

# Vytěžování Dat

## Přednáška 12 – Kombinování modelů

Miroslav Čepek  
Pavel Kordík a Jan Černý (FIT)

Fakulta Elektrotechnická, ČVUT



Evropský sociální fond Praha & EU:  
Investujeme do vaší budoucnosti

16.12.2014

# Ensembles (Kombinování modelů)

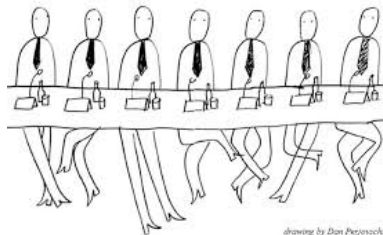
- Aneb víc hlav, víc ví!

# Ensembles (Kombinování modelů)

- Aneb víc hlav, víc ví!
- Co když jsme se dostali na hranice možností jednoho modelu?
- Co když už delší učení nebo složitější model vede už jen k přeučení modelu?

# Ensembles (Kombinování modelů)

- Aneb víc hlav, víc ví!
- Co když jsme se dostali na hranice možností jednoho modelu?
- Co když už delší učení nebo složitější model vede už jen k přeučení modelu?
- Co s tím?



- Soutěž – Netflix prize (predikce, které filmy by se zákazníkovi mohli také líbit, když viděl a nějak ohodnotil jinou skupinu filmů?)

- Soutěž – Netflix prize (predikce, které filmy by se zákazníkovi mohli také líbit, když viděl a nějak ohodnotil jinou skupinu filmů?)
- Respektive – cílem je předpovědět hodnocení filmu konkrétním zákazníkem, když víme, jak hodnotil jiné filmy v minulosti.
- Cenu \$1,000,000 získá nejlepší, kdo současně dokáže na testovací množině zlepšit přesnost alespoň o 5%.

# Motivace z praxe (2)

Rank	Team Name	Best Test Score	% Improvement	Best Submit Time
Grand Prize - RMSE = 0.8567 - Winning Team: BellKor's Pragmatic Chaos				
1	<a href="#">BellKor's Pragmatic Chaos</a>	0.8567	10.06	2009-07-26 18:18:28
2	<a href="#">The Ensemble</a>	0.8567	10.06	2009-07-26 18:38:22
3	<a href="#">Grand Prize Team</a>	0.8582	9.90	2009-07-10 21:24:40
4	<a href="#">Opera Solutions and Vandelay United</a>	0.8588	9.84	2009-07-10 01:12:31
5	<a href="#">Vandelay Industries !</a>	0.8591	9.81	2009-07-10 00:32:20
6	<a href="#">PragmaticTheory</a>	0.8594	9.77	2009-06-24 12:06:56
7	<a href="#">BellKor in BigChaos</a>	0.8601	9.70	2009-05-13 08:14:09
8	<a href="#">Dace</a>	0.8612	9.59	2009-07-24 17:18:43
9	<a href="#">Feeds2</a>	0.8622	9.48	2009-07-12 13:11:51
10	<a href="#">BigChaos</a>	0.8623	9.47	2009-04-07 12:33:59
11	<a href="#">Opera Solutions</a>	0.8623	9.47	2009-07-24 00:34:07
12	<a href="#">BellKor</a>	0.8624	9.46	2009-07-26 17:19:11

- A všechny TOP týmy používají kombinace modelů.

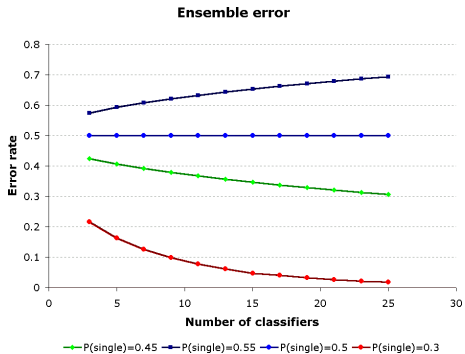
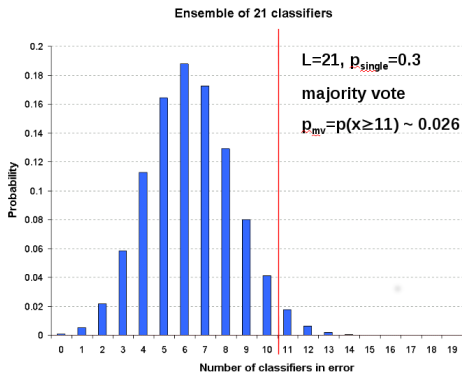
# Motivace pro kombinaci modelů

- Cesta k vyšší přesnosti než u nejlepšího z dílčích modelů.
- Každý model dělá chyby pro trochu jiná data. A trochu jiné chyby.
  - ▶ Když se zkombinují dohromady, možná své chyby eliminují.



- Cesta k vyšší přesnosti než u nejlepšího z dílčích modelů.
- Každý model dělá chyby pro trochu jiná data. A trochu jiné chyby.
  - ▶ Když se zkombinují dohromady, možná své chyby eliminují.
- Řízený experiment
  - ▶ dvě třídy s  $p_{c1} = p_{c2}$ , modely mají pevný chybový poměr  $p_{single}$ ,
  - ▶ každý dílčí klasifikátor chybí **nezávisle** na ostatních,
  - ▶ výsledná klasifikace dána majoritním neváženým hlasováním,
  - ▶ jak to dopadne (přesnost jako funkce počtu modelů)?

# Motivace pro kombinaci modelů (2)

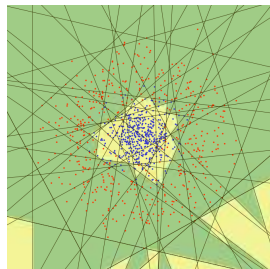
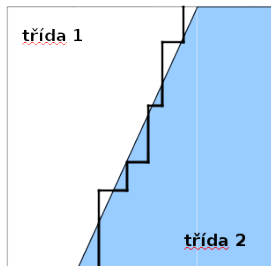
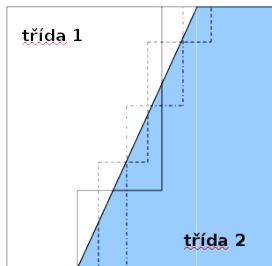


# Motivace pro kombinaci modelů (3)

- Analogie z idealizované zkoušky
  - ▶ každý student se naučí látku (každý s jinými chybami),
  - ▶ společně rozhodují o odpovědích na otázky,
  - ▶ v ideálním případě by měli u každé otázky odpovědět správně :).

# Motivace pro kombinaci modelů (3)

- Analogie z idealizované zkoušky
  - ▶ každý student se naučí látku (každý s jinými chybami),
  - ▶ společně rozhodují o odpovědích na otázky,
  - ▶ v ideálním případě by měli u každé otázky odpovědět správně :).
- Kombinací různých modelů dokážeme aproximovat rozhodovací hranici, kterou by samostatné modely proložit nedokázaly.



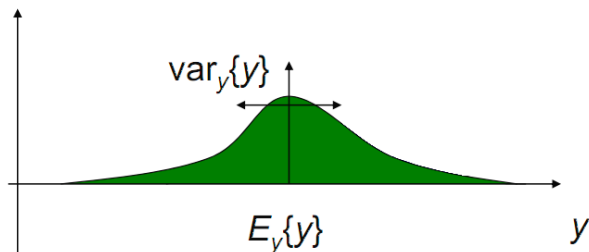
- Vraťme se ještě k chybám modelů z minulé přednášky.
- Když vytvořím různé modely, nebudou dělat identické chyby.

- Vraťme se ještě k chybám modelů z minulé přednášky.
- Když vytvořím různé modely, nebudou dělat identické chyby.
  - ▶ Například použiji jiné počáteční parametry,
  - ▶ nebo vezmu jinou podmnožinu trénovací množiny.
- U kombinací modelů

- Vraťme se ještě k chybám modelů z minulé přednášky.
- Když vytvořím různé modely, nebudou dělat identické chyby.
  - ▶ Například použiji jiné počáteční parametry,
  - ▶ nebo vezmu jinou podmnožinu trénovací množiny.
- U kombinací modelů
  - ▶ Nebudu usilovat o maximální přesnost dílčích = slabých modelů,
  - ▶ Budu spoléhat na filtrování chyb při společném rozhodování.

# Variance modelů (rozptyl chyby modelů)

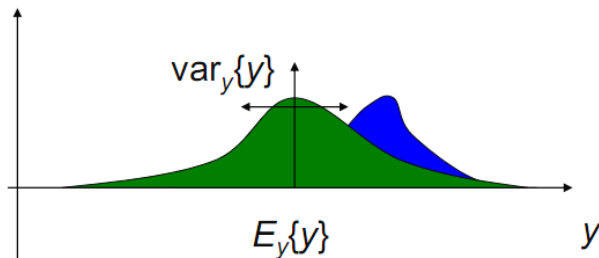
- Nicméně chyby všech takto vytvořených modelů by měly být z normálního rozdělení se stejnou střední hodnotou a rozptylem.
- Čili rozptyl modelů udává jako moc se liší chyba jednotlivých modelů od ideální střední chyby.





# Bias modelů (Zaujetí modelů)

- Bias (zaujetí) vyjadřuje systematickou chybu způsobenou (například) špatně zvolenou trénovací množinou.

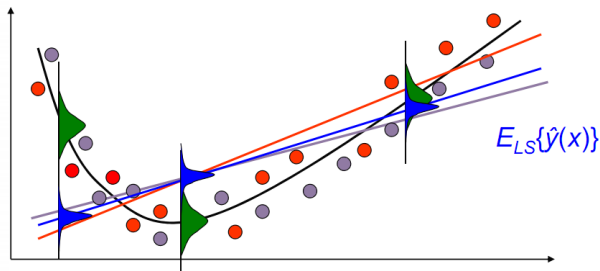


# Nedoučení modelu (underfitting)

- Model (například lineární regrese) je příliš jednoduchý, aby dokázal popsat data.
- Modely budou mít nízkou varianci, ale vysoký bias.
- Co to znamená?

# Nedoučení modelu (underfitting)

- Model (například lineární regrese) je příliš jednoduchý, aby dokázal popsat data.
- Modely budou mít nízkou varianci, ale vysoký bias.
- Co to znamená?
- Modely si budou podobné, ale mají velkou chybu proti původním datům.

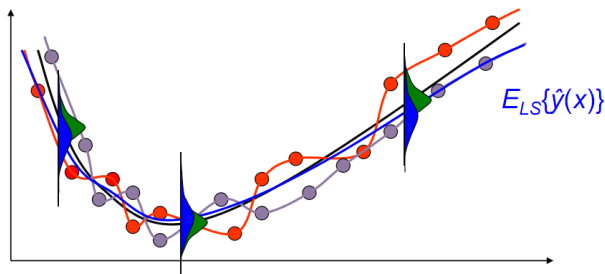


# Přeučení modelu (overfitting, už zase)

- Model je příliš ohebný a naučil se i šum, tj. vztahy, které v datech ve skutečnosti nejsou.
- Modely budou mít nízký bias, ale vysokou varianci.
- Co to znamená?

# Přeučení modelu (overfitting, už zase)

- Model je příliš ohebný a naučil se i šum, tj. vztahy, které v datech ve skutečnosti nejsou.
- Modely budou mít nízký bias, ale vysokou varianci.
- Co to znamená?
- Modely sice budou mít nízkou chybu na datech, ale jednotlivé modely budou hodně rozdílné.



# Kombinování modelů – prevence přeučení

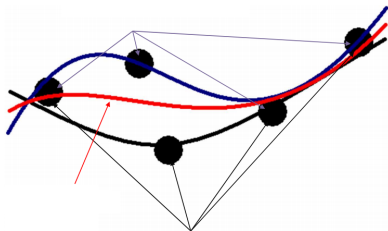
- Důsledek přeučení
  - ▶ model na testovacích datech vykazuje velké chyby.

# Kombinování modelů – prevence přeučení

- Důsledek přeučení
  - ▶ model na testovacích datech vykazuje velké chyby.
- Mám skupinu modelů naučených na různých podmnožinách trénovacích dat.
- Každý model jsem možná přeučil.
- Můžu něčeho dosáhnout kombinací těchto modelů?

# Kombinování modelů – prevence přeučení

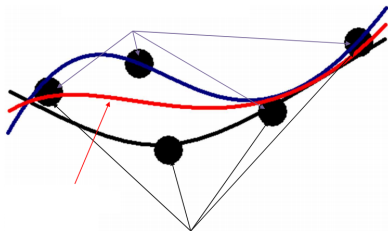
- Důsledek přeučení
  - ▶ model na testovacích datech vykazuje velké chyby.
- Mám skupinu modelů naučených na různých podmnožinách trénovacích dat.
- Každý model jsem možná přeučil.
- Můžu něčeho dosáhnout kombinací těchto modelů?





# Kombinování modelů – prevence přeučení

- Důsledek přeučení
  - ▶ model na testovacích datech vykazuje velké chyby.
- Mám skupinu modelů naučených na různých podmnožinách trénovacích dat.
- Každý model jsem možná přeučil.
- Můžu něčeho dosáhnout kombinací těchto modelů?

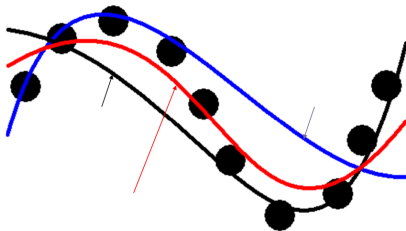


- Snížili jsme rozptyl modelů.

- Jednoduché modelovací metody s malou ohebností (opět naučené na různých podmnožinách dat) nedokáží dobře aproximovat rozhodovací hranici.

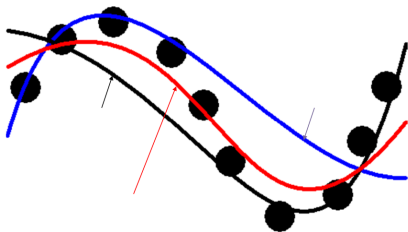
# Kombinování modelů – snižování zaujetí

- Jednoduché modelovací metody s malou ohebností (opět naučené na různých podmnožinách dat) nedokáží dobře aproximovat rozhodovací hranici.



# Kombinování modelů – snižování zaujetí

- Jednoduché modelovací metody s malou ohebností (opět naučené na různých podmnožinách dat) nedokáží dobře aproximovat rozhodovací hranici.



- Kombinací opět dosáhnou "ohebnější" hranice a tedy i menší chyby.

- Síla seskupování modelů tkví v diverzitě (různorodosti) modelů.

# Skupiny modelů

- Síla seskupování modelů tkví v diverzitě (různorodosti) modelů.
- Diverzity modelů můžeme dosáhnout dvěma cestami:
  - ▶ Použít různé modelovací techniky.
  - ▶ Vytvořit různé podmnožiny trénovací množiny (instance, příznaky).

- Síla seskupování modelů tkví v diverzitě (různorodosti) modelů.
- Diverzity modelů můžeme dosáhnout dvěma cestami:
  - ▶ Použít různé modelovací techniky.
  - ▶ Vytvořit různé podmnožiny trénovací množiny (instance, příznaky).
- Základní schéma použití algoritmů pro kombinaci modelů:
  - 1 Vyber stavební jednotky ensamble (vhodné modely).
  - 2 Vytvoř pro každý trénovací množinu.
  - 3 Natrénuj všechny modely v ensamble (učení jednotlivých modelů může být závislé na učení ostatních modelů v ensamble).

- Síla seskupování modelů tkví v diverzitě (různorodosti) modelů.
- Diverzity modelů můžeme dosáhnout dvěma cestami:
  - ▶ Použít různé modelovací techniky.
  - ▶ Vytvořit různé podmnožiny trénovací množiny (instance, příznaky).
- Základní schéma použití algoritmů pro kombinaci modelů:
  - 1 Vyber stavební jednotky ensamble (vhodné modely).
  - 2 Vytvoř pro každý trénovací množinu.
  - 3 Natrénuj všechny modely v ensamble (učení jednotlivých modelů může být závislé na učení ostatních modelů v ensamble).
  - 4 Spočítej výstup všech modelů v ensamble.
  - 5 Jejich výstup zkombinuj do výsledného výstupu.

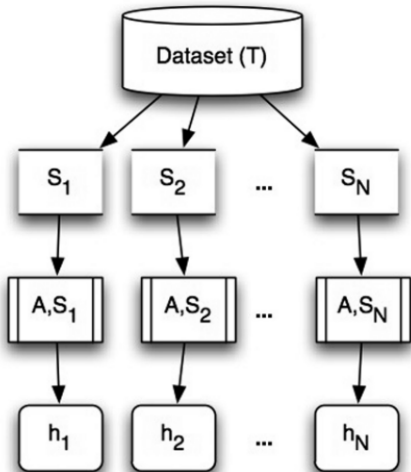


- Pro klasifikační a regresní úlohy se dají použít:
  - ▶ Bagging
  - ▶ Boosting
  - ▶ Stacking
  - ▶ Cascade generalization

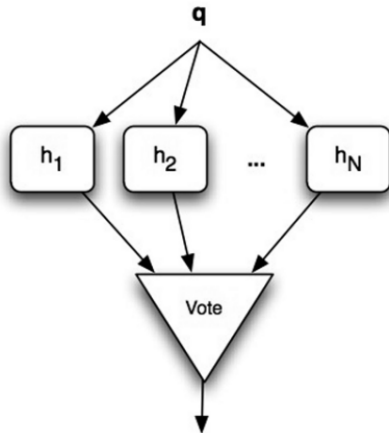
- Pro klasifikační a regresní úlohy se dají použít:
  - ▶ Bagging
  - ▶ Boosting
  - ▶ Stacking
  - ▶ Cascade generalization
- Pouze pro klasifikační úlohy se také dají použít:
  - ▶ Cascading
  - ▶ Delegating
  - ▶ Arbitrating

- Jednodušší metoda kombinace.
  - ▶ Homogenní z hlediska algoritmu učení, tj. použit pouze jeden.
  - ▶ Různorodosti dosáhne odlišností trénovacích množin, vzorkování s opakováním do původní velikosti trénovacích dat.
  - ▶ Slabé (= dílčí) modely učí nezávisle.
- Výstup ensmbly se určí:
  - ▶ pro regresi – spočítám průměrnou hodnotu ze všech výstupů modelů v ensmbly.
  - ▶ pro klasifikaci – spočítám majoritu z výstupů modelů v ensmbly.

# Bagging (2)



(Meta)Learning

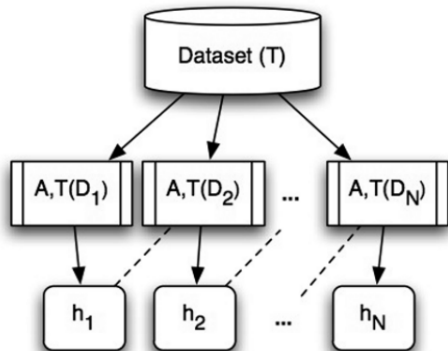


Classifying

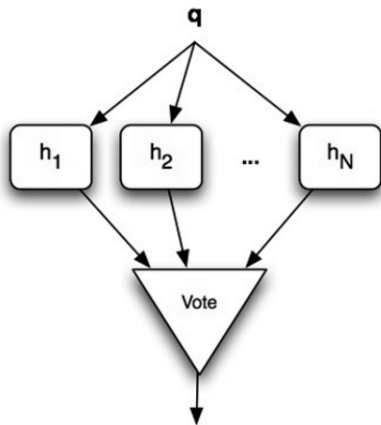
# Boosting

- Naučím posloupnost modelů, každý další model si bude všímat té části vstupních dat, ve které předchozí modely chybovaly.
- To, jak moc si bude model všímat vstupních dat, se vyjadřuje vahami vstupního vzoru.
- Oklasifikuji trénovací data všemi doposud naučenými modely a vzory, na kterých jsem udělal chybu, přidám do trénovací množiny následujícího modelu.
- Z toho vyplývá, že se modely učí jeden po druhém.
- Výstup ensamble se spočítá jako vážený průměr (vážená majorita).
- Váhy pro majoritu jsou úměrné přesnosti jednotlivých modelů.

## Boosting (2)



(Meta)Learning



Classifying

# Adaboost

- Nejznámější algoritmus pro Boosting se nazývá Adaboost.
- Základní algoritmus předpokládá klasifikaci do dvou tříd (+1 / -1).
- Značení  $n$  je počet vzorů v trénovací množině.  $h_t$  je model (klasifikátor).

1 Nastav konstantní váhy všech vzorů v trénovací množině na  $D_1(i) = \frac{1}{n}$  a nastav  $t = 1$ .

2 Nauč klasifikátor  $h_t$ .

3 Spočítej globální chybu na trénovacích datech

$$\eta_t = \sum_{\forall i, h_t(x_i) \neq y_i} D_t(i)$$

4 Změň váhy všech vstupních vzorů, u kterých klasifikátor  $h_t$  udělal chybu.  $D_{t+1}(i) = \frac{D_t(i)}{Z_t} \frac{\eta_t}{1-\eta_t}$ .  $\forall i$ , kde  $h_t(x_i) \neq y_i$ .

5 Pokud globální chyba  $\eta_t$  klesla pod stanovenou hranici, skonči. Jinak pokračuj bodem 2.

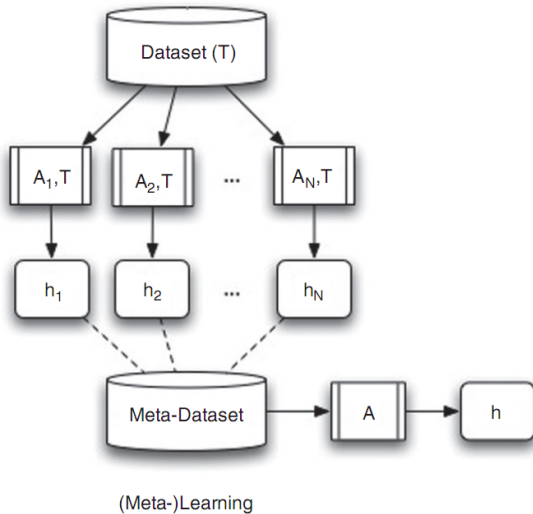
• Prezentace věnovaná přímo algoritmu Adaboost

[http://www.robots.ox.ac.uk/~az/lectures/cv/adaboost\\_matas.pdf](http://www.robots.ox.ac.uk/~az/lectures/cv/adaboost_matas.pdf)

- Nezávisle naučím skupinu modelů, použiji odlišné algoritmy učení
  - ▶ různé implicitní předpoklady, různé hypotézy, různé chyby.
- Pro určení finálního výstupu použiji místo majority další model
  - ▶ říkáme mu meta-model, často jde o logistickou regresi,
  - ▶ výstupy jednotlivých modelů slouží jako vstupy meta-modelu,
  - ▶ ve srovnání s majoritou větší možnosti pro kombinaci výstupů.



# Stacking (2)

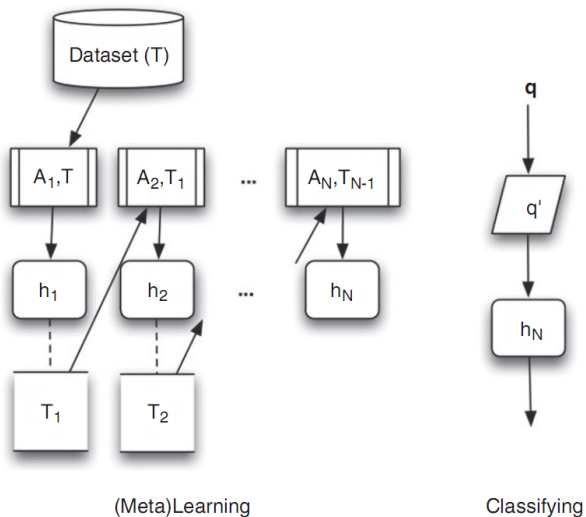


Classifying

# Cascade generalization

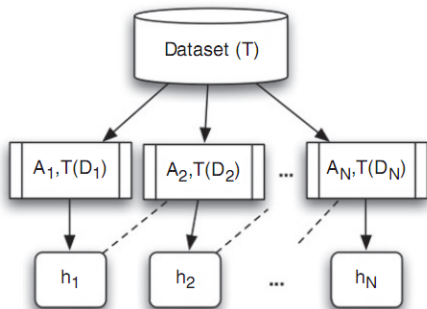
- Modely v ensamblech tvořím postupně a závisle
  - ▶ ke vstupním proměnným doplním výstupy předchozích modelů,
  - ▶ dochází ke změně v algoritmu učení.
- Vstupem  $i$ -tého modelu jsou proměnné  $(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, \dots, y_{i-1})$ 
  - ▶ kde  $x_1, \dots, x_n$  jsou příznaky ze vstupních dat,
  - ▶ kde  $y_1, \dots, y_{i-1}$  jsou výstupy předchozích modelů.
- Modely se učí jeden po druhém a výstupem ensamblech je výstup posledního modelu.

# Cascade generalization (2)

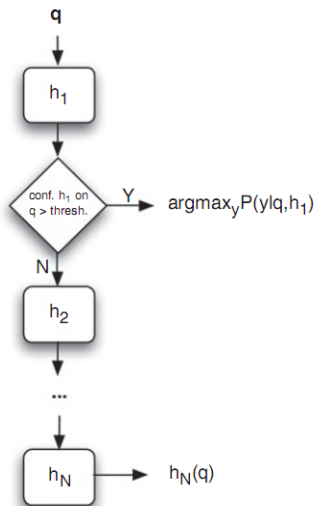


- Podobně jako u Boostingu se další modely specializují na vzory, které předchozí modely klasifikovaly špatně – které indikovaly nízkou pravděpodobnost přiřazení vzoru do dané třídy.
- Při počítání výstupu ensmbly se použije výstup modelu, který udává dostatečně vysokou ppst výstupní třídy.

# Cascading (2)



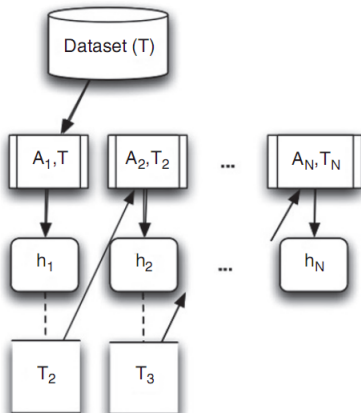
(Meta)Learning



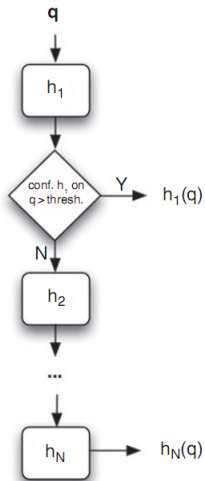
Classifying

- Trénovací množina prvního modelu je celá trénovací množina.
- Do trénovací množiny dalšího klasifikátoru se přiřadím stupní vzory, které byly klasifikovány špatně nebo ppst jejich zařazení do správné třídy je menší než určený práh.
- Výstup ensamble je výstup modelu, který indikuje dostatečně vysokou ppst přiřazení do dané třídy.

# Delegating (2)



(Meta)Learning

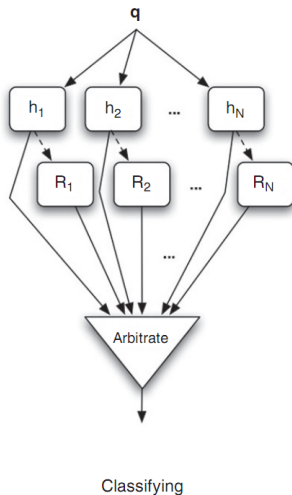
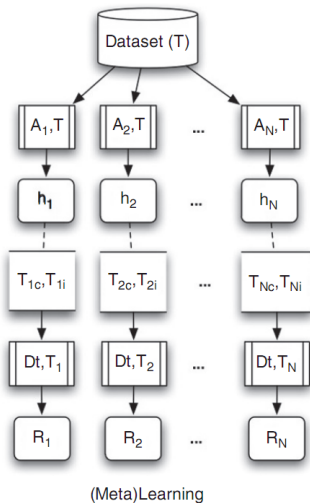


Classifying

- Trochu zvláštní metoda, kde jsou dva typy modelů
  - ▶ standardní modely, predikující cílovou proměnnou,
  - ▶ rozhodčí modely, které predikují úspěšnost standardních modelů.
- Každý standardní model má svůj rozhodčí model.
- Každá dvojice standardní+rozhodčí model je učena nezávisle.
- Výstupem ensamble je model, jehož rozhodčí predikuje nejvyšší míru úspěchu.



# Arbitrating (2)



- Poslední téma tohoto kurzu – opravdu všechny vstupní proměnné potřebuji ke klasifikaci?

# Výběr relevantních příznaků

- Poslední téma tohoto kurzu – opravdu všechny vstupní proměnné potřebuji ke klasifikaci?
- Při klasifikaci zdravých a nemocných lidí asi bude hrát větší roli jejich teplota a tlak, než barva vlasů.

# Výběr relevantních příznaků

- Poslední téma tohoto kurzu – opravdu všechny vstupní proměnné potřebují ke klasifikaci?
- Při klasifikaci zdravých a nemocných lidí asi bude hrát větší roli jejich teplota a tlak, než barva vlasů.
- Techniky, které vybírají vhodné vstupní proměnné, se označují jako feature selection (případně feature ranking) metody.
- A dělí se do dvou hlavních kategorií:
  - ▶ feature selection – tyto metody dodají seznam vstupních proměnných (atributů), které považují za důležité,
  - ▶ feature ranking – tyto metody přiřadí každému atributu skóre, který indikuje vliv atributu na výstupní třídu.

- Typicky hledají podmnožinu atributů, na které model ještě funguje dobře. Dělí se do 3 hlavních kategorií:
  - ▶ Wrappers – vyberou skupinu atributů, nad ní naučí nějaký model, spočítají jeho přesnost a podle přesnosti upraví skupinu atributů, atd...

- Typicky hledají podmnožinu atributů, na které model ještě funguje dobře. Dělí se do 3 hlavních kategorií:
  - ▶ Wrappers – vyberou skupinu atributů, nad ní naučí nějaký model, spočítají jeho přesnost a podle přesnosti upraví skupinu atributů, atd...
  - ▶ Filters – fungují dost podobně, jen místo modelů se vyhodnocují tzv. filtry.
    - ★ Filtry se v této souvislosti rozumí například korelace mezi vybranou skupinou vstupů a výstupem nebo vzájemná informace, ...

- Typicky hledají podmnožinu atributů, na které model ještě funguje dobře. Dělí se do 3 hlavních kategorií:
  - ▶ Wrappers – vyberou skupinu atributů, nad ní naučí nějaký model, spočítají jeho přesnost a podle přesnosti upraví skupinu atributů, atd...
  - ▶ Filters – fungují dost podobně, jen místo modelů se vyhodnocují tzv. filtry.
    - ★ Filtry se v této souvislosti rozumí například korelace mezi vybranou skupinou vstupů a výstupem nebo vzájemná informace, ...
  - ▶ Embedded techniques – tento způsob je zabudován do učícího algoritmu modelu a podle toho, které proměnné model využívá, se sestavuje seznam důležitých atributů.

## Feature selection (2)

- Při hledání vhodné kombinace se často uplatňuje "hladový" přístup.
- Nejprve hledám množinu s jedním atributem, která má nejvyšší skóre (například nejvyšší přesnost modelu).
- K této jednoprvkové množině zkouším přidávat další atribut a hledám, který přinese největší zlepšení modelu.
- Pak hledám třetí, a tak dále, dokud se model nepřestane zlepšovat.



# Feature ranking

- Přiřazuje každé vstupní proměnné skóre, které určuje její významnost.

- Přiřazuje každé vstupní proměnné skóre, které určuje její významnost.
- Často se používají stejné metody, které se na předchozím slajdu označovaly jako filters:
  - ▶ vzájemná informace mezi jednotlivými atributy a výstupem,
  - ▶ korelace,
  - ▶ informační entropie,
  - ▶ přesnost perceptronu s jedním vstupem.

- Přiřazuje každé vstupní proměnné skóre, které určuje její významnost.
- Často se používají stejné metody, které se na předchozím slajdu označovaly jako filters:
  - ▶ vzájemná informace mezi jednotlivými atributy a výstupem,
  - ▶ korelace,
  - ▶ informační entropie,
  - ▶ přesnost perceptronu s jedním vstupem.
- Je pak na člověku, jak těchto informací využije.

- Kombinování modelů je dnes standardním postupem
  - ▶ diverzita slabých modelů spojená s jejich přesností vede k úspěchu,
  - ▶ za přesnost platíme časem a někdy i srozumitelností.
- Jako každá jiná metoda podléhá “no free lunch” teorému
  - ▶ zlepšení přesnosti nedosáhneme “automaticky a mechanicky”.
- Literatura mj. Dietterich: Ensemble Methods in Machine Learning, Multiple classifier systems, Springer, 2000.