

# A6M33SSL: Domácí úloha: DU4

Varianta: grosmtom

1. [stat\_test\_mu\_survival, 0.100 b.] Výběr  $n$  pacientů s rakovinou plic léčených novým lékem má průměrnou dobu přežití  $m_2$  měsíců se směrodatnou odchylkou  $s$  měsíců. Z předchozích studií je známo, že střední hodnota přežití takových pacientů bez podávání nového léku je  $m_1$  měsíců. Lze na základě těchto dat při  $\alpha = a$  usoudit, že nový lék prodlužuje přežití?

- a) Vypočtete hodnotu testové statistiky  $t$ .
- b) Zjistete kritickou hodnotu testu  $k$ .
- c) Rozhodněte, zda můžete zamítnout  $H_0$  (pak do JSON souboru uveďte výsledek "z": "ano") nebo nemůžete (JSON: "z": "ne")

(Poznámka: podobné úlohy se v praxi řeší pomocí speciálních metod analýzy přežití, které nicméně vyžadují detailnější data. Zde se očekává použití t-testu.)

**Parametry:**  $n = 60$ ,  $m_2 = 27.9$ ,  $s = 21.7$ ,  $m_1 = 16.7$ ,  $a = 0.001$

**Požadované výsledky:**  $t$ ,  $k$ ,  $z$

2. [stat\_test\_errors\_led, 0.400 b.] Náš podnik do svých zařízení montuje LED diody. Z možných dodavatelů jsme vybrali dodavatele A, který splnil náš požadavek na kvalitu, že max.  $m_v$  z 1000 dodaných diod může být vadných. Jednotlivé dodávky kontrolujeme tak, že z dodané dávky vybereme  $n_1$  diod, a dávku přijmeme jen tehdy, svítí-li všechny.

- a) Jaká je pravděpodobnost  $p_1$ , že při splnění požadované kvality budou všechny diody svítit?
- b) Jaká je u tohoto testu pravděpodobnost chyby prvního druhu  $\alpha_1$ ?
- c) Dozvěděli jsme se, že náš dodavatel A nasmlouval příliš zakázek a nemá na ně dostatečné výrobní kapacity. Aby o zákazníky nepřišel, přistoupil k tomu, že část výrobků nakupuje od dodavatele B a pouze je přeprořádá. Když jsme vybírali dodavatele pro náš závod, posuzovali jsme i dodavatele B a zjistili jsme, že v jeho dodávkách je průměrně vadných  $m_B$  z 1000 kusů. Jaká je u našeho testu pst. chyby druhého druhu  $\beta$ , tj. s jakou pravděpodobností náš test přijme dávku, která je ve skutečnosti od dodavatele B, a tedy nevyhovující?
- d) Naším cílem je omezit situaci, kdy přijmeme nevyhovující dávky vyrobené dodavatelem B. Jaká musí být velikost výběru  $n_2$ , aby náš test (dávku přijmeme jen pokud všechny vybrané LED fungují) měl  $\beta < b$ ? (Výsledek uveďte co nejpřesněji jako celé číslo.)
- e) Použijeme-li test s velikostí výběru  $n_2$ , jaká bude pst. chyby prvního druhu  $\alpha_2$ ?

**Parametry:**  $m_v = 6$ ,  $n_1 = 5$ ,  $m_B = 17$ ,  $b = 0.01$

**Požadované výsledky:**  $p_1$ ,  $\alpha_1$ ,  $\beta$ ,  $n_2$ ,  $\alpha_2$

3. [stat\_test\_stdev\_vmeter, 0.300 b.] Provedli jsme  $n$  měření stálého napětí stejným voltmetrem. Dostali jsme realizaci výběrové směrodatné odchylky  $s_x = s$  mV. Výrobce uvádí směrodatnou odchylku měření nejvýše  $\sigma_0 = 1$  mV.

- a) Pro  $\alpha = a$  určete oboustranný interval spolehlivosti  $\langle d, h \rangle$  pro směrodatnou odchylku. Rozmyslete si, zda spodní hranice jednostranného intervalu spolehlivosti bude menší nebo větší než vypočtená spodní hranice oboustranného intervalu (při zachování rozsahu výběru i spolehlivosti).

- b) Pro stejné  $\alpha$  určete spodní hranici  $l$  jednostranného intervalu spolehlivosti pro směrodatnou odchylku. Zjistěte, zda tento jednostranný interval obsahuje výrobcem udávanou hodnotu  $\sigma_0$ , a rozmyslete si, zda na základě tohoto zjištění můžete něco prohlásit o tvrzení výrobce.
- c) Ověřte výrobcovo tvrzení pomocí testu rozptylu, tj. na hladině významnosti  $\alpha$  proveďte test hypotézy  $H_0 : \sigma^2 \leq \sigma_0^2$ . Určete hodnotu testové statistiky  $t$ . Určete kritickou hodnotu testu  $k$ . Utvořte závěr, zda hypotézu výrobce zamítáte (pak do JSON souboru uveďte "z": "ano"), nebo nezamítáte (JSON: "z": "ne").

**Parametry:**  $n = 17$ ,  $s = 1.65$ ,  $a = 0.01$

**Požadované výsledky:**  $d$ ,  $h$ ,  $l$ ,  $t$ ,  $k$ ,  $z$

4. [stat\_test\_n\_doubleprob, 0.200 b.] Obvyklý výskyt nemoci je  $m$  případů na 100 000 obyvatel za rok. Ze zkušenosti s podáváním jistého léku jsme pojali podezření, že lék zdvojnásobuje pravděpodobnost onemocnění. Jak velký vzorek uživatelů léku ( $n$ ) potřebujeme sledovat v průběhu 1 roku, abychom toto podezření mohli potvrdit na hladině významnosti  $\alpha = a$ ? (Výsledek uveďte co nejpřesněji jako celé číslo.)

(Návod, který by asi u zkouškového testu nebyl: Určete, co bude  $H_0$ . Pravděpodobnost  $p$  výskytu nemoci v daném roce snadno spočtete. Počet výskytů během 1 roku má binomické rozdělení s parametry, které znáte. Z centrální limitní věty plyne, že výběrovou relativní četnost můžeme popsat normálním rozdělením s parametry, které vycházejí z parametrů binomického rozdělení. Můžete proto provést jednostranný test hypotézy o střední hodnotě. Zapište si testové kritérium  $t$  jako funkci  $n$  (a  $p$ ). Zjistěte v tabulkách kritickou hodnotu testu  $k$ . Abyste mohli  $H_0$  zamítnout, musí být  $t > k$ . Z této nerovnice již dopočtete minimální potřebné  $n$  pro dosažení  $\alpha$ .)

**Parametry:**  $m = 480$ ,  $a = 0.001$

**Požadované výsledky:**  $n$