

1. Napište co nejobecnější typ funkce f .

$$f(a, b, c) = g(c), \quad \text{kde } g = a(b) \quad (1)$$

2. Co nejvíc zredukujte výraz $(\lambda x. \lambda x. x)((\lambda x. x \ x)(\lambda x. x \ x))(\lambda x. x)$ pomocí i) normální strategie vyhodnocování a ii) aplikativní strategie vyhodnocování. Dejte si pozor na správné ozávkování podvýrazů.

3. Napište definici funkce $f : (A \rightarrow B) \rightarrow (A^* \rightarrow B^*)$, která ke vstupní funkci g vrátí funkci, která na každou hodnotu ze svého vstupního seznamu zavolá funkci g a takto získané hodnoty opět vrátí jako seznam.

$$f(g) = \quad (2)$$

4. Množina S je množina všech stavů nějaké datové struktury implementující kolekci (množinu s opakováním) prvků z množiny A (typ této datové struktury je irelevantní). Nad množinami S a A je nadefinována konstanta $empty : S$, akce $insert : S \times A \rightarrow S$, $remove : S \times A \rightarrow S$ a funkce $count : S \times A \rightarrow Number$. Operace $insert$ přidává zadaný prvek do kolekce, $remove$ odebírá jeden výskyt zadaného prvku z kolekce (pokud odebíraný prvek v kolekci není, nedělá nic), funkce $count$ vrací počet výskytů zadaného prvku v kolekci. Doplňte následující tvrzení pro operace $insert$ a $remove$.

$$\forall a \in A : count(empty, a) = 0 \quad (3)$$

$$\forall s \in S, a \in A, a' \in A : count(insert(s, a), a') = \quad (4)$$

$$\forall s \in S, a \in A, a' \in A : count(remove(s, a), a') = \quad (5)$$

5. Hra života (Game of Life) je definována jako dvoustavový dvourozměrný celulární automat s přechodovou funkcí implementující následující pravidla:

1. Každá živá buňka s méně než dvěma živými sousedy v následující generaci zemře.
2. Každá živá buňka se dvěma nebo třemi živými sousedy v následující generaci zůstává žít.
3. Každá živá buňka s více než třemi živými sousedy v následující generaci zemře.
4. Každá mrtvá buňka s právě třemi živými sousedy v následující generaci ožívne.

Uvažujte nekonečnou čtvercovou mřížku a Moorovo okolí (sousední buňky se dotýkají hranou/ortogonálně nebo vrcholem/diagonálně). Konfigurace hry (automatu) c je reprezentována funkcí $c : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow Q$; $c(i, j)$ je stav buňky (i, j) v konfiguraci c . $Q = \{0, 1\}$, kde 0 odpovídá mrtvé buňce, 1 odpovídá živé buňce. Čas předpokládáme diskrétní a c^t reprezentuje konfiguraci v čase t .

Definujte:

$$c^{t+1}(i, j) = \left\{ \right.$$