A6M33SSL: Domácí úloha: DU4

Varianta: lorenmat

1. **[stat_test_mu_survival, 0.100 b.]** Výběr n pacientů s rakovinou plic léčených novým lékem má průměrnou dobu přežití m_2 měsíců se směrodatnou odchylkou s měsíců. Z předchozích studií je známo, že střední hodnota přežití takových pacientů bez podávání nového léku je m_1 měsíců. Lze na základě těchto dat při $\alpha = a$ usoudit, že nový lék prodlužuje přežití?

   a) Vypočtěte hodnotu testové statistiky t.

   b) Zjistěte kritickou hodnotu testu k.

   c) Rozhodněte, zda můžete zamítnout H_0 (pak do JSON souboru uveďte výsledek `"z": "ano"`) nebo nemůžete (JSON: `"z": "ne"`)

   Parametry: $n = 80$, $m_2 = 28.4$, $s = 24.5$, $m_1 = 17.4$, $a = 0.05$

   Požadované výsledky: t, k, z

2. **[stat_test_errors_led, 0.400 b.]** Náš podnik do svých zařízení montuje LED diody. Z možných dodavatelů jsme vybrali dodavatele A, který splnil náš požadavek na kvalitu, že max. m_v z 1000 dodaných diod může být vadných. Jednotlivé dodávky kontrolujeme tak, že z dodané dávky vybereme n_1 diod, a dávku přijmeme jen tehdy, svítí-li všechny.

   a) Jaká je pravděpodobnost p_1, že při splnění požadované kvality budou všechny diody svítit?

   b) Jaká je u tohoto testu pravděpodobnost chyby prvního druhu α_1?

   c) Dozvěděli jsme se, že náš dodavatel A nasmlouval příliš zakázek a nemá na ně dostatečné výrobní kapacity. Aby o zákazníky nepřišel, přistoupil k tomu, že část výrobků nakupuje od dodavatele B a pouze je přeprodává. Když jsme vybírali dodavatele pro náš závod, posuzovali jsme i dodavatele B a zjistili jsme, že v jeho dodávkách je průměrně vadných m_B z 1000 kusů. Jaká je u našeho testu pst. chyby druhého druhu β, tj. s jakou pravděpodobností náš test přijme dávku, která je ve skutečnosti od dodavatele B, a tedy nevyhovující?

   d) Naším cílem je omezit situaci, kdy přijmeme nevyhovující dávky vyrobené dodavatelem B. Jaká musí být velikost výběru n_2, aby náš test (dávku přijmeme jen pokud všechny vybrané LED fungují) měl $\beta < b$?

   e) Použijeme-li test s velikostí výběru n_2, jaká bude pst. chyby prvního druhu α_2?

   Parametry: $m_v = 2$, $n_1 = 12$, $m_B = 12$, $b = 0.04$

   Požadované výsledky: p_1, α_1, β, n_2, α_2

3. **[stat_test_stdev_vmeter, 0.300 b.]** Provedli jsme n měření stálého napětí stejným voltmetrem. Dostali jsme realizaci výběrové směrodatné odchylky $s_{\mathbf{x}} = s$ mV. Výrobce uvádí směrodatnou odchylku měření nejvýše $\sigma_0 = 1$ mV.

   a) Pro $\alpha = a$ určete oboustranný interval spolehlivosti $\langle d, h \rangle$ pro směrodatnou odchylku. Rozmyslete si, zda spodní hranice levostranného intervalu spolehlivosti bude menší nebo větší než vypočtená spodní hranice oboustranného intervalu (při zachování rozsahu výběru i spolehlivosti).

b) Pro stejné α určete spodní hranici l levostranného intervalu spolehlivosti pro směrodatnou odchylku. Zjistěte, zda tento levostranný interval obsahuje výrobcem udávanou hodnotu σ_0, a rozmyslete si, zda na základě tohoto zjištění můžete něco prohlásit o tvrzení výrobce.

c) Ověřte výrobcovo tvrzení pomocí testu rozptylu, tj. na hladině významnosti α proveďte test hypotézy $H_0 : \sigma^2 \leq \sigma_0^2$. Určete hodnotu testové statistiky t. Určete kritickou hodnotu testu k. Utvořte závěr, zda hypotézu výrobce zamítáte (pak do JSON souboru uveďte `"z": "ano"`), nebo nezamítáte (JSON: `"z": "ne"`).

Parametry: $n = 21$, $s = 1.3$, $a = 0.01$

Požadované výsledky: d, h, l, t, k, z

4. **[stat_test_n_doubleprob, 0.200 b.]** Obvyklý výskyt nemoci je m případů na 100 000 obyvatel za rok. Je podezření, že určitý lék riziko nemoci zvyšuje. Jak velký vzorek uživatelů léku (n) potřebujeme sledovat v 1 roce, kdy je výskyt nemoci dvojnásobný, abychom toto podezření mohli potvrdit na hladině významnosti $\alpha = a$?

(Návod, který by asi u zkouškového testu nebyl: Určete, co bude H_0. Pravděpodobnost p výskytu nemoci v daném roce snadno spočtete. Počet výskytů v 1 roce má binomické rozdělení s parametry, které znáte. Z centrální limitní věty plyne, že výběrovou relativní četnost můžeme popsat normálním rozdělením s parametry, které vycházejí z parametrů binomického rozdělení. Můžete proto provést jednostranný test hypotézy o střední hodnotě. Zapište si testové kritérium t jako funkci n (a p). Zjistěte v tabulkách kritickou hodnotu testu k. Abyste mohli H_0 zamítnout, musí být $t > k$. Z této nerovnice již dopočtete minimální potřebné n pro dosažení α.)

Parametry: $m = 340$, $a = 0.001$

Požadované výsledky: n