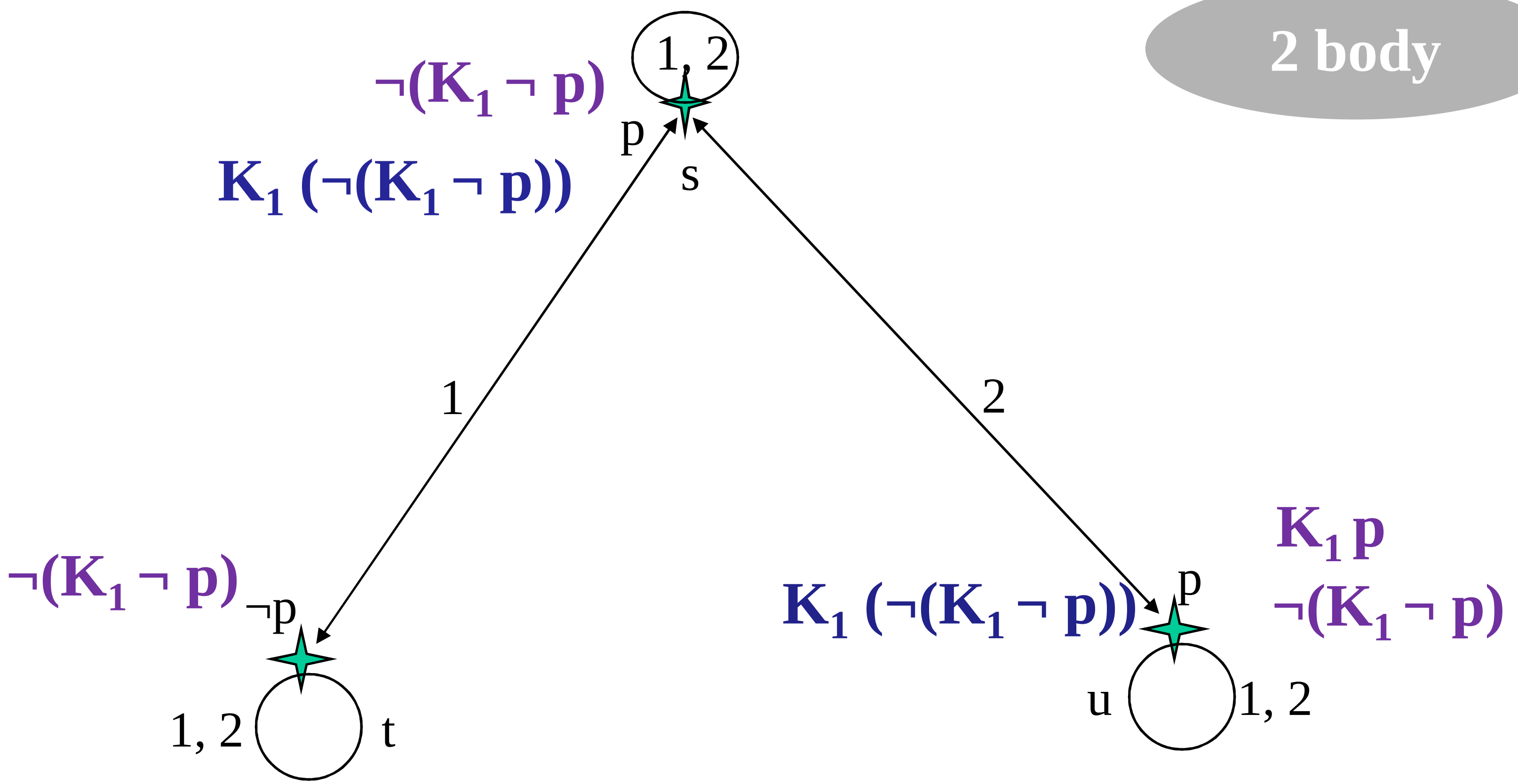
Jméno: **Celkový počet bodů:**

Příklad 1: Zjistěte, zda v některém stavu této Kripkeho struktury platí

$$\neg\,(\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{K_1} \neg\,(\mathbf{K_1} \neg\,\mathbf{p}))$$

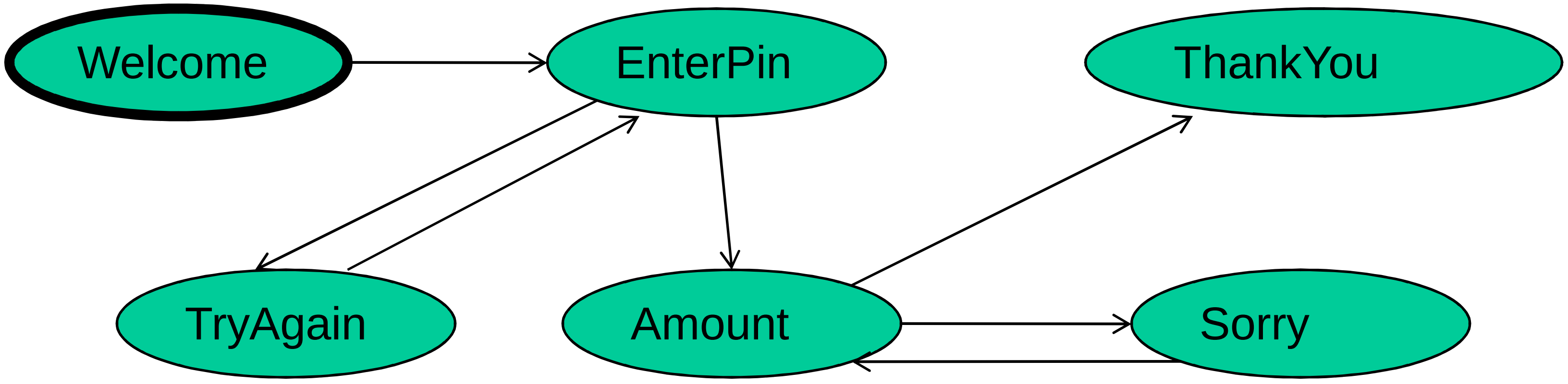
2 body



Formule $\neg\,(\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{K_1} \neg\,(\mathbf{K_1} \neg\,\mathbf{p}))$ platí $\equiv (\mathbf{p} \wedge \neg \mathbf{K_1}\,(\neg(\mathbf{K_1} \neg\,\mathbf{p})))$. Tato formule však neplatí v žádném z uvedených stavů.

Příklad 2

2 body



Vyberte formule , které v tomto systému platí ve všech bězích, které začínají ve stavu **Welcome:**

a) □ **(**◊ EnterPin) **NEPLATÍ**

Zdůvodnění: Tato formule vyjadřuje tvrzení „V každém běhu a v každé situaci (každém okamžiku) tohoto běhu {□} někdy nastane EnterPin { ◊}

a) □ **(**◊ EnterPin)) v (◊ (ThankYou v Sorry)) **PLATÍ**

Příklad 3i

1 bod

Víme, že existuje Kripkeho struktura ***M****, ve které jsou splněna následující tři tvrzení:*

a) Relace přípustnosti má vlastnosti ekvivalence.

b) Existuje stav **s***, ve kterém agent* **i** *považuje za přípustné všechny stavy struktury* ***M.***

c) Není pravda, že ve všech stavech platí $(p \rightarrow K_i\ p)$.

Je možné ve struktuře ***M*** najít nějaký stav, ve kterém platí

$$\neg K_i\ (p \rightarrow K_i\ p)\ ?$$

Ve stavu **s** *nemůže platit* $K_i(p \rightarrow K_i\ p)$, *neboť v jednom ze stavů z něj dosažitelných* $(p \rightarrow K_i\ p)$ *neplatí. Tedy ve stavu* **s** *musí platit*

$$\neg K_i\ (p \rightarrow K_i\ p)$$

Příklad 3ii

3 body

*Víme, že existuje Kripkeho struktura **M**, ve které jsou splněna následující tři tvrzení:*

a) Relace přípustnosti má vlastnosti ekvivalence.

*b) Existuje stav **s**, ve kterém agent **i** považuje za přípustné všechny stavy struktury **M.***

c) Není pravda, že ve všech stavech platí $(p \rightarrow K_i\, p)$.

Použijte tuto skutečnost proto, abyste se přesvědčili, že z Axiomů 2-5 a pravidla generalizace ***nelze dokázat***, že pro libovolné formule φ, ϕ modální logiky platí

$$(K_i\, \varphi \rightarrow K_i\, \phi) \rightarrow K_i\, (\varphi \rightarrow \phi).$$

Návod:

Vyjděte z platnosti axiomu A4: $K_i\, \varphi \rightarrow K_i\, K_i\, \varphi$

Příklad 3ii

3 body

Z uvedených předpokladů víme, že existuje Kripkeho struktura a jeden její stav takový, že v něm platí $\neg K_i\,(p \rightarrow K_i\, p)$. *Tedy podle věty o úplnosti je zřejmé, že nemůže být dokazatelné* $K_i\,(p \rightarrow K_i\, p)$.

Předpokládejme, že $(K_i\, \varphi \rightarrow K_i\, \phi) \rightarrow K_i\,(\varphi \rightarrow \phi)$ ***je dokazatelné*** z Axiomů 2-5 a pravidla generalizace. Pak by byla důkazem i následující posloupnost formulí:

1. $(K_i\, \mathbf{p} \rightarrow K_i K_i\, \mathbf{p}) \rightarrow K_i\, (p \rightarrow K_i\, p)$ [předpoklad]

2. $K_i\, \mathbf{p} \rightarrow K_i K_i\, \mathbf{p}$ **[A4]**

3. $K_i\, (p \rightarrow K_i\, p)$ [pravidlo modus ponens na 1,2]

Ovšem díky tomu, že víme o formuli ***3, že není dokazatelná,*** *nemůže být tento důkaz správný. Tedy nemůže platit uvedený předpoklad.*