

A6M33SSL: Domácí úloha: DU4

Varianta: hrstkotom

1. [stat_test_mu_survival, 0.100 b.] Výběr n pacientů s rakovinou plic léčených novým lékem má průměrnou dobu přežití m_2 měsíců se směrodatnou odchylkou s měsíců. Z předchozích studií je známo, že střední hodnota přežití takových pacientů bez podávání nového léku je m_1 měsíců. Lze na základě těchto dat při $\alpha = a$ usoudit, že nový lék prodlužuje přežití?

- a) Vypočtete hodnotu testové statistiky t .
- b) Zjistete kritickou hodnotu testu k .
- c) Rozhodněte, zda můžete zamítnout H_0 (pak do JSON souboru uveďte výsledek "z": "ano") nebo nemůžete (JSON: "z": "ne")

(Poznámka: podobné úlohy se v praxi řeší pomocí speciálních metod analýzy přežití, které nicméně vyžadují detailnější data. Zde se očekává použití t-testu.)

Parametry: $n = 40$, $m_2 = 26.8$, $s = 20.4$, $m_1 = 16.9$, $a = 0.005$

Požadované výsledky: t , k , z

2. [stat_test_errors_led, 0.400 b.] Náš podnik do svých zařízení montuje LED diody. Z možných dodavatelů jsme vybrali dodavatele A, který splnil náš požadavek na kvalitu, že max. m_v z 1000 dodaných diod může být vadných. Jednotlivé dodávky kontrolujeme tak, že z dodané dávky vybereme n_1 diod, a dávku přijmeme jen tehdy, svítí-li všechny.

- a) Jaká je pravděpodobnost p_1 , že při splnění požadované kvality budou všechny diody svítit?
- b) Jaká je u tohoto testu pravděpodobnost chyby prvního druhu α_1 ?
- c) Dozvěděli jsme se, že náš dodavatel A nasmlouval příliš zakázek a nemá na ně dostatečné výrobní kapacity. Aby o zákazníky nepřišel, přistoupil k tomu, že část výrobků nakupuje od dodavatele B a pouze je přeprodává. Když jsme vybírali dodavatele pro náš závod, posuzovali jsme i dodavatele B a zjistili jsme, že v jeho dodávkách je průměrně vadných m_B z 1000 kusů. Jaká je u našeho testu pst. chyby druhého druhu β , tj. s jakou pravděpodobností náš test přijme dávku, která je ve skutečnosti od dodavatele B, a tedy nevyhovující?
- d) Naším cílem je omezit situaci, kdy přijmeme nevyhovující dávky vyrobené dodavatelem B. Jaká musí být velikost výběru n_2 , aby náš test (dávku přijmeme jen pokud všechny vybrané LED fungují) měl $\beta < b$? (Výsledek uveďte co nejpřesněji jako celé číslo.)
- e) Použijeme-li test s velikostí výběru n_2 , jaká bude pst. chyby prvního druhu α_2 ?

Parametry: $m_v = 8$, $n_1 = 12$, $m_B = 15$, $b = 0.01$

Požadované výsledky: p_1 , α_1 , β , n_2 , α_2

3. [stat_test_stdev_vmeter, 0.300 b.] Provedli jsme n měření stálého napětí stejným voltmetrem. Dostali jsme realizaci výběrové směrodatné odchylky $s_x = s$ mV. Výrobce uvádí směrodatnou odchylku měření nejvýše $\sigma_0 = 1$ mV.

- a) Pro $\alpha = a$ určete oboustranný interval spolehlivosti $\langle d, h \rangle$ pro směrodatnou odchylku. Rozmyslete si, zda spodní hranice jednostranného intervalu spolehlivosti bude menší nebo větší než vypočtená spodní hranice oboustranného intervalu (při zachování rozsahu výběru i spolehlivosti).

- b) Pro stejné α určete spodní hranici l jednostranného intervalu spolehlivosti pro směrodatnou odchylku. Zjistěte, zda tento jednostranný interval obsahuje výrobcem udávanou hodnotu σ_0 , a rozmyslete si, zda na základě tohoto zjištění můžete něco prohlásit o tvrzení výrobce.
- c) Ověřte výrobcovo tvrzení pomocí testu rozptylu, tj. na hladině významnosti α proveďte test hypotézy $H_0 : \sigma^2 \leq \sigma_0^2$. Určete hodnotu testové statistiky t . Určete kritickou hodnotu testu k . Utvořte závěr, zda hypotézu výrobce zamítáte (pak do JSON souboru uveďte "z": "ano"), nebo nezamítáte (JSON: "z": "ne").

Parametry: $n = 18$, $s = 1.84$, $a = 0.01$

Požadované výsledky: d , h , l , t , k , z

4. [stat_test_n_doubleprob, 0.200 b.] Obvyklý výskyt nemoci je m případů na 100 000 obyvatel za rok. Ze zkušenosti s podáváním jistého léku jsme pojali podezření, že lék zdvojnásobuje pravděpodobnost onemocnění. Jak velký vzorek uživatelů léku (n) potřebujeme sledovat v průběhu 1 roku, abychom toto podezření mohli potvrdit na hladině významnosti $\alpha = a$? (Výsledek uveďte co nejpřesněji jako celé číslo.)

(Návod, který by asi u zkouškového testu nebyl: Určete, co bude H_0 . Pravděpodobnost p výskytu nemoci v daném roce snadno spočtete. Počet výskytů během 1 roku má binomické rozdělení s parametry, které znáte. Z centrální limitní věty plyne, že výběrovou relativní četnost můžeme popsat normálním rozdělením s parametry, které vycházejí z parametrů binomického rozdělení. Můžete proto provést jednostranný test hypotézy o střední hodnotě. Zapište si testové kritérium t jako funkci n (a p). Zjistěte v tabulkách kritickou hodnotu testu k . Abyste mohli H_0 zamítnout, musí být $t > k$. Z této nerovnice již dopočtete minimální potřebné n pro dosažení α .)

Parametry: $m = 410$, $a = 0.001$

Požadované výsledky: n