

# Formální metody - Z

Radek Mařík

ČVUT FEL, K13132

October 1, 2014



## Obsah

- 1 Úvod do formálních metod
  - Specifikace
  - Cíle formálních metod
- 2 Z notace
  - Základní notace
  - Operace se schémata
  - Příklad
- 3 Principy dokazování
  - Výroková logika

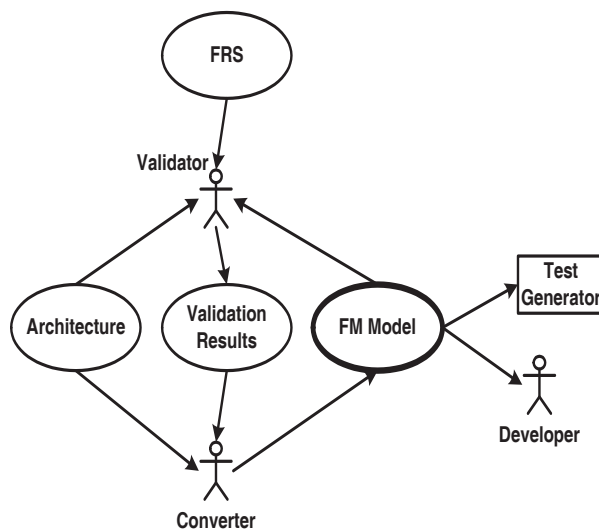


## Specifikace softwaru

- vstupní data pro přípravu testwaru,
- často prezentovány jako vágní představy,
  - chybějící data,
  - přeurlčené položky - přeurlčená data,
- volné věty nelze interpretovat počítačem,
- snaha o přesnější, stručné a strojem intepretované zápisy:
  - založeno na logice a jednoduché matematice,
  - vyžaduje další zápis popisu softwaru,
  - používá se pro
    - specifikaci,
    - návrh,
    - modelování,
    - verifikaci,
  - snaha o využití v nástrojích pro testování.



## Použití formálních metod při testování



## Příklad softwarového projektu [Jac97]

### System řízení dokumentů

*Výtah z neformálního popisu:*

- Jestliže uživatel chce získat dokument ze účelem změny, má povolení ke změně, nikdo jiný v daný okamžik dokument nemodifikuje, potom uživatel může získat dokument pod svou správou.
- Jakmile jeden uživatel zamkne daný dokument za účelem editování, potom jej nikdo jiný nemůže rovněž zamknout (samozřejmě ostatní jej mohou číst pokud k tomu mají právo).
- Když uživatel ukončí editování dokumentu, měl by jej vrátit a odemknout a takto povolit jiným uživatelům provádět změny.



## Formální metody [Jac97, WD96]

- aplikují logiku a jednoduchou matematiku na programování.
- znamenají (další) zápis formálního popisu softwaru.



**Modelování** Modely umožňují popis a predikci chování programu. Model je zjednodušená reprezentace. Formální metodu lze použít jako **oraculus**, nezávislý standard, který nás informuje o výsledcích testovacích běhů programů.

**Návrh** znamená organizaci interní struktury programu. **Členění** znamená rozdělení celého systému na menší části nebo **moduly**, které mohou být vyvinuty nezávisle. **Opětné použití** jako základní technika složení systému z připravených stavebních bloků nebo **vícenásobně použitelných softwarových komponent**

**Verifikace** snaha prokázat, že implementace bude dělat to, co bylo zamýšleno. **Důkaz** jako demonstrační prostředek je založen pouze na specifikaci a textu programu, ne na běhu programu.



## Z notace

- Z je jedna ze standardizovaných notací (ANSI standard).
- Z je právě jenom notace:
  - není exekuční,
  - není to programovací jazyk.
- Z je založena na teorii množin a matematické logice.
- Matematickou logikou je **predikátový kalkulus prvního řádu**.
- Z je založena na modelech. Systém je modelován pomocí
  - **stavu** - tj. sadě **stavových proměnných** a jejich hodnot
  - **operací**, které mohou měnit stav.
- **Schéma**: vzory deklarácí a omezení.
- Charakteristickou vlastností Z jsou **typy**. Každý objekt má jednoznačný typ reprezentovaný jako maximální množina v rámci dané specifikace.



## Z základní položky

Základní typ - deklarace nového typu.

$$[PERSON, DOCUMENT]$$

Proměnná - deklarace nového objektu.

$$joe, petr, sheila : PERSON$$

Zkratky

$$\begin{aligned} USERS &== \{joe, petr, sheila\} \\ USER\_GROUP &== \mathbb{P} PERSON \\ PERSON \leftrightarrow DOCUMENT &== \\ &\mathbb{P}(PERSON \times DOCUMENT) \end{aligned}$$


## Z axiomatické popisy

$$maxUsers : \mathbb{N}$$

$$maxUsers \leq 100$$

$$permission : DOCUMENT \leftrightarrow PERSON$$

$$doug, aki, phil : PERSON$$

$$spec, design, code : DOCUMENT$$

- Deklarace nad čarou říká, že  $maxUsers$  je nezáporné číslo.
- Predikát pod čarou omezuje hodnoty deklarace.
- Položky v axiomatickém popisu jsou vždy **konstanty**.



## Z k-tice

vázají na sebe v pevném uspořádání několik prvků jakéhokoliv typu.

$$DAY == 1 \dots 31$$

$$MONTH == 1 \dots 12$$

$$YEAR == \mathbb{Z}$$

$$DATE == DAY \times MONTH \times YEAR$$

$$| \text{landing, opening} : DATE$$

$$| \text{landing} = (20, 7, 1969)$$

$$| \text{opening} = (9, 11, 1989)$$


## Z projekční operátory

extrahují komponenty ze struktur.

$$\text{first}(aki, 4117) = aki$$

$$\text{second}(aki, 4117) = 4117$$

**Příklad** - specifikace práv

$$\text{permission} = \{$$

$$\quad (\text{spec}, \text{doug}),$$

$$\quad (\text{design}, \text{doug}),$$

$$\quad (\text{design}, \text{aki}),$$

$$\quad (\text{code}, \text{aki}),$$

$$\quad (\text{code}, \text{phil})$$

$$\}$$


## Z schéma

- pojmenovaný důležitý koncept,
- sada proměnných vázaných nějakými podmínkami,
- obecná formát

<i>Name</i> _____
<i>declaration</i> _____
<i>predicate</i> _____

- příklad

<i>RightArrow</i> _____
<i>ch?</i> : <i>CHAR</i> _____
<i>ch?</i> = <i>right_arrow</i> _____

- konvence pojmenovávání komponent

*vstup* : ?,  
*výstup* : !



## Z dekorace

operace nad stavy používají se dvě kopie *stavu*:

- stav před operací,
- stav po operaci.

<i>State</i> _____
<i>a</i> : <i>A</i>
<i>b</i> : <i>B</i>
<i>P</i> _____

<i>State'</i> _____
<i>a'</i> : <i>A</i>
<i>b'</i> : <i>B</i>
<i>P</i> [ <i>a'/a, b'/b</i> ] _____



## Z operace

<i>OperationA</i>
<i>State</i>
<i>State'</i>
...

$\Delta$ <i>State</i>
<i>State</i>
<i>State'</i>

<i>OperationB</i>
$\Delta$ <i>State</i>
...



## Příklad schéma I

*Dokument může být zamknut za účelem změny v daném časovém okamžiku pouze jednou osobou.*  
relace je parciální funkcí.

<i>Documents</i>
<i>checked_out</i> : <i>DOCUMENT</i> $\rightarrow$ <i>PERSON</i>
<i>checked_out</i> $\subseteq$ <i>permission</i>

Možný stav systému:

$$checked\_out = \{$$

$$\quad (design, doug)$$

$$\quad (spec, doug)$$

$$\quad (code, phil)$$

$$\}$$




## Příklad schéma II

První operace měnicí stav:

$Checkout$ $\Delta Documents$ $p? : PERSON$ $d? : DOCUMENT$
$d? \notin \text{dom } checked\_out$ $(d?, p?) \in permission$ $checked\_out' = checked\_out \cup \{(d?, p?)\}$

Vstupní podmínky - predikáty, které neobsahují čárkované proměnné.



## Příklad schéma III

Případy, kdy vstupní podmínka není splněna:

- dokument je již zamknut:

$CheckedOut$ $\exists Documents$ $d? : DOCUMENT$
$d? \in \text{dom } checked\_out$

- osoba nemá povolení:

$Unauthorized$ $\exists Documents$ $p? : PERSON$ $d? : DOCUMENT$
$(d?, p?) \notin permission$



## Příklad schéma IV

Celá operace pokrývá všechny tři možnosti:

$$T\_CheckOut \hat{=} CheckOut \vee CheckedOut \vee Unauthorized$$



## Dokazování ve výrokové logice - princip

- Výrok  $p \wedge q$ .
- K dokázání  $p \wedge q$ , jak  $p$  tak i  $q$  se musí dokázat.
- Za předpokladu platnosti  $p \wedge q$  víme, že  $p$  musí být pravdivé, rovněž  $q$  musí být pravdivé.
- Shrnutí:

$$\frac{p \quad q}{p \wedge q} \quad [ \wedge - \text{intro} ]$$

$$\frac{p \wedge q}{p} \quad [ \wedge - \text{elim1} ]$$

$$\frac{p \wedge q}{q} \quad [ \wedge - \text{elim2} ]$$



## Dokazování ve výrokové logice - inference

Inferenční pravidlo obecně

$$\frac{\textit{premiss}_1 \cdots \textit{premiss}_n}{\textit{conclusion}} \quad [ \textit{name} ]$$



## Literatura I



Jonathan Jacky.  
*The Way of Z: Practical Programming with Formal Methods.*  
Cambridge University, 1997.



Jim Woodcock and Jim Davies.  
*Using Z: Specification, Refinement, and Proof.*  
Prentice Hall, 1996.



## JAPE demonstration

cd Radek/Papers/TestSemTAB

- ① run jape
- ② /File/Select top theory
- ③ JAPEHOME/EXAMPLES/SCS.jt
- ④ Prove
- ⑤ select the main window
- ⑥ by pointing apply the translation rules
- ⑦ quit JAPE with no saving

