

1. Množina S je množina všech stavů nějaké datové struktury implementující množinu prvků z množiny A (typ datové struktury je irrelevantní). Nad množinami S a A je nadefinována konstanta $empty : S$, akce $add : S \times A \rightarrow S$, $remove : S \times A \rightarrow S$ a funkce $contains : S \times A \rightarrow Bool$. Doplňte tvrzení, která musí platit pro akce add a $remove$.

$$\forall a \in A : contains(empty, a) = false \quad (1)$$

$$\forall s \in S, a \in A, a' \in A : contains(add(s, a), a') = \quad (2)$$

$$\forall s \in S, a \in A, a' \in A : contains(remove(s, a), a') = \quad (3)$$

2. Featherweight Java podporuje vyhodnocování strategií call-by-name i call-by-value. Odstraňte několik pravidel (napíšte jejich jména) její sémantiky tak, aby podporovala pouze strategii call-by-name.

3. Napíšte tělo funkce f tak, aby šlo korektně otypovat. Svoje řešení vysvětlete.

$$f : \forall A <: Top. \forall E <: Top. \forall B <: Top. \forall D <: A. \forall C <: E. (A \rightarrow (B \times C)) \times D \rightarrow E \quad (4)$$

$$f(x, y) = \quad (5)$$

4. Představte si Featherweight Javu rozšířenou o hodnotu $null$, tzn. s následující gramatikou výrazů:

$$e ::= x \mid e.f \mid e.m(\bar{e}) \mid new C(\bar{e}) \mid (C) e \mid null. \quad (6)$$

Doplňte typový systém FJ o jedno pravidlo otypovávající hodnotu $null$ a do sémantiky FJ přidejte jedno pravidlo popisující přepsání hodnoty $null$.

5. Nadefinujte přepisovací relaci \rightarrow popisující hru Hanojské věže. Tato relace by měla přepisovat n tice sekvencí přirozených čísel z intervalu $[1, k]$ (n je počet kolíků, k je počet desek), tzn. například $(\langle 1, 2, 3 \rangle, \epsilon, \epsilon) \rightarrow ((\langle 2, 3 \rangle, \langle 1 \rangle), \epsilon)$. Jeden prvek relace \rightarrow reprezentuje přesun jednoho koutouče.