

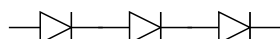
Statistika a spolehlivost v lékařství

3. cvičení, 1. dubna 2014

Soustavy s více stavy prvků

Pro elektrické obvody používáme tři stavy : **bezporuchový**, **porucha zkratem**, **porucha přerušením**.

- **Příklad 1 (Soustavy s více stavy prvků - sériové)** soustava je funkční když se celá chová jako dioda, pravděpodobnost zkratu pz , pravděpodobnost přerušení pp , pravděpodobnost správné funkčnosti p , $p + pz + pp = 1$, diody jsou identické.

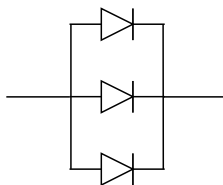


Řešení:

$$\begin{aligned}
 pp(s) &= 1 - (1 - pp)^3 \\
 pz(s) &= p_z^3 \\
 p &= 3 \cdot pz \cdot p^2 + 3 \cdot p^2 \cdot pz + p^3
 \end{aligned}$$

ověření: $pp(s) + p(s) + pz(s) = 1$

- **Příklad 2 (Soustavy s více stavy prvků - paralelní)** soustava je funkční když se celá chová jako dioda, pravděpodobnost zkratu pz , pravděpodobnost přerušení pp , pravděpodobnost správné funkčnosti p , $p + pz + pp = 1$, diody jsou identické.



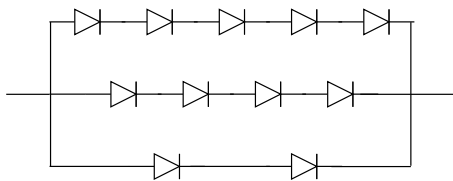
Řešení:

$$\begin{aligned}
 pp(s) &= pp^3 \\
 pz(s) &= 1 - (1 - pz)^3 \\
 p(s) &= (1 - pz - pp)^3 + 3pp(1 - pp - pz)^2 + 3pp^2(1 - pp - pz)
 \end{aligned}$$

ověření $pp(s) + p(s) + pz(s) = 1$:

$$pp(s) + pz(s) + p(s) = 1.$$

- **Příklad 3 (Soustavy s více stavy prvků - složitější soustava)** Spočítejte pravděpodobnost, že se soustava diod na obrázku chová jako dioda, za předpokladu že pravděpodobnost přerušení jedné diody je $pp = 0,2$ a pravděpodobnost zkratu je $pz = 0,05$.



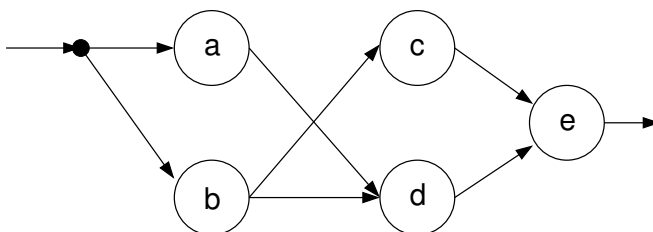
Řešení:

$$\begin{aligned}
 pp(s) &= (1 - (1 - pp)^5) \cdot (1 - (1 - pp)^4) \cdot (1 - (1 - pp)^2) = 0,143 \\
 pz(s) &= pz^5 + pz^4 + pz^2 - pz^{5+4} - pz^{4+2} - pz^{5+2} + pz^{11} = 2,5 \cdot 10^{-3} \\
 p(s) &= 1 - pp(s) - pz(s) = 0,8545
 \end{aligned}$$

Kombinované soustavy

- **Příklad 4 (Metoda seznamu)**

$$\begin{aligned}
 \text{a) } P(a) &= \frac{3}{4}; P(b) = \frac{5}{6}; P(c) = P(d) = \frac{2}{3}; P(e) = \frac{7}{8}; R = ? \\
 \text{b) } P(a) &= P(b) = \dots = P(e) = p; R = ?
 \end{aligned}$$



Řešení: a)

1. $a b c d e +$	5. $a \bar{b} c d e +$	9. $\bar{a} b c d e +$
2. $a b c \bar{d} e +$	6. $a \bar{b} c \bar{d} e$	10. $\bar{a} b c \bar{d} e +$
3. $a b \bar{c} d e +$	7. $a \bar{b} \bar{c} d e +$	11. $\bar{a} b \bar{c} d e +$
4. $a b \bar{c} \bar{d} e$	8. $a \bar{b} \bar{c} \bar{d} e$	12. $\bar{a} b \bar{c} \bar{d} e$

$$R = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_5) + P(A_7) + P(A_9) + P(A_{10}) + P(A_{11})$$

vzájemně vylučující se jevy, pravděpodobnosti mohou sčítat

$$\begin{aligned}
 R &= P(A_1) + P(A_2) + \dots \\
 &= \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{8} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{8} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{8} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{8} + \dots \\
 &= 0,6563.
 \end{aligned}$$

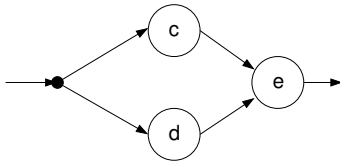
b)

$$R = p^5 + 4p^4(1-p) + 3p^3(1-p)^2 = p^5 + 4p^4 - 4p^5 + 3p^3 - 6p^4 + 3p^5 = -2p^4 + 3p^3 = p^3(3-2p).$$

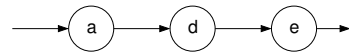
► **Příklad 5 (Metoda rozkladu)** zadání viz předchozí příklad b)

Řešení:

$$R = P(b) \cdot P(\text{soustava funguje}|b) + P(\bar{b}) \cdot P(\text{soustava funguje}|\bar{b})$$



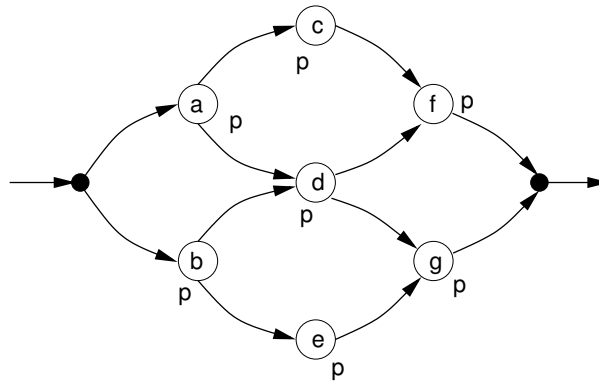
$P(\text{soustava funguje}|b)$



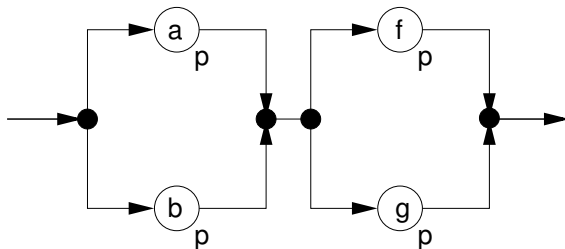
$P(\text{soustava funguje}|\bar{b})$

$$R = p \cdot (1 - (1-p)^2) \cdot p + (1-p) \cdot p^3 = 2p^3 - p^4 + p^3 - p^4 = p^3 \cdot (3 - 2p).$$

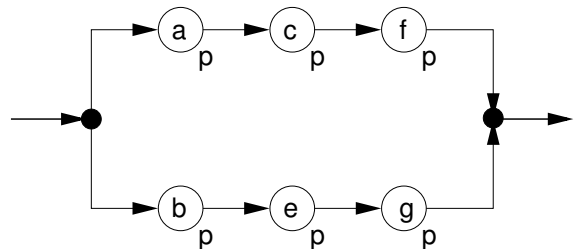
► **Příklad 6 (Kombinované soustavy - metoda rozkladu)** $R = ?$



Řešení:



$P(\text{soustava funguje}|d)$



$P(\text{soustava funguje}|\bar{d})$

$$\begin{aligned}
R &= P(d) \cdot P(\text{soustava}|d) + P(\bar{d}) \cdot P(\text{soustava}|\bar{d}) \\
&= p \cdot [1 - (1 - p^2)]^2 + (1 - p) \cdot [1 - (1 - p^3)]^2 \\
&= p \cdot (4p^2 - 4p^3 + p^4) + (1 - p) \cdot (2p^3 - p^6) \\
&= p^5 - 4p^4 + 4p^3 + p^7 - p^6 - 2p^4 - 2p^3 \\
&= p^7 - p^6 + p^5 - 6p^4 + 6p^3
\end{aligned}$$