

Bayesovské sítě – řešené úlohy

Shromáždil: Jiří Kléma, klema@labe.felk.cvut.cz

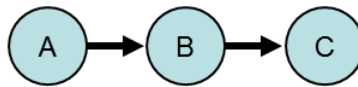
ZS 2011/2012

Cíle materiálu:

Text poskytuje řešené úlohy jako podpůrný výukový materiál ke cvičení předmětu RZN na bayesovské sítě. Materiál doplňuje úlohy uvedené v přednáškách: Grafické pravděpodobnostní modely – úvod, Grafické pravděpodobnostní modely – inference, Grafické pravděpodobnostní modely – učení.

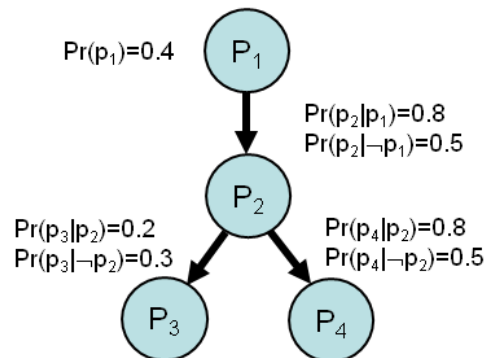
1 Nezávislost a podmíněná nezávislost

Příklad 1. Dokažte, které vztahy (podmíněné) nezávislosti kóduje lineární spojení tří náhodných veličin.



2 Inference

Příklad 2. Pro síť na obrázku počítejte marginální a podmíněné pravděpodobnosti $Pr(\neg p_3)$, $Pr(p_2|\neg p_3)$, $Pr(p_1|p_2, \neg p_3)$ a $Pr(p_1|\neg p_3, p_4)$. Použijte metodu **výčtové inference**.



Příklad 3. Pro stejnou síť počítejte stejné marginální a podmíněné pravděpodobnosti. Využijte vlastností orientovaného grafického modelu ke **zjednodušení** manuálního výpočtu.

Příklad 4. Pro stejnou síť znovu počítejte podmíněnou pravděpodobnost $Pr(p_1|p_2, \neg p_3)$ pomocí vzorkování. Diskutujte výhody a nevýhody dopředného a Gibbsova vzorkování. V tabulce je k dispozici výstup uniformního náhodného generátoru na intervalu $(0,1)$, použijte jej ke tvorbě vzorků.

| | | | | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| r_1 | r_2 | r_3 | r_4 | r_5 | r_6 | r_7 | r_8 | r_9 | r_{10} |
| 0.2551 | 0.5060 | 0.6991 | 0.8909 | 0.9593 | 0.5472 | 0.1386 | 0.1493 | 0.2575 | 0.8407 |
| r_{11} | r_{12} | r_{13} | r_{14} | r_{15} | r_{16} | r_{17} | r_{18} | r_{19} | r_{20} |
| 0.0827 | 0.9060 | 0.7612 | 0.1423 | 0.5888 | 0.6330 | 0.5030 | 0.8003 | 0.0155 | 0.6917 |

Příklad 5. Nechť před budovou fakulty jezdí tři linky tramvaje – 6, 22 a 24. Linka 22 jezdí častěji než 24, ta jezdí častěji než linka 6 (poměr je 5:3:2 a je zachován po celou dobu provozu). Na lince 6 jezdí ve dne krátká souprava v 9 z 10 případů, večer je krátká vždy. Na lince 22 jede krátká souprava jen zřídka večer (pouze v 1 z 10 případů). Na lince 24 se může krátká souprava objevit kdykoli, obvykle ale jezdí souprava dlouhá (8 z 10 případů). Na Albertov jezdí linka 24, linky 6 a 22 jedou na IP Pavlova. Ke změně trasy dojde pouze když tramvaje jednou do vozovny (nechť 24 má vozovnu směrem na IP Pavlova a 6 a 22 směrem na Albertov). Do vozovny jezdí každá desátá tramvaj rovnoměrně po celou dobu provozu. Večer je od 18 do 24 hod, den je od 6 do 18 hod.

- Nakreslete **správnou, efektivní a příčinnou bayesovskou síť**.
- Anotujte síť tabulkami podmíněných pstí.
- Je večer. Do zastávky vjíždí krátká tramvaj. Jaká je pravděpodobnost, že pojede na Albertov?
- V zastávce na KN čelně pozorují tramvaj 22. Bude dlouhá nebo krátká?

3 Testy (podmíněné) nezávislosti, volba struktury

Příklad 6. Na základě níže uvedené frekvenční tabulky rozhodněte o vztahu mezi veličinami A a B .

| | c | | $\neg c$ | |
|----------|-----|----------|----------|----------|
| | b | $\neg b$ | b | $\neg b$ |
| a | 14 | 8 | 25 | 56 |
| $\neg a$ | 54 | 25 | 7 | 11 |

4 Dynamické bayesovské sítě

Příklad 7. U pacienta s nemocí N lékaři každý den měří hodnotu klíčového parametru P , ta může nabývat hodnot $\{\text{nízká, střední, vysoká}\}$. Hodnota P je ovlivněna pacientovým aktuálním skrytým stavem S . Pro S rozlišujeme hodnoty $\{\text{dobrý, špatný}\}$. Mezi dvěma následujícími dny dochází ke změně stavu v pětině případů. Je-li pacient v dobrém stavu je hodnota parametru P spíše nízká (z 10 měření je průměrně 5 nízkých, 3 střední a 2 vysoká), je-li pacient ve špatném stavu je hodnota spíše vysoká (z 10 měření jsou průměrně 3 nízká, 3 střední a 4 vysoká). Při příchodu do nemocnice v den 0 byl stav pacienta neznámý, tj. $Pr(S_0 = \text{dobry}) = 0.5$.

- Nakreslete přechodový a sensorický model dynamické bayesovské sítě modelující zadání,
- určete pravděpodobnost, že pacient je v dobrém stavu ve dni 2, pokud hodnota P ve dni 1 i 2 byla nízká,
- lze bez dalších výpočtů rozhodnout o nejpravděpodobnějším průchodu pacienta stavu ve dnech 0, 1 a 2?, zdůvodněte.