

A6M33SSL: Domácí úloha: DU2

Varianta: vlkovkat

1. [**prob_carps_in_pond, 0.100 b.**] Rybáři chtějí odhadnout celkový počet kaprů v rybníce. Jednoho dne proto vyjedou s lodí na rybník, rozhodí síť a vyloví n_1 kaprů. Tyto kapry označí červenou barvou. Druhý den to zopakují a vyloví n_2 kaprů, z nichž je n_{12} obarveno červeně. Odhadněte celkový počet n kaprů v rybníce za předpokladu, že se mezi 1. a 2. dnem stihli obarvení kapři rovnoměrně promísit s těmi neobarvenými. Výsledek zaokrouhlete na celé číslo.

Parametry: $n_1 = 70$, $n_2 = 42$, $n_{12} = 8$

Požadované výsledky: n

2. [**prob_complete_tennis_twins, 0.100 b.**] Adam a Béd'a jsou dvojčata. Se svými kamarády Cyrilem a Danem milují tenis. Rozhodnou se uspořádat si tenisový turnaj (pro 4 lidi). Náhodně vytvoří 2 dvojice pro první kolo (semifinále), a vítězové obou zápasů se pak utkají ve finále. Jaká je pravděpodobnost p , že se dvojčata v turnaji potkají, pokud pravděpodobnost, že Adam, resp. Béd'a vyhraje zápas proti kterémukoli ze soupeřů, je p_A , resp. p_B ? Výsledek zaokrouhlete na 4 platné číslice.

Parametry: $p_A = 0.85$, $p_B = 0.67$

Požadované výsledky: p

3. [**prob_cond_two_coins, 0.200 b.**] Máme 2 mince. Jedna je férová, u druhé padá hlava se známou psí q .
- a) Náhodně si vyberete jednu z mincí. Jaká je pravděpodobnost p_0 , že jste si vybrali férovou minci?
 - b) Vybranou mincí hodíte poprvé a padne hlava. Jaká je pravděpodobnost p_1 , že jste si vybrali férovou minci?
 - c) Vybranou mincí hodíte podruhé a padne hlava. Jaká je pravděpodobnost p_2 , že jste si vybrali férovou minci?
 - d) Vybranou mincí hodíte potřetí a padne hlava. Jaká je pravděpodobnost p_3 , že jste si vybrali férovou minci?

Všechny pravděpodobnosti zaokrouhlete na 4 platné číslice.

Parametry: $q = 0.58$

Požadované výsledky: p_0, p_1, p_2, p_3

4. [**prob_norm_relay, 0.200 b.**] V biatlonovém štafetovém závodě smíšených dvojic tvoří tým vždy 1 žena a 1 muž. Nejprve běží žena své kolo (kratší), následně muž (delší kolo), opět žena (kratší kolo) a konečně muž (delší kolo). Náš tým tvoří Alice a Břet'a. Protože se příští závod pojede na domácích tratích, kde oba často trénují, máme dobrou představu, jaké časy od obou můžeme čekat. Čas na 1 kolo lze u Alice popsat rozdělením $N(\mu_A, \sigma_A^2)$, u Břeti rozdělením $N(\mu_B, \sigma_B^2)$.

- a) Odhadněte pravděpodobnost p_0 , že se našemu týmu podaří překonat čas t loňského vítězného týmu. (Před startem závodu.)

- b) Odhadněte pravděpodobnost p_1 , že se našemu týmu podaří překonat čas t loňského vítězného týmu, pokud již z průběhu závodu víte, že Alice dokončila své první kolo za t_1 minut.

(Výsledky zaokrouhlete na 4 platné číslice.)

Parametry: $\mu_A = 9.2$, $\mu_B = 10.4$, $\sigma_A = 0.3$, $\sigma_B = 0.1$, $t = 38.7$, $t_1 = 9.3$

Požadované výsledky: p_0 , p_1

5. [prob_norm_paramsfromq, 0.200 b.] Pro veličinu $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ známe $P[X \leq b] = p_b$ a $P[X > a] = p_a$. Vypočtěte parametry rozdělení μ a σ^2 . (Nápověda, která by u zkoušky nebyla: Využijte tabulku kvantilové funkce normovaného normálního rozdělení.)

Parametry: $a = -0.22$, $b = 0.08$, $p_a = 0.7$, $p_b = 0.7$

Požadované výsledky: μ , σ^2

6. [prob_clv_course_grades, 0.200 b.] Předmět ABC se vyučuje již mnoho let a výsledky studentů jsou stabilní. Výkon studenta v předmětu je hodnocen typicky na škále 0-100 bodů, ale díky různým bonusům a srážkám může počet studentových bodů tento interval překročit. Z minulosti lze usoudit, že počet bodů získaných studentem je n.v. s rozdělením $N(\mu, \sigma^2)$. Letošní běh předmětu navštěvuje n studentů.

- a) Odhadněte počet studentů N , kteří předmět neukončí, tj. počet takových studentů, kteří nedosáhnou 50 bodů. Zaokrouhlete na celé číslo.
- b) Odhadněte pravděpodobnost p , že ročník jako celek se bude jevit velmi nadprůměrný, tj. že průměrné skóre bude větší než 80 bodů. Zaokrouhlete na 4 platné číslice.

Parametry: $n = 20$, $\mu = 74$, $\sigma = 10$

Požadované výsledky: N , p