

# A6M33SSL: Domácí úloha: DU1

Varianta: polakda1

1. [prob\_events\_rgb, 0.100 b.] V osudí je  $c$  červených,  $z$  zelených a  $m$  modrých žetonů.

- Jeden žeton náhodně vytáhneme, opět jej do osudí vrátíme a osudí dobře zamícháme. Jaká je pravděpodobnost  $p_a$ , že při druhém tažení vytáhneme žeton stejné barvy?
- Jaká je pravděpodobnost  $p_b$ , že druhý vytažený žeton bude mít stejnou barvu, pokud bychom první vytažený žeton do osudí již nevraceli?

**Parametry:**  $c = 8$ ,  $z = 8$ ,  $m = 5$

**Požadované výsledky:**  $p_a$ ,  $p_b$

2. [prob\_six\_children, 0.100 b.] Rodiče vychovávají  $d$  dcer a  $s$  synů.

- Určete počet všech pořadí  $n$ , v nichž se děti mohly narodit.
- Za předpokladu, že všechna pořadí narození dětí jsou stejně pravděpodobná, jaká je pravděpodobnost  $P$ , že  $d$  nejstarších dětí jsou dívky?

Hodnoty  $d$  a  $s$  známe a tvoří parametry zadání.

**Parametry:**  $d = 2$ ,  $s = 4$

**Požadované výsledky:**  $n$ ,  $P$

3. [prob\_cond\_aralberal2, 0.200 b.] Favority dostihu jsou koně Aral a Beral. Zajímá nás vítěz dostihu.

- Mějme výrok (jev)  $V_A$  o vítězství Arala a výrok (jev)  $V_B$  o vítězství Berala.
  - Jsou jevy  $V_A$  a  $V_B$  slučitelné? (Do JSON souboru uveďte buď "sl": "ano" nebo "sl": "ne".)
  - Jsou jevy  $V_A$  a  $V_B$  nezávislé? (Do JSON souboru uveďte buď "nez": "ano" nebo "nez": "ne".)
- Očekává se, že Aral zvítězí s pravděpodobností  $P(A)$  a Beral s pravděpodobností  $P(B)$ . Z průběhu závodu je jasné, že Aral již zvítězit nemůže. Jaká je pravděpodobnost  $q$ , že zvítězí Beral?

**Parametry:**  $V_A$  = "Aral JE vítězem.",  $V_B$  = "Beral JE vítězem.",  $P(A) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.34$

**Požadované výsledky:**  $sl$ ,  $nez$ ,  $q$

4. [prob\_complete\_accident, 0.200 b.] Předpokládejme, že

- pravděpodobnost "úrazu" (jev  $A$ ) u "dítěte" (jev  $B_1$ ) je  $P(A|B_1) = a$ ,
- pravděpodobnost úrazu u "osoby v reprodukčním věku" (jev  $B_2$ ) je  $P(A|B_2) = b$  a
- pravděpodobnost úrazu u "osoby v postreprodukčním věku" (jev  $B_3$ ) je  $P(A|B_3) = c$ .

Pravděpodobnosti, že osoba bude patřit do některé z těchto skupin, jsou

- $P(B_1) = d$ ,
- $P(B_2) = e$ ,

- $P(B_3) = 1 - d - e$ .

Hodnoty  $a, b, c, d, e$  jsou známé a tvoří parametry úlohy. Spočtete pravděpodobnost úrazu  $P(A)$  v dané populaci.

**Parametry:**  $a = 0.22, b = 0.13, c = 0.38, d = 0.37, e = 0.44$

**Požadované výsledky:**  $P(A)$

5. [prob\_bayes\_diagtest, 0.200 b.] Člověk buď může trpět jistou nemocí (jev  $N$ ) nebo být zdravý (jev  $\bar{N}$ ). Na tuto nemoc existuje screeningový test, který může vyjít buď pozitivní (jev  $P$ , test naznačuje, že pacient nemoc má) nebo negativní (jev  $\bar{P}$ , test naznačuje, že pacient je zdravý). Předpokládejme, že incidence nemoci je  $p(N) = p_N$ . Sensitivita a specifita testu určeného k její diagnostice jsou  $p(P|N) = sens$  a  $p(\bar{P}|\bar{N}) = spec$ .

- Určete pravděpodobnost  $p_a = p(N|P)$ , že osoba s pozitivním testem (tj. testem, jehož výsledek naznačuje, že daná osoba chorobu má), danou chorobou skutečně trpí.
- Určete pravděpodobnost  $p_b = p(N|\bar{P})$ , že osoba s negativním testem danou chorobou přesto trpí.

Hodnoty  $p_N, sens$  a  $spec$  známe a tvoří parametry zadání.

**Parametry:**  $p_N = 0.005, sens = 0.91, spec = 0.92$

**Požadované výsledky:**  $p_a, p_b$

6. [prob\_cdf\_axsq, 0.200 b.] Spojitá náhodná veličina  $X$  má distribuční funkci

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \in (-\infty, 0), \\ ax^2 & \text{pro } x \in \langle 0, u \rangle, \\ 1 & \text{pro } x \in (u, \infty). \end{cases}$$

Hodnota proměnné  $u$  je známá a je to parametr úlohy.

- Určete neznámou hodnotu  $a$ .
- Odvoďte hustotu pravděpodobnosti  $f_X$  náhodné veličiny  $X$  a určete hodnoty

$$f_1 = f_X(-u),$$

$$f_2 = f_X(1),$$

$$f_3 = f_X\left(\frac{u}{2}\right),$$

$$f_4 = f_X(2u).$$

- Určete střední hodnotu  $EX$  náhodné veličiny  $X$ .
- Určete medián  $med_X$  náhodné veličiny  $X$ .
- Určete interval  $\langle d, h \rangle$ , v němž se bude nacházet 90 % hodnot proměnné  $X$ , tak, aby platilo, že  $P[x < d] = 0.05$ .

**Parametry:**  $u = 35$

**Požadované výsledky:**  $a, f_1, f_2, f_3, f_4, EX, med_X, d, h$