

1. Rozhodněte, zda následující operace je fuzzy konjunkce.

$$\alpha \dot{\wedge} \beta = \begin{cases} \alpha & \text{pro } \beta = 1, \\ \beta & \text{pro } \alpha = 1, \\ \alpha\beta & \text{pro } \alpha\beta \geq 1/10, \max(\alpha, \beta) < 1, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

**Ř:** První dvě alternativy zajišťují okrajovou podmínku, komutativita a monotonie jsou triviálně splněny, stejně jako asociativita v případě, že aspoň jeden z argumentů je jednotkový. Pro  $\alpha, \beta, \gamma < 1$  asociativita vyplývá z výsledku

$$\alpha \dot{\wedge} (\beta \dot{\wedge} \gamma) = \begin{cases} \alpha\beta\gamma & \text{pro } \alpha\beta\gamma \geq 1/10, \\ 0 & \text{jinak,} \end{cases}$$

totéž dostaneme pro  $(\alpha \dot{\wedge} \beta) \dot{\wedge} \gamma$ . Je to fuzzy konjunkce (interpretovatelná jako součin, v němž ignorujeme malé hodnoty, např. abychom zúžili pozornost na výsledky “dostatečně velké”).

2. Rozhodněte, zda operace

$$\alpha \diamond \beta = \begin{cases} \alpha\beta & \text{pro } \alpha\beta \geq 0,01 \text{ nebo } \max(\alpha, \beta) = 1, \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

je fuzzy konjunkce. Pokud ano, oklasifikujte ji.

3. Rozhodněte, zda operace  $\dot{\wedge}: \langle 0, 1 \rangle^2 \rightarrow \langle 0, 1 \rangle$

$$\alpha \dot{\wedge} \beta = \begin{cases} \min(\alpha, \beta) & \text{pro } \alpha + \beta \geq 1 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

je fuzzy konjunkce. Pokud ano, oklasifikujte ji.

4. Rozhodněte, zda vždy platí

$$\overline{\overline{\alpha \dot{\wedge} \beta}} = \beta \dot{\vee} (\overline{\overline{\alpha \dot{\wedge} \beta}})$$

pro následující fuzzy disjunkce: (a)  $\overset{\text{S}}{\vee}$ , (b)  $\overset{\text{P}}{\vee}$ , (c)  $\overset{\text{L}}{\vee}$

5. Posuďte, zda pro všechna  $\alpha, \beta \in \langle 0, 1 \rangle$  platí  $(\alpha \dot{\vee} \beta) \dot{\wedge} (\alpha \dot{\vee} \overline{\overline{\beta}}) = \alpha$ , kde disjunkce  $\dot{\vee}$  je

(a) standardní,  $\overset{\text{S}}{\vee}$ , (b) Łukasiewiczova,  $\overset{\text{L}}{\vee}$ , (c) součinná,  $\overset{\text{P}}{\vee}$ .

6. Rozhodněte, zda operace  $\dot{\wedge}: \langle 0, 1 \rangle^2 \rightarrow \langle 0, 1 \rangle$

$$\alpha \dot{\wedge} \beta = \begin{cases} \alpha\beta & \text{pro } \alpha + \beta \geq 1 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

je fuzzy konjunkce. Pokud ano, oklasifikujte ji.

7. Posuďte, zda vždy platí  $(\alpha \dot{\wedge} \alpha) \dot{\vee} (\alpha \dot{\wedge} \alpha) \leq \alpha$  pro operace

- (a) standardní,  
(b) součinné,  
(c) Łukasiewiczovy.

8. Rozhodněte, které z následujících vztahů vždy platí:

(a)  $(\alpha \dot{\wedge} \alpha) \overset{\text{L}}{\vee} (\alpha \dot{\wedge} \beta) = \alpha \dot{\wedge} (\alpha \overset{\text{L}}{\vee} \beta),$

(b)  $(\alpha \dot{\wedge} \alpha) \overset{\text{S}}{\vee} (\alpha \dot{\wedge} \beta) = \alpha \dot{\wedge} (\alpha \overset{\text{S}}{\vee} \beta),$

(c)  $\alpha \overset{\text{S}}{\vee} (\alpha \dot{\wedge} \beta) = \alpha \dot{\wedge} (\alpha \overset{\text{S}}{\vee} \beta).$

Své závěry odůvodněte.

9. Rozhodněte, které z následujících vztahů vždy platí:

(a)  $(\alpha \underset{S}{\wedge} \beta) \underset{L}{\wedge} \gamma = \alpha \underset{S}{\wedge} (\beta \underset{L}{\wedge} \gamma),$

(b)  $\neg \underset{S}{\wedge} (\alpha \underset{L}{\vee} \beta) = \neg \underset{S}{\wedge} \alpha \underset{L}{\wedge} \neg \underset{S}{\wedge} \beta,$

(c)  $(\alpha \underset{L}{\wedge} \alpha) \underset{L}{\vee} \neg \underset{S}{\wedge} \alpha = (\neg \underset{S}{\wedge} \alpha \underset{L}{\wedge} \neg \underset{S}{\wedge} \alpha) \underset{L}{\vee} \alpha.$

Své závěry odůvodněte.