_i(t+1) = w_i(t) + \eta e(\bar{x}) x_i$
4. Pokud chceš, pokračuj bodem 2).

η je koeficient učení, který s postupem času může klesat k nule.
http://neuron.felk.cvut.cz/courseware/data/chapter/36nan028/s04.html

Jednoznačnost výsledné přímky

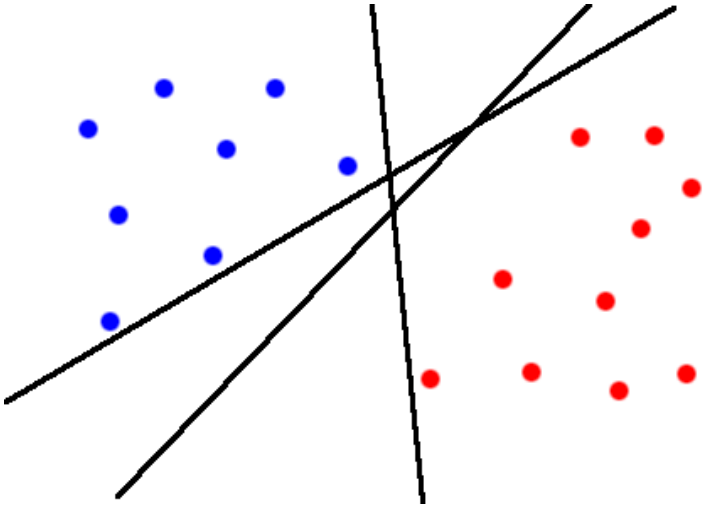
- Jak poznám, že se perceptronový algoritmus zastavil?

Jednoznačnost výsledné přímky

- Jak poznám, že se perceptronový algoritmus zastavil?
- Je výsledná přímka jediná možná?

Jednoznačnost výsledné přímky

- Jak poznám, že se perceptronový algoritmus zastavil?
- Je výsledná přímka jediná možná?
- Ne, takových přímek je dokonce nekonečně mnoho.
- Přesto jsou některé lepší něž jiné.



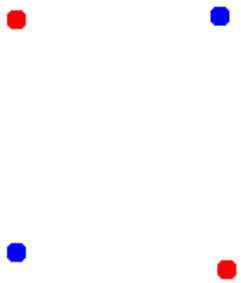
- Kterou mám vybrat? A kterou nám vybere Perceptronový algoritmus?

Lineárně separovatelné problémy

- Lze pomocí tohoto algoritmu klasifikovat bezchybně následující data?

Lineárně separovatelné problémy

- Lze pomocí tohoto algoritmu klasifikovat bezchybně následující data?



- Ne!
- Třídám (datům), které lze oddělit přímkou říkáme lineárně separovatelná.

Lineárně ne–separovatelné problémy

- Lze pomocí lineárního klasifikátoru vyřešit lineárně ne-separovatelné problémy?

Lineárně ne–separovatelné problémy

- Lze pomocí lineárního klasifikátoru vyřešit lineárně ne-separovatelné problémy?
- Ne. K tomu potřebuji přidat další kvalitu.

Lineárně ne–separovatelné problémy

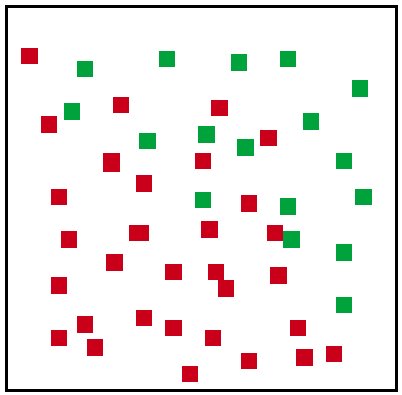
- Lze pomocí lineárního klasifikátoru vyřešit lineárně ne-separovatelné problémy?
- Ne. K tomu potřebuji přidat další kvalitu.
  1. Jednou z možností je zkombinovat lin. klasifikátory. (O tom bude příští přednáška.)

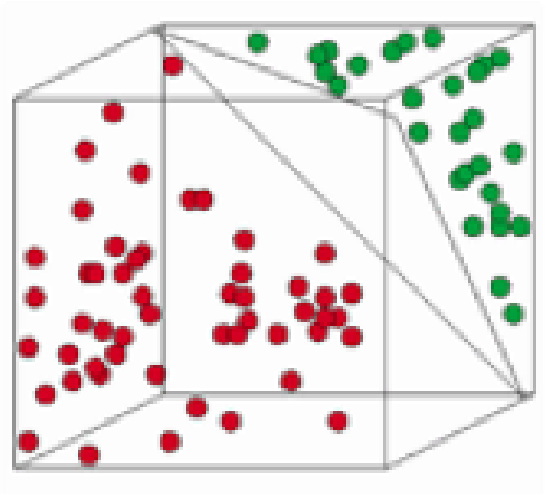
Lineárně ne–separovatelné problémy

- Lze pomocí lineárního klasifikátoru vyřešit lineárně ne-separovatelné problémy?
- Ne. K tomu potřebuji přidat další kvalitu.
  1. Jednou z možností je zkombinovat lin. klasifikátory. (O tom bude příští přednáška.)
  2. Rozšíření báze.

Rozšíření báze

- Když data nejsou separabilní v originálním prostoru, zkusme jestli by nebyla lineárně separovatelná ve více-dimenzionálním prostoru.





Transformace

- Zase existuje mnoho transformací.
- Jedna z těch jednodušších přidává ke stávajícím dimenzím také součiny originálních dimenzí.
- Je charakterizovaná parametrem s – maximálním stupněm součinu.

Transformace

- Zase existuje mnoho transformací.
- Jedna z těch jednodušších přidává ke stávajícím dimenzím také součiny originálních dimenzí.
- Je charakterizovaná parametrem s – maximálním stupněm součinu.
- Pro $s = 2$ z původních dimenzí (x_1, x_2) získám 5D prostor dimenzí $(x_1, x_2, \chi_1, \chi_2, \chi_3)$, kde
  - $\chi_1 = x_1^2$
  - $\chi_2 = x_1 * x_2$
  - $\chi_3 = x_2^2$

Učení nelineárního klasifikátoru

- Když mám teď nové dimenze, jak naučím můj klasifikátor?

Učení nelineárního klasifikátoru

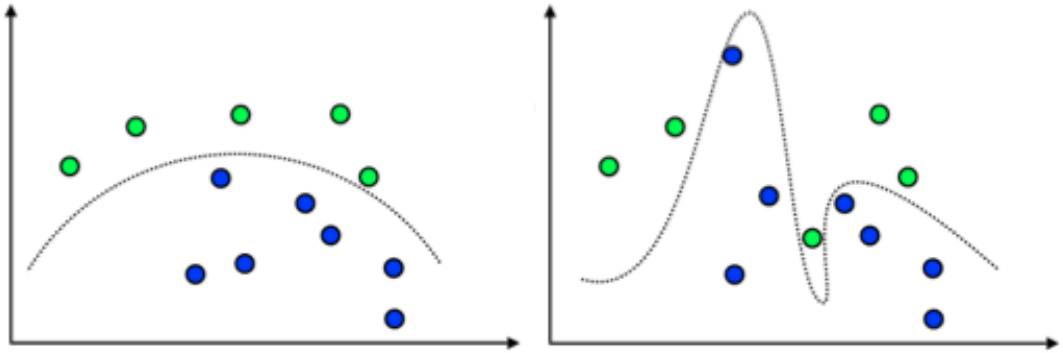
- Když mám teď nové dimenze, jak naučím můj klasifikátor?
- Díky rozšíření báze teď mám více-dimenzionální prostor a (třeba) teď dokáži třídy lineárně separovat.
- Úplně stejně jako v předchozím případě. Tj použiji například perceptronový algoritmus.

Učení nelineárního klasifikátoru

- Když mám teď nové dimenze, jak naučím můj klasifikátor?
- Díky rozšíření báze teď mám více-dimenzionální prostor a (třeba) teď dokáži třídy lineárně separovat.
- Úplně stejně jako v předchozím případě. Tj použiji například perceptronový algoritmus.
- Pokud se mi nepodaří získat lineární separaci, mohu zkusit zvýšit maximální stupeň součinu a zkusit separaci znovu.

Rozhodovací hranice

- Jak pak bude vypadat projekce rozhodovací hranice zpět do originálních dimenzí?



- Tím se nám podařilo dosáhnout toho, že se rozhodovací hranice ”ohnula”.
- A pokud budu zvyšovat parametr s, bude hranice stále ”poddajnější”.

Rozhodovací hranice (2)

- Můžu zvyšovat maximální stupeň součinu (parametr s) do nekonečna? Nebo někde narazím?

Rozhodovací hranice (2)

- Můžu zvyšovat maximální stupeň součinu (parametr s) do nekonečna? Nebo někde narazím?
- S vyšším maximálním stupněm s vyvstávají dva problémy:
  1. Jednak mám více vah, které musím nastavovat a perceptronový (nebo jakýkoliv jiný) algoritmus to nemusí zvládnout – čili váhy se nastaví špatně.
  2. Zvyšuji pravděpodobnost, že se klasifikátor přeučí. Tj. naučí se šum a chyby v trénovacích datech a nedokáže vlastnosti trénovacích dat zobecnit. (Podobně jako například 1-NN klasifikátor.)

Klasifikace do několika tříd

- Co když mám více než dvě třídy? Mohu použít (ne-)lineární separaci?
- Případně jak?

Klasifikace do několika tříd

- Co když mám více než dvě třídy? Mohu použít (ne-)lineární separaci?
- Případně jak?
- Budu rozhodovat o každé třídě samostatně.
- Čili pro problém s N třídami budu mít N klasifikátorů. Každý bude říkat – ”Instance patří do mé třídy” / ”Instance **ne**patří do mé třídy”.

Klasifikace do několika tříd

- Co když mám více než dvě třídy? Mohu použít (ne-)lineární separaci?
- Případně jak?
- Budu rozhodovat o každé třídě samostatně.
- Čili pro problém s N třídami budu mít N klasifikátorů. Každý bude říkat – ”Instance patří do mé třídy” / ”Instance **ne**patří do mé třídy”.
- Při rozhodování o neznámé instanci x se zeptám všech N klasifikátorů na jejich rozhodnutí.
  1. x patří právě do jedné třídy.
  2. x patří do více tříd – pak se musím rozhodnout například podle hodnoty $\overline{xw}$ (čím je větší, tím je x dále od rozhodovací hranice).
  3. analogoicky, pokud x nepatří do žádné třídy. Hledám tedy trídu, kam x nepatří nejméně :).

Problémy lineárních klasifikátorů

- Linearita
- Pokud se dostatečně pohnu i jen v jedné proměnné, můžu získat obrácený výsledek.
- Hodnota $\overline{xw}$ roste se vzdáleností od rozhodovací hranice a nemá žádnou interpretaci.
- Lineární klasifikátory špatně snášejí chybějící hodnoty.
- Pokud provádím rozšíření báze, může trvat učení velmi dlouho.

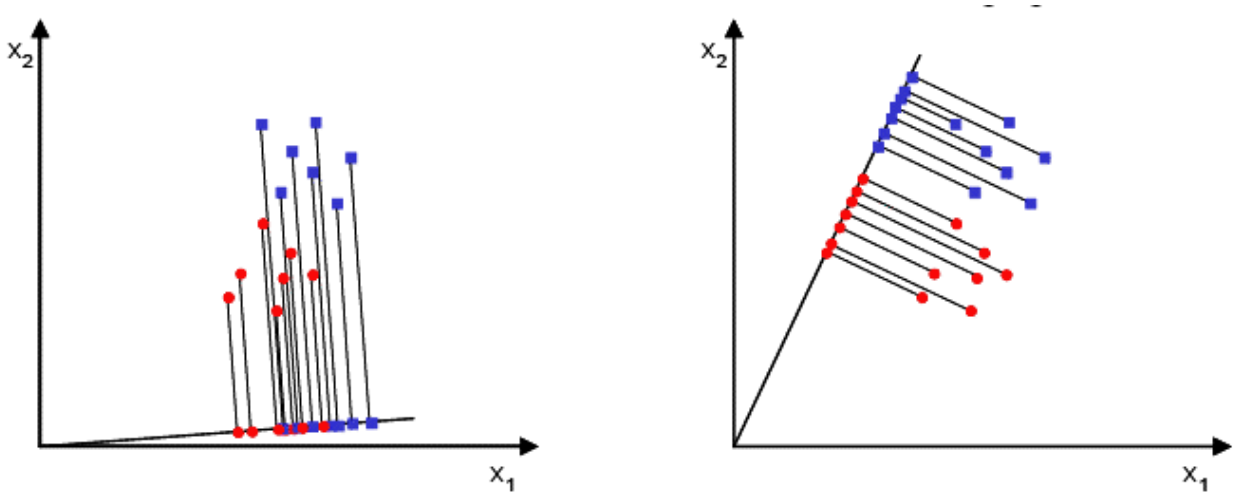
Linear Discriminant Analysis

- LDA je statistický přístup k problému lineární separace.
- Pamatujete si PCA? (Principal Component Analisis – mluvili jsme o něm u SOM)

Linear Discriminant Analysis

- LDA je statistický přístup k problému lineární separace.
- Pamatujete si PCA? (Principal Component Analisis – mluvili jsme o něm u SOM)
- LDA redukuje původní prostor na přímku (1 dimenzi) a to tak, co nejvíce oddělil vzory různých tříd.
- V jistém smyslu je to opak rozšíření báze.

Linear Discriminant Analysis (2)



- Obraz vzoru v nové souřadnici pak získám jako $\overline{xw}$, kde $\overline{w}$ jsou váhy.
- V principu počítám to samé jako u lineárního klasifikátoru, ale interpretace a postup jsou úplně jiné.

Linear Discriminant Analysis (3)

- Při počítání LDA se snažím maximalizovat ”separaci” mezi třídami.
- Nejprve pro každou třídu musím spočítat rozptyl v obraze (scatter).

$$y_i = \overline{x_i w}$$

$$\mu_{s_1} = \frac{1}{\|s_1\|} \sum_{\forall x_i \in s_1} x_i \qquad \tilde{\mu_{s_1}} = \frac{1}{\|s_1\|} \sum_{\forall x_i \in s_1} y_i = \frac{1}{\|s_1\|} \sum_{\forall x_i \in s_1} x_i w$$

$$\tilde{s_1}^2 = \sum_{\forall x_1 \in s_1} y_i - \tilde{\mu_{s_1}}$$

Linear Discriminant Analysis (4)

- A nyní můžu spočítat míru ”separace” pro projekci danou vahami $\overline{w}$.

$$J(\overline{w}) = \frac{\|\tilde{\mu_{s_1}} - \tilde{\mu_{s_2}}\|^2}{\tilde{s_1}^2 + \tilde{s_2}^2}$$

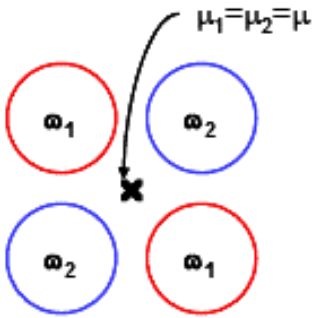
- Hledáme tedy projekci, která co nejvíc seskupí vzory stejné třídy a co nejvíc zároveň oddělí vzory různých tříd.

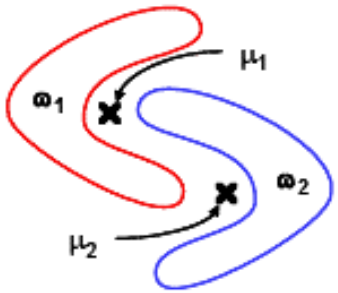
LDA pro více tříd

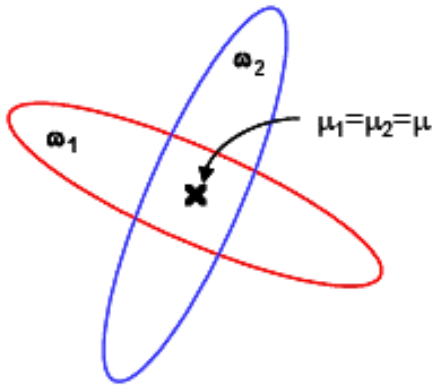
- LDA lze zobecnit tak, aby dokázalo klasifikovat do více tříd.
- Pak se nevytváří pouze jedna nová dimenze, ale ”počet tříd”-1 nových dimenzí a mírně se upraví vzorečky :).

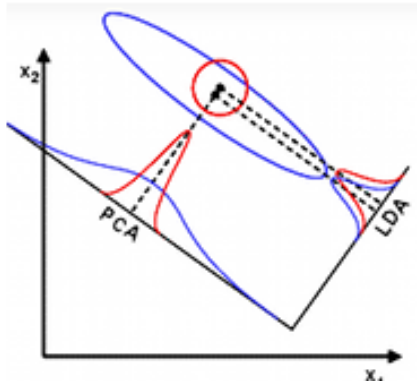
Problémy LDA

- Stejně jako všechno, má i LDA nějaké mouchy:
  - Počet dimenzí vytvořený LDA nemusí stačit ke správném zařazení do třídy.
  - LDA předpokládá normální rozložení dat ve třídách. A selhává, pokud tomu tak není. (Například třídy mají komplexní tvary).
  - Rozíly mezi třídami jsou spíše v rozptylu hodnot než v rozdílu středních hodnot.







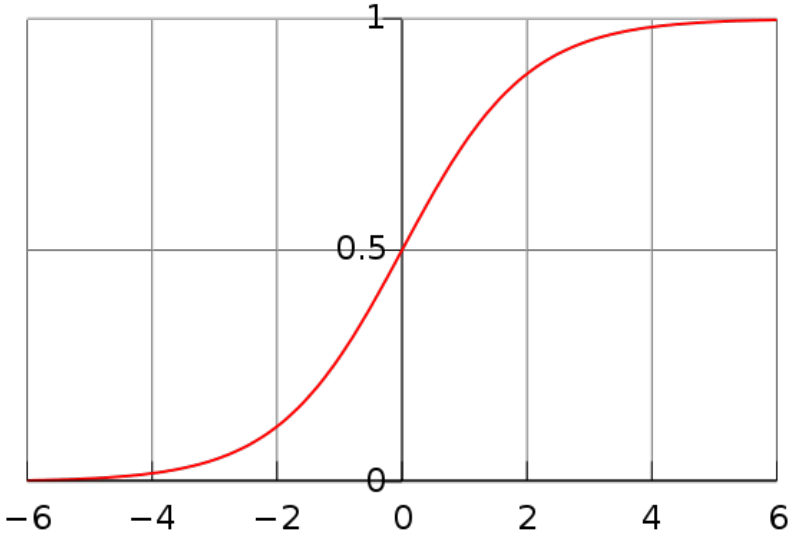


Logistická regrese

- Co kdybych chtěl, abych dokázal vzdálenosti od rozhodovací hranice nějak interpretovat.
- Ideálně ještě tak, že je to pravděpodobnost příslušnosti k dané třídě.

Logistická regrese

- Co kdybych chtěl, abych dokázal vzdálenosti od rozhodovací hranice nějak interpretovat.
- Ideálně ještě tak, že je to pravděpodobnost příslušnosti k dané třídě.
- Existuje logistická funkce, která je definovaná takto $f(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$
- Její hodnoty jsou omezené na interval $0 \ldots 1$. A navíc kolem $z = 0$ (rozhodovací hranice) je její změna největší.



Logistická regrese (2)

- Zkusíme zavést pojem $sance = \frac{p}{1-p}$

Logistická regrese (2)

- Zkusíme zavést pojem $sance = \frac{p}{1-p}$
- Abychom ji dostali do rozmezí $0 \ldots 1$ zkusme ji zlogaritmovat.
- Tím získáme funkci $logit(p) = log(sance(p)) = log(\frac{p}{1-p})$

Logistická regrese (2)

- Zkusíme zavést pojem $sance = \frac{p}{1-p}$
- Abychom ji dostali do rozmezí $0 \ldots 1$ zkusme ji zlogaritmovat.
- Tím získáme funkci $logit(p) = log(sance(p)) = log(\frac{p}{1-p})$
- Zkusme předpokládat, že $logit(p) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_k x_k$
- Kde $\beta_1, \ldots, \beta_k$ jsou regresní koeficienty a β_0 je posun.

Logistická regrese (2)

- Zkusíme zavést pojem $sance = \frac{p}{1-p}$
- Abychom ji dostali do rozmezí $0 \ldots 1$ zkusme ji zlogaritmovat.
- Tím získáme funkci $logit(p) = log(sance(p)) = log(\frac{p}{1-p})$
- Zkusme předpokládat, že $logit(p) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_k x_k$
- Kde $\beta_1, \ldots, \beta_k$ jsou regresní koeficienty a β_0 je posun.
- A teď zkusme opět dopočítat pravděpodobnost vzoru $\overline{x}$.
- $p(x) = \frac{1}{1+e^{-\beta_0+\beta_1 x_1+\beta_2 x_2+\ldots+\beta_k x_k}}$

Zdroje

- LDA převzata z `research.cs.tamu.edu/prism/lectures/pr/pr_l10.pdf`
- `http://www.omidrouhani.com/research/logisticregression/html/logisticregression.htm`