

1. Napište definici funkce *or*. Vracená akce by měla svůj výsledek vyhodnocovat líně, tzn. vyhodnocovat druhý operand pouze pokud je to nutné. Pozor: druhý operand byste neměli vyhodnocovat nad počátečním stavem.

$$or : (State \rightarrow Bool \times State) \times (State \rightarrow Bool \times State) \rightarrow (State \rightarrow Bool \times State) \quad (1)$$

2. Napište tělo funkce *innerNodes* : $(\mu A. \diamond + (A \times A)) \rightarrow Number$, která vrátí počet vnitřních uzlů (tzn. ne listů) zadaného stromu. Nápověda: pravděpodobně budete potřebovat některé z operátorů *unfold*, *inLeft*, *inRight*, *asLeft*, *asRight*, *first* a *second*.

3. Upravte relaci \Rightarrow tak, aby sémantika zůstala stejná, ale vyhodnocování výrazů probíhalo striktně zleva doprava.

$$Expr ::= Num \mid \Delta Expr \mid Expr \odot Expr \quad (2)$$

Konvence: $e, e', e_1, e_2 \in Expr$ a $n, n' \in Num$.

$$\frac{}{\Delta n \Rightarrow -n} \quad (3)$$

$$\frac{}{n \odot n' \Rightarrow n + n'} \quad (4)$$

$$\frac{e \Rightarrow e'}{\Delta e \Rightarrow \Delta e'} \quad (5)$$

$$\frac{e_1 \Rightarrow e'}{e_1 \odot e_2 \Rightarrow e' \odot e_2} \quad (6)$$

$$\frac{e_2 \Rightarrow e'}{e_1 \odot e_2 \Rightarrow e_1 \odot e'} \quad (7)$$

4. Dokažte nebo vyvráťte (dokažte negaci):

$$\forall e \in Expr, t \in \{Num, Bool\} : (e : t) \implies (e \in (Bool \cup Num) \vee \exists e' \in Expr : e \rightarrow e'). \quad (8)$$

$$Expr ::= Num \mid Bool \mid \Delta Expr \mid Expr \odot Expr \mid \text{if } Expr \text{ then } Expr \text{ else } Expr \quad (9)$$

Konvence: $e, e', e'', \dots \in Expr$, $b, b' \in Bool$, $n, n' \in Num$ a $t \in \{Num, Bool\}$.

$$\frac{}{\Delta n \rightarrow -n} \quad (10)$$

$$\frac{e \rightarrow e'}{\Delta e \rightarrow \Delta e'} \quad (11)$$

$$\frac{}{n \odot n' \rightarrow n + n'} \quad (12)$$

$$\frac{e' \rightarrow e''}{e \odot e' \rightarrow e \odot e''} \quad (13)$$

$$\frac{e \rightarrow e''}{e \odot e' \rightarrow e'' \odot e'} \quad (14)$$

$$\frac{}{\text{if true then } e \text{ else } e' \rightarrow e} \quad (15)$$

$$\frac{}{\text{if false then } e \text{ else } e' \rightarrow e'} \quad (16)$$

$$\frac{e \rightarrow e'''}{\text{if } e \text{ then } e' \text{ else } e'' \rightarrow \text{if } e''' \text{ then } e' \text{ else } e''} \quad (17)$$

$$\frac{e' \rightarrow e'''}{\text{if } e \text{ then } e' \text{ else } e'' \rightarrow \text{if } e \text{ then } e''' \text{ else } e''} \quad (18)$$

$$\frac{e'' \rightarrow e'''}{\text{if } e \text{ then } e' \text{ else } e'' \rightarrow \text{if } e \text{ then } e' \text{ else } e'''} \quad (19)$$

$$\frac{}{n : Num} \quad (20)$$

$$\frac{}{b : Bool} \quad (21)$$

$$\frac{e : Num}{\Delta e : Num} \quad (22)$$

$$\frac{e : Num \quad e' : Num}{e \odot e' : Num} \quad (23)$$

$$\frac{e : Bool \quad e' : t \quad e'' : t}{\text{if } e \text{ then } e' \text{ else } e'' : t} \quad (24)$$

5. Napište denotační sémantiku jazyka s níže uvedenou syntaxí (operátor \ominus intuitivně reprezentuje mínus, operátor \oplus plus). Jako sémantickou doménu použijte funkci, která k mapování jmen na hodnoty vrátí číslo ($(VarName \rightarrow Num) \rightarrow Num$). Nápověda: chceme po vás napsat funkci $Expr \rightarrow ((VarName \rightarrow Num) \rightarrow Num)$.

$$\begin{aligned} Expr ::= & Num \mid \\ & VarName \mid \\ & \ominus Expr \mid \\ & Expr \oplus Expr \end{aligned} \tag{25}$$