

# A6M33SSL: Domácí úloha: DU2

Varianta: langevac

1. [**prob\_carps\_in\_pond, 0.100 b.**] Rybáři chtějí odhadnout celkový počet kaprů v rybníce. Jednoho dne proto vyjedou s lodí na rybník, rozhodí síť a vyloví  $n_1$  kaprů. Tyto kapry označí červenou barvou. Druhý den to zopakují a vyloví  $n_2$  kaprů, z nichž je  $n_{12}$  obarveno červeně. Odhadněte celkový počet  $n$  kaprů v rybníce za předpokladu, že se mezi 1. a 2. dnem stihli obarvení kapři rovnoměrně promísit s těmi neobarvenými. Výsledek zaokrouhlete na celé číslo.

**Parametry:**  $n_1 = 54, n_2 = 57, n_{12} = 4$

**Požadované výsledky:**  $n$

2. [**prob\_complete\_tennis\_twins, 0.100 b.**] Adam a Béd'a jsou dvojčata. Se svými kamarády Cyrilem a Danem milují tenis. Rozhodnou se uspořádat si tenisový turnaj (pro 4 lidi). Náhodně vytvoří 2 dvojice pro první kolo (semifinále), a vítězové obou zápasů se pak utkají ve finále. Jaká je pravděpodobnost  $p$ , že se dvojčata v turnaji potkají, pokud pravděpodobnost, že Adam, resp. Béd'a vyhraje zápas proti kterémukoli ze soupeřů, je  $p_A$ , resp.  $p_B$ ? Výsledek zaokrouhlete na 4 platné číslice.

**Parametry:**  $p_A = 0.09, p_B = 0.57$

**Požadované výsledky:**  $p$

3. [**prob\_cond\_two\_coins, 0.200 b.**] Máme 2 mince. Jedna je férová, u druhé padá hlava se známou psí  $q$ .
- a) Náhodně si vyberete jednu z mincí. Jaká je pravděpodobnost  $p_0$ , že jste si vybrali férovou minci?
  - b) Vybranou mincí hodíte poprvé a padne hlava. Jaká je pravděpodobnost  $p_1$ , že jste si vybrali férovou minci?
  - c) Vybranou mincí hodíte podruhé a padne hlava. Jaká je pravděpodobnost  $p_2$ , že jste si vybrali férovou minci?
  - d) Vybranou mincí hodíte potřetí a padne hlava. Jaká je pravděpodobnost  $p_3$ , že jste si vybrali férovou minci?

Všechny pravděpodobnosti zaokrouhlete na 4 platné číslice.

**Parametry:**  $q = 0.79$

**Požadované výsledky:**  $p_0, p_1, p_2, p_3$

4. [**prob\_norm\_relay, 0.200 b.**] V biatlonovém štafetovém závodě smíšených dvojic tvoří tým vždy 1 žena a 1 muž. Nejprve běží žena své kolo (kratší), následně muž (delší kolo), opět žena (kratší kolo) a konečně muž (delší kolo). Náš tým tvoří Alice a Břet'a. Protože se příští závod pojede na domácích tratích, kde oba často trénují, máme dobrou představu, jaké časy od obou můžeme čekat. Čas na 1 kolo lze u Alice popsat rozdělením  $N(\mu_A, \sigma_A^2)$ , u Břeti rozdělením  $N(\mu_B, \sigma_B^2)$ .

- a) Odhadněte pravděpodobnost  $p_0$ , že se našemu týmu podaří překonat čas  $t$  loňského vítězného týmu. (Před startem závodu.)

- b) Odhadněte pravděpodobnost  $p_1$ , že se našemu týmu podaří překonat čas  $t$  loňského vítězného týmu, pokud již z průběhu závodu víte, že Alice dokončila své první kolo za  $t_1$  minut.

(Výsledky zaokrouhlete na 4 platné číslice.)

**Parametry:**  $\mu_A = 9.5$ ,  $\mu_B = 10.3$ ,  $\sigma_A = 0.2$ ,  $\sigma_B = 0.3$ ,  $t = 39.8$ ,  $t_1 = 9.2$

**Požadované výsledky:**  $p_0$ ,  $p_1$

5. [**prob\_norm\_paramsfromq**, **0.200 b.**] Pro veličinu  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  známe  $P[X \leq b] = p_b$  a  $P[X > a] = p_a$ . Vypočtěte parametry rozdělení  $\mu$  a  $\sigma^2$ . (Nápověda, která by u zkoušky nebyla: Využijte tabulku kvantilové funkce normovaného normálního rozdělení.)

**Parametry:**  $a = -0.96$ ,  $b = 0.5$ ,  $p_a = 0.75$ ,  $p_b = 0.75$

**Požadované výsledky:**  $\mu$ ,  $\sigma^2$

6. [**prob\_clv\_course\_grades**, **0.200 b.**] Předmět ABC se vyučuje již mnoho let a výsledky studentů jsou stabilní. Výkon studenta v předmětu je hodnocen typicky na škále 0-100 bodů, ale díky různým bonusům a srážkám může počet studentových bodů tento interval překročit. Z minulosti lze usoudit, že počet bodů získaných studentem je n.v. s rozdělením  $N(\mu, \sigma^2)$ . Letošní běh předmětu navštěvuje  $n$  studentů.

- a) Odhadněte počet studentů  $N$ , kteří předmět neukončí, tj. počet takových studentů, kteří nedosáhnou 50 bodů. Zaokrouhlete na celé číslo.
- b) Odhadněte pravděpodobnost  $p$ , že ročník jako celek se bude jevit velmi nadprůměrný, tj. že průměrné skóre bude větší než 80 bodů. Zaokrouhlete na 4 platné číslice.

**Parametry:**  $n = 24$ ,  $\mu = 74$ ,  $\sigma = 12$

**Požadované výsledky:**  $N$ ,  $p$