

1. Napište definici konfluencí a dokažte konfluenci relace  $\Rightarrow$  definované níže.

$$\begin{aligned} Expr ::= & Num \mid \\ & \Delta Expr \mid \\ & Expr \odot Expr \end{aligned} \tag{1}$$

$$\frac{}{\Delta n \Rightarrow -n} \tag{2}$$

$$\frac{}{n \odot n' \Rightarrow n + n'} \tag{3}$$

$$\frac{e \Rightarrow e'}{\Delta e \Rightarrow \Delta e'} \tag{4}$$

$$\frac{e_1 \Rightarrow e'}{e_1 \odot e_2 \Rightarrow e' \odot e_2} \tag{5}$$

$$\frac{e_2 \Rightarrow e'}{e_1 \odot e_2 \Rightarrow e_1 \odot e'} \tag{6}$$

2. Dokažte nebo vyvráťte (dokažte negaci):

$$\forall e \in Expr, t \in \{Number, Boolean\} : (e : t) \implies (e \in (bool \cup num) \vee \exists e' \in Expr : e \rightarrow e'). \quad (7)$$

$$\begin{aligned} Expr ::= & n \mid b \mid \\ & \Delta Expr \mid \\ & Expr \odot Expr \mid \\ & \text{if } Expr \text{ then } Expr \text{ else } Expr \end{aligned} \quad (8)$$

Konvence:  $e, e', e'', \dots \in Expr$ ,  $b, b' \in bool$ ,  $n, n' \in num$  a  $t \in \{Number, Boolean\}$ ,  $num = \mathbb{Z}$ ,  $bool = \{true, false\}$ .

$$\frac{}{\Delta n \rightarrow -n} \quad (9)$$

$$\frac{e \rightarrow e'}{\Delta e \rightarrow \Delta e'} \quad (10)$$

$$\frac{}{n \odot n' \rightarrow n + n'} \quad (11)$$

$$\frac{e' \rightarrow e''}{e \odot e' \rightarrow e \odot e''} \quad (12)$$

$$\frac{e \rightarrow e''}{e \odot e' \rightarrow e'' \odot e'} \quad (13)$$

$$\frac{}{\text{if } true \text{ then } e \text{ else } e' \rightarrow e} \quad (14)$$

$$\frac{}{\text{if } false \text{ then } e \text{ else } e' \rightarrow e'} \quad (15)$$

$$\frac{e \rightarrow e'''}{\text{if } e \text{ then } e' \text{ else } e'' \rightarrow \text{if } e''' \text{ then } e' \text{ else } e''} \quad (16)$$

$$\frac{e' \rightarrow e'''}{\text{if } e \text{ then } e' \text{ else } e'' \rightarrow \text{if } e \text{ then } e''' \text{ else } e''} \quad (17)$$

$$\frac{e'' \rightarrow e'''}{\text{if } e \text{ then } e' \text{ else } e'' \rightarrow \text{if } e \text{ then } e' \text{ else } e'''} \quad (18)$$

$$\frac{}{n : Number} \quad (19)$$

$$\frac{}{b : Boolean} \quad (20)$$

$$\frac{e : Number}{\Delta e : Number} \quad (21)$$

$$\frac{e : Number \quad e' : Number}{e \odot e' : Number} \quad (22)$$

$$\frac{e : Boolean \quad e' : t \quad e'' : t}{\text{if } e \text{ then } e' \text{ else } e'' : t} \quad (23)$$

3. Napište denotační sémantiku jazyka s níže uvedenou syntaxí (operátor  $\ominus$  intuitivně reprezentuje mínus, operátor  $\oplus$  plus). Jako sémantickou doménu použijte funkci, která k mapování jmen na hodnoty vrátí číslo  $((VarName \rightarrow Num) \rightarrow Num)$ . Nápověda: chceme po vás napsat funkci  $Expr \rightarrow ((VarName \rightarrow Num) \rightarrow Num)$ .

$$\begin{aligned} Expr ::= & Num \mid \\ & VarName \mid \\ & \ominus Expr \mid \\ & Expr \oplus Expr \end{aligned} \tag{24}$$

4. Napište co nejobecnější typ funkce  $f$ .

$$f(a, b, c, d) = g(c, d), \quad \text{kde } g = a(b) \quad (25)$$

5. Co nejvíc zredukujte výraz  $(\lambda x. \lambda y. x)(\lambda x. x)((\lambda x. x x)(\lambda x. x x))$  pomocí i) normální strategie vyhodnocování a ii) aplikativní strategie vyhodnocování. Dejte si pozor na správné ozávkování podvýrazů.