A6M33SSL: Domácí úloha: DU5

Varianta: grimonel

1. **[stat_ci_vitamin, 0.300 b.]** Podnik vyrábí doplněk stravy s vitamínem C ve formě tabletek. Výrobní proces v normálním stavu produkuje tabletky, jejichž průměrný obsah vitamínu C by měl být $\mu = 100 \pm 1$ mg a rozptyl by neměl být větší než $\sigma^2_{\max} = 1$ mg^2. Z dané šarže jsme odebrali n tabletek, změřili jsme obsah vitamínu C a dostali tak realizaci n.v. $\mathbf{x}$.

   a) Vypočtěte odhad střední hodnoty $\bar{x}$ a rozptylu $s^2_{\mathbf{x}} = r$ z realizace náhodného výběru $\mathbf{x}$.

   b) Spočtěte $100(1-\alpha)$% oboustranný intervalový odhad $\langle m_d, m_h \rangle$ pro střední hodnotu obsahu vitamínu C v tabletce.

   c) Spočtěte $100(1-\alpha)$% dolní intervalový odhad r_d pro rozptyl obsahu vitamínu C v tabletce.

   d) Vyhovuje tento proces požadavkům, pokud byste měli soudit podle vypočtených intervalů spolehlivosti? (Do JSON souboru uveďte buď `"spl": "ano"` nebo `"spl": "ne"`).

   Není-li uvedeno jinak, zaokrouhlete výsledky na 4 platné číslice.

   Parametry: $n = 6$, $x = [99.42, 98.33, 97.71, 96.91, 97.47, 98.57]$, $\alpha = 0.001$

   Požadované výsledky: $\bar{x}$, r, m_d, m_h, r_d, *spl*

2. **[stat_ci_baker, 0.400 b.]** V pekařství, kde si zakládají na ruční výrobě, jsme nakoupili n bochníků téhož druhu chleba. Bochníky jsme zvážili a jejich průměrná hmotnost byla $\bar{\mathbf{x}} = m$ kg s výběrovou směrodatnou odchylkou $s_{\mathbf{x}} = s$ kg. Předpokládejme, že hmotnost bochníků má normální rozdělení.

   a) Předpokládejme, že naše odhady m a s jsou skutečnými parametry rozdělení hmotnosti bochníků. Jakou minimální garantovanou nosnost M_l musí mít taška, aby unesla kterýkoli z 95 % nejlehčích bochníků?

   b) Jakou minimální garantovanou nosnost M_p musí mít taška, aby unesla **průměrný** bochník s 95% spolehlivostí? (Průměrný bochník je bochník s hmotností rovnou neznámé střední hodnotě.)

   c) Určete 99% oboustranný interval spolehlivosti $\langle d, h \rangle$ pro střední hodnotu hmotnosti bochníků.

   d) Kolik bochníků n_c celkem bychom museli zvážit, abychom byli schopni určit oboustranný odhad střední hodnoty hmotnosti bochníků s alespoň 99% spolehlivostí a s maximální přípustnou chybou Δ? (Výsledkem by mělo být nejmenší celé číslo, které splňuje požadavky.)

   Parametry: $n = 15$, $m = 3.44$, $s = 1.48$, $\Delta = 0.2$

   Požadované výsledky: M_l, M_p, d, h, n_c

3. **[stat_ci_smoking, 0.300 b.]** Chceme odhadnout procento lidí v populaci, kteří jsou pro úplný zákaz kouření v restauracích. Předpokládejme, že každý člověk buď je pro zákaz nebo není, jiná možnost neexistuje.

   a) Napište, jakým rozdělením lze popsat výběrovou relativní četnost v závislosti na populační pravděpodobnosti q (předpokládejte rozsah výběru větší než 100). Vyjádřete chybu oboustranného intervalového odhadu jako funkci populační pravděpodobnosti. Pro jakou hodnotu populační pravděpodobnosti q_m je tato chyba maximální?

b) Určete počet lidí n_1, jichž se budete muset zeptat na názor, abyste zaručili, že chyba $100P\%$ intervalu spolehlivosti nepřesáhne $\Delta_{\max} = d$, ať už je skutečná populační pravděpodobnost jakákoli. (Výsledek uveďte jako celé číslo.)

c) Určete počet lidí n_2, jichž se budete muset zeptat na názor, abyste zajistili, že se chyba $100P\%$ intervalu spolehlivosti nebude moc lišit od $\Delta_{\max} = d$, víte-li, že v minulém podobném měření bylo pro zákaz kouření $100q_h\%$ oslovených, a předpokládáte-li, že se tato hodnota moc nezměnila. (Výsledek uveďte jako celé číslo.)

d) Provedli jsme průzkum a získali jsme realizaci náhodného výběru velikosti n_2. V něm se n_A lidí vyjádřilo pro úplný zákaz kouření v restauracích. Vypočtěte $100P\%$ oboustranný intervalový odhad $\langle q_1, q_2 \rangle$ oblíbenosti prezidenta.

Není-li uvedeno jinak, zaokrouhlete výsledky na 4 platné číslice.

Parametry: $P = 0.99$, $d = 0.01$, $q_h = 0.22$, $n_A = 3114$

Požadované výsledky: q_m, n_1, n_2, q_1, q_2