

Vytěžování dat, cvičení 9:

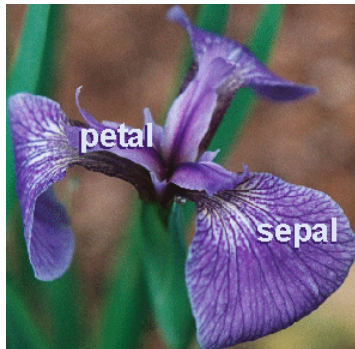
Strojové učení

Radomír Černoch



Evropský sociální fond
Praha & EU: Investujeme do vaší budoucnosti

Fakulta elektrotechnická, ČVUT



Zmenšený dataset Iris

$sl =$ Sepal Length	$sw =$ Sepal Width	$pl =$ Petal Length	$pw =$ Petal Width	$c =$ Species
4.3	3.0	1.1	0.1	setosa
5.0	3.3	1.4	0.2	setosa
5.7	4.4	1.5	0.4	setosa
5.0	2.3	3.3	1.0	versicolor
5.7	2.8	4.1	1.3	versicolor
6.3	3.3	4.7	1.6	versicolor
4.9	2.5	4.5	1.7	virginica
6.2	2.8	4.8	1.8	virginica
6.8	3.2	5.9	2.3	virginica
7.7	3.0	6.1	2.3	virginica

- ▶ NB klasifikace počítá pravděpodobnosti třídy, pokud známe hodnoty atributů. Např.
 $p(c = \text{setoza} \mid sl = 5.5, sw = 3.3, pl = 4.8, pw = 9.9)$.
- ▶ Tuto pravděpodobnost neznáme přímo, pro její výpočet se používá Bayesovo pravidlo:

$$p(c \mid sl, sw, pl, pw) = \frac{p(c) \cdot p(sl, sw, pl, pw \mid c)}{p(sl, sw, pl, pw)} \quad (1)$$

- ▶ Protože distribuce $p(sl, sw, pl, pw \mid c)$ má příliš mnoho parametrů, předpokládá se jejich nezávislost („naivita“ NB klasifikátoru):

$$p(sl, sw, pl, pw \mid c) = p(sl \mid c) \cdot p(sw \mid c) \cdot p(pl \mid c) \cdot p(pw \mid c) \cdot (2)$$

- ▶ Učení stanovuje parametry Naïve Bayes modelu = distribuce $p(s|c)$, $p(sw|c)$, $p(pl|c)$ a $p(pw|c)$ a $p(c)$.
- ▶ Distribuce $p(c)$ říká, do kterého druhu patří libovolný květ kosatce, aniž bychom znali jakoukoli jeho vlastnost. Dá se říci, že tato distribuce reprezentuje naše „předsudky“. **Vypočtěte** její parametry (předpokládejte *multinomialní rozdělení*).
- ▶ Ostatní určují rozložení jednotlivých atributů okvětních lístků pro každý druh kosatce zvlášť. Zachycuje tak vliv „měření“. **Vypočtěte** $p(s|c)$ (předpokládejte *normální rozdělení*).

Správné výsledky

$$p(s|c) = \begin{cases} 3/10 & \text{pro } c = \text{setosa} \\ 3/10 & \text{pro } c = \text{versicolor} \\ 4/10 & \text{pro } c = \text{virginica} \end{cases} \quad (3)$$

$$p(s|c) = \begin{cases} \mathcal{N}(\mu = 5.0, \sigma = .70) & \text{pro } c = \text{setosa} \\ \mathcal{N}(\mu = 5.7, \sigma = .65) & \text{pro } c = \text{versicolor} \\ \mathcal{N}(\mu = 6.4, \sigma = 1.2) & \text{pro } c = \text{virginica} \end{cases} \quad (4)$$

$$p(sw|c) = \begin{cases} \mathcal{N}(\mu = 3.6, \sigma = .74) & \text{pro } c = \text{setosa} \\ \mathcal{N}(\mu = 2.8, \sigma = .50) & \text{pro } c = \text{versicolor} \\ \mathcal{N}(\mu = 2.9, \sigma = .30) & \text{pro } c = \text{virginica} \end{cases} \quad (5)$$

$$p(pl|c) = \begin{cases} \mathcal{N}(\mu = 1.3, \sigma = .21) & \text{pro } c = \text{setosa} \\ \mathcal{N}(\mu = 4.0, \sigma = .70) & \text{pro } c = \text{versicolor} \\ \mathcal{N}(\mu = 5.3, \sigma = .79) & \text{pro } c = \text{virginica} \end{cases} \quad (6)$$

$$p(pw|c) = \begin{cases} \mathcal{N}(\mu = .23, \sigma = .15) & \text{pro } c = \text{setosa} \\ \mathcal{N}(\mu = 1.3, \sigma = .30) & \text{pro } c = \text{versicolor} \\ \mathcal{N}(\mu = 2.0, \sigma = .32) & \text{pro } c = \text{virginica} \end{cases} \quad (7)$$

- ▶ Mějme okvětní lístek $sl = 5.5$, $sw = 2.4$, $pl = 3.7$ a $pw = 1.0$. O jaký druh kosatců se jedná? (Pro kontrolu: versicolor.)
- ▶ Výpočet je pouze zjednodušením vzorců z úvodu a dosazením:
 $p(c \mid sl, sw, pl, pw) =$

$$= \frac{p(c) \cdot p(sl \mid c) \cdot p(sw \mid c) \cdot p(pl \mid c) \cdot p(pw \mid c)}{p(sl, sw, pl, pw)} = \quad (8)$$

$$= \frac{\psi(sl, sw, pl, pw, c)}{p(sl, sw, pl, pw)} = \quad (9)$$

$$= \frac{\psi(sl, sw, pl, pw, c)}{\sum_c p(c) \cdot p(sl, sw, pl, pw \mid c)} = \quad (10)$$

$$= \frac{\psi(sl, sw, pl, pw, c)}{\underline{\underline{\sum_c \psi(sl, sw, pl, pw, c)}}} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \psi(sl = 5.5, sw = 2.4, pl = 1.4, pw = 1.1, c = \text{setoza}) = \\ & = p(c = \text{set.}) \cdot \\ & \quad \cdot p(sl = 5.5 \mid c = \text{set.}) \cdot p(sw = 2.4 \mid c = \text{set.}) \cdot \\ & \quad \cdot p(pl = 1.4 \mid c = \text{set.}) \cdot p(pw = 1.1 \mid c = \text{set.}) = \quad (12) \end{aligned}$$

$$\boxed{p(x \mid \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (13)$$

$$= \frac{3}{10} \cdot 0.44 \cdot 0.15 \cdot 1.8 \cdot 2.6 \cdot 10^{-7} = \underline{\underline{3.1 \cdot 10^{-8}}} \quad (14)$$

$$\psi(..., c = \text{versicolor}) = 5.5 \cdot 10^{-5}; \psi(..., c = \text{virginica}) = 1.8 \cdot 10^{-9}$$

$$p(c = \text{setoza} \mid ...) =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\psi(..., c = \text{versicolor})}{\psi(..., c = \text{set.}) + \psi(..., c = \text{ver.}) + \psi(..., c = \text{vir.})} = \\ &= 0.056\% \quad (15) \end{aligned}$$

$$p(c = \text{versicolor} \mid ...) = 99.94\% \quad (16)$$

$$p(c = \text{virginica} \mid ...) = 0.004\% \quad (17)$$

Bingo! Versicolor vyhrává.

1. V prostředí Matlab implementujte k -NN klasifikátor a otestujte jej na datasetu „Breast Cancer“ 2-fold krosvalidace¹.
2. Zjistěte chybu klasifikátoru zvlášť na trénovací i testovací množině pro hodnoty k od 1 do velikosti datasetu. Oba průběhy vynesete do grafu v závislosti na k .
3. Průběh grafu interpretujte s přihlédnutím k principu fungování algoritmu k -NN.

Zdrojové kódy odevzdejte do upload systému samostatně vedle PDF protokolu.

¹viz. Wikipedie