

V otázkách 1. –6. vybírejte vždy jedinou správnou variantu odpovědi.

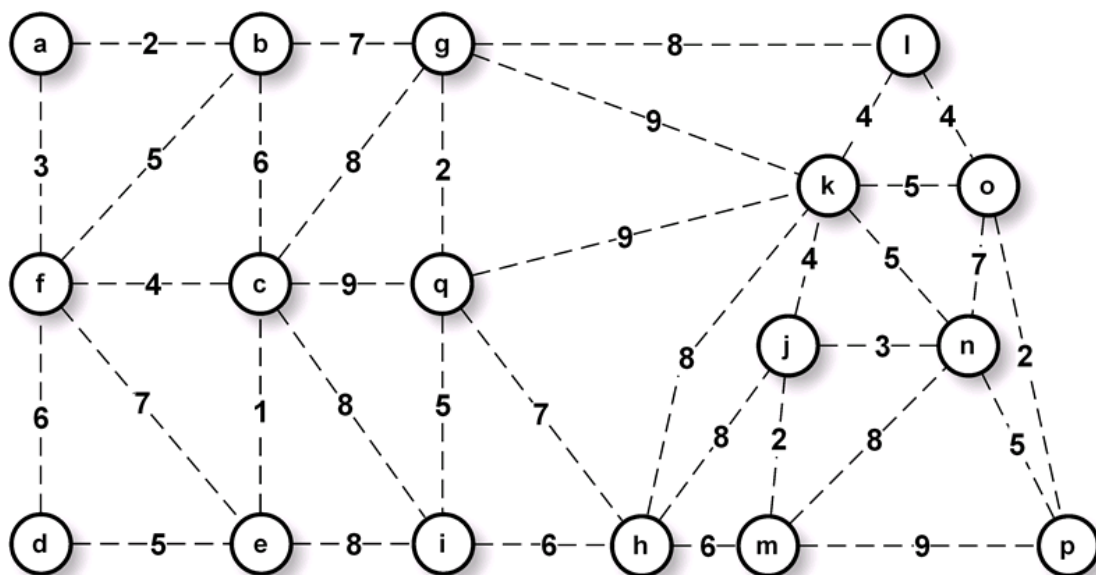
V otázkách 7. –18. může být správných variant odpovědí více.

Správně zodpovězená otázka je taková, která určí správně všechny varianty odpovědí a je hodnocena jedním bodem. Pokud některá varianta je určena chybně, otázka je hodnocena 0 body.

1.

Kolik různých minimálních koster obsahuje uvedený graf?

- | | |
|----|----|
| a) | 1 |
| b) | 3 |
| c) | 17 |
| d) | 21 |
| e) | 92 |



2.

- | | |
|----|-----|
| a) | 80 |
| b) | 100 |
| c) | 120 |
| d) | 360 |

Kolik hran má úplný neorientovaný graf na 16 vrcholech?

3.

- | | |
|----|----------|
| a) | 2314526 |
| b) | 362548 |
| c) | 1254195 |
| d) | 32593623 |

Jaký je maximální počet hran u libovolného stromu s 1254196 vrcholy?

4.

- | | |
|----|--------|
| a) | 51082 |
| b) | 60254 |
| c) | 95625 |
| d) | 854238 |

Jaký je součet stupňů všech vrcholů grafu G, když víme, že má 1991 vrcholů, 25541 hran a nejvyšší stupeň vrcholu v grafu je 1887?

5.

- | | |
|----|----|
| e) | 31 |
| f) | 32 |
| g) | 64 |
| h) | 65 |
| i) | 76 |
| j) | 77 |

Kolik různých cest vede mezi dvěma různými vrcholy v úplném neorientovaném grafu na 6 vrcholech?

6.

- | | |
|----|----|
| k) | 16 |
| l) | 21 |
| m) | 37 |
| n) | 69 |
| o) | 97 |

Kolik různých cest spojuje všechny vzájemně různé vrcholy stupně 1 v grafu G, když víme, že G je souvislý neorientovaný graf s 1999 vrcholy, 1998 hranami a 7 vrcholy stupně 1?

7.

V jaké třídě složitosti je funkce `push` v následujícím programu vzhledem k velikosti pole `p` (budeme ji značit n)? Předpokládejte, že funkce `malloc` (funkce `malloc` naalokuje datovou strukturu velikosti argumentu a vrací na tuto strukturu ukazatel) a `free` (funkce `free` uvolní z paměti naalokovanou datovou strukturu, kterou dostane v argumentu) pracují v konstantním čase vzhledem k velikosti pole `p`. Dále předpokládejte, že velikost proměnné `N` vždy před a po provedení funkce `push` koresponduje s velikostí pole `p`. Proměnná `i` je vždy v intervalu -1 až N .

- a) $O(1)$
- b) $O(n \cdot \log(n))$
- c) $O(n^2)$
- d) $\Omega(1)$
- e) $\Omega(\log(n))$
- f) $\Omega(n^2)$
- g) $\Theta(n^2)$
- h) $\Theta(1)$

```
int N = 0;
int i = -1;
int * p;
void push (int key)
{
    if (++i >= N) {
        int m = N*2+1;
        int * t = malloc(m*sizeof(int));
        int j;
        for(j = 0; j<N; j++, t[j] = p[j]);
        if (N != 0) free(p);
        N = m;
        p = t;
    }
    p[i] = key;
}
```

8.

- a) $O(1)$
- b) $O(n \cdot \log(n))$
- c) $O(n^2)$
- d) $\Omega(1)$
- e) $\Omega(\log(n))$
- f) $\Omega(n^2)$
- g) $\Theta(n^2)$
- h) $\Theta(1)$

V jaké amortizované třídě složitosti je funkce `push` z předchozího programu vzhledem k velikosti pole `p` (budeme ji značit n)? Předpokládejte, že funkce `malloc` a `free` pracují v konstantním čase vzhledem k velikosti pole `p`.

9.

- a) b
- b) ab
- c) $abab$
- d) $abaab$
- e) $aababab$

$\delta(q, a, S) = (q, AS)$
 $\delta(q, a, A) = (q, AA)$
 $\delta(q, a, B) = (q, \varepsilon)$
 $\delta(q, b, A) = (q, B)$
 $\delta(q, b, S) = (q, \varepsilon)$

Je dán zásobníkový automat P s jediným stavem q , který přijímá slova prázdným zásobníkem. Vnější abeceda P je $\{a, b\}$, zásobníková abeceda P je $\{S, A, B\}$. Na začátku práce je v zásobníku symbol S . Přejechy P jsou dány vztahy uvedenými vlevo.

Určete, které z uvedených slov P přijme.

10.

- a) $R_1 \cup R_2$ je regulární jazyk.
- b) $R_1.B_1$ je regulární jazyk.
- c) $B_1.B_2$ je bezkontextový jazyk.
- d) $R_1 \cap R_2 = \emptyset$.
- e) $B_1 \cap B_1.B_2 = \emptyset$.

Jsou dány dva regulární jazyky R_1 a R_2 a dva bezkontextové jazyky B_1 , B_2 , které nejsou regulární. Všechny dané jazyky sdílejí stejnou neprázdnou abecedu. Zaškrtněte ta z uvedených tvrzení, která pro tyto jazyky jistě platí (tečka představuje operátor zřetězení jazyků).

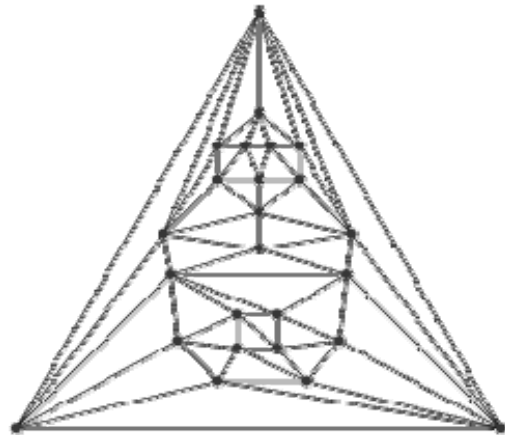
11.

- a) $R_1 \cap R_2$ je prázdný jazyk.
- b) R_1 je regulární jazyk.
- c) Doplněk R_2 není regulární jazyk.
- d) $R_1 \subseteq R_2$.
- e) R_2 je konečný jazyk.

Jsou dány dva jazyky R_1 a R_2 nad abecedou $A = \{0, 1\}$. R_1 obsahuje právě všechna slova z A^+ , ve kterých se symbol 0 vyskytuje právě jednou. R_2 obsahuje právě všechna slova z A^+ , která začínají i končí symbolem 1 . Určete, která z uvedených tvrzení platí (tečka mezi identifikátory jazyků představuje operátor zřetězení jazyků).

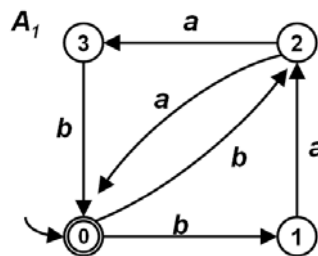
12.
Jakým počtem barev je možno obarvit uvedený graf?

- p) 1
- q) 2
- r) 4
- s) 5
- t) 7



13.
Je dán NKA A_1 pomocí přechodového diagramu na obrázku. Dále je na obrázku dán pomocí tabulky přechodů DKA A_2 , který je s A_1 ekvivalentní a vznikl použitím standardního algoritmu převodu NKA na DKA. Žádné další úpravy se s A_2 neprováděly. V tabulce je jeden řádek poškozen a není čitelný. Určete, která tvrzení platí pro poškozený řádek.

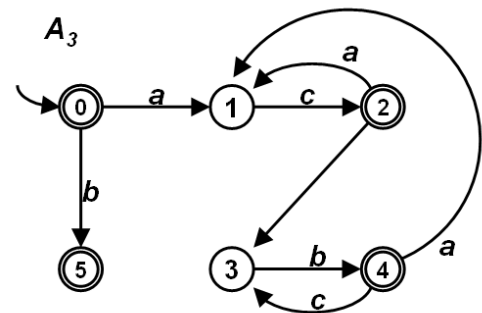
- a) Označení řádku je 02.
- b) Označení řádku je 013.
- c) Údaj ve sloupci a je prázdný.
- d) Řádek představuje koncový stav.
- e) Údaj ve sloupci b odkazuje na stav 023.



	a	b	
0		12	F
12	023		
023	03	012	F
poškozeno			
012	023	12	F

14.
Automat A_3 na obrázku vznikl aplikací algoritmu pro tvorbu automatu, který v textu vyhledává každý vzorek vyhovující regulárnímu výrazu $(ac+cb)^* + b$. Žádné další algoritmické úpravy se s A_3 neprováděly. Zato při grafickém zpracování se několik částí automatu ztratilo. V následujícím seznamu jsou uvedeny některé z nich. Určete je.

- a) Smyčka v každém koncovém stavu.
- b) Smyčka v počátečním stavu.
- c) Přejechod ze stavu 0 do stavu 3.
- d) Přejechod ze stavu 5 do stavu 1.
- e) Ohodnocení c přechodu ze stavu 2 do stavu 3.



15.

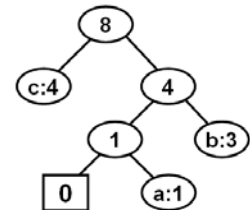
Gramatika G_1 má neterminální symboly A, B, C, S , terminální symboly a, b, c, d, e , startovní symbol S a uvedená pravidla. Množina $FOLLOW(B)$ obsahuje

- | | |
|------------------------------|-----------------------------|
| a) neterminální symbol B . | $S \rightarrow AbB$ |
| b) neterminální symbol D . | $S \rightarrow d$ |
| c) terminální symbol b . | $A \rightarrow CAb$ |
| d) terminální symbol d . | $A \rightarrow B$ |
| e) řetězec ' Ab '. | $B \rightarrow cSd$ |
| | $B \rightarrow \varepsilon$ |
| | $C \rightarrow a$ |
| | $C \rightarrow ed$ |

16.

- | |
|-----------|
| a) baa |
| b) aba |
| c) $caba$ |
| d) bb |
| e) $babc$ |

Po zakódování prvních osmi znaků zprávy a příslušných úpravách stromu má strom adaptivního Huffmanova kódu tvar znázorněný na obrázku. Po přečtení posloupnosti dalších níže uvedených znaků bude mít znak c dvoubitový kód.



17.

- | |
|-------------|
| a) $abccbc$ |
| b) $bbbaac$ |
| c) $bbcabc$ |
| d) $aabcab$ |
| e) $abbcbb$ |

V textu se vyhledává vzorek o délce 6 znaků pomocí Boyer–Moore algoritmu. Text i vzorek jsou nad abecedou $\{a, b, c\}$. První čtyři hodnoty zleva v tabulce Good Suffix Shift (v tomto pořadí) jsou 6, 6, 6, 3. To vyhovuje vzorku

18.

Gramatika G_2 má neterminální symboly A, B, C, S , terminální symboly a, b, c, d , startovní symbol S a uvedená pravidla. Označme $M[X][y]$, resp $M[X][\varepsilon]$ prvek rozkladové tabulky gramatiky G_2 , který odpovídá neterminálu X a terminálu y , resp. neterminálu X a prázdnému řetězci ε . Která tvrzení o tabulce M platí?

- | | |
|--|-------------------------|
| a) $M[S][d] = dC, 2$ | (1) $S \rightarrow aSA$ |
| b) $M[A][a] =$ není definováno
(= chyba v analyzovaném slově) | (2) $S \rightarrow dC$ |
| c) $M[B][d] = dC, 2$ | (3) $A \rightarrow bB$ |
| d) $M[C][c] = cc, 5$ | (4) $A \rightarrow cc$ |
| e) $M[C][b] = b, 8$ | (5) $B \rightarrow bC$ |
| | (6) $B \rightarrow d$ |
| | (7) $C \rightarrow aC$ |
| | (8) $C \rightarrow b$ |

Procentuální úspěšnost v otázkách

č.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
%	100	96	100	92	54	75	67	42	83	67	42	58	92	21	71	67	46	96

V otázkách 1.–6. vybírejte vždy jedinou správnou variantu odpovědi.

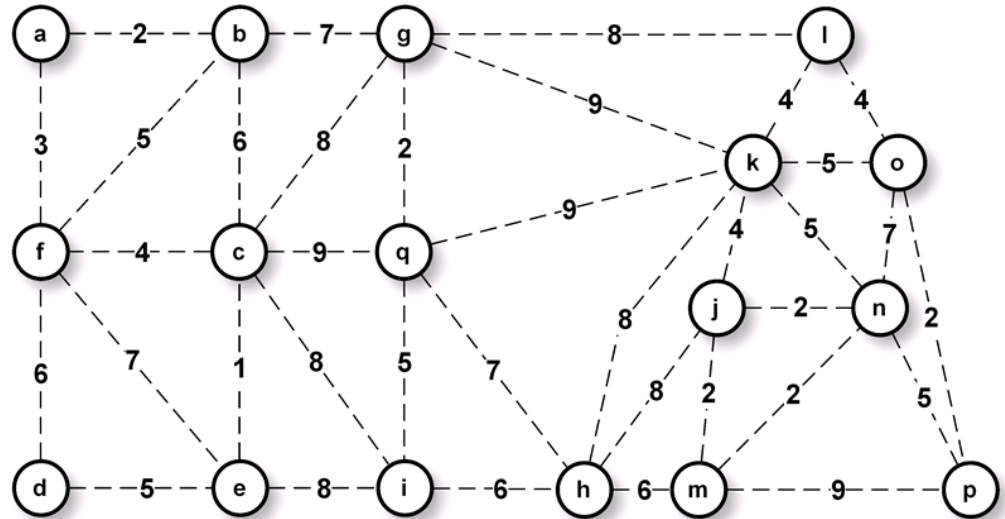
V otázkách 7.–18. může být správných variant odpovědí více.

Správně zodpovězená otázka je taková, která určí správně všechny varianty odpovědí a je hodnocena jedním bodem. Pokud některá varianta je určena chybně, otázka je hodnocena 0 body.

1.

Kolik různých minimálních koster obsahuje uvedený graf?

- | | |
|-----------|----------|
| f) | 1 |
| g) | 3 |
| h) | 17 |
| i) | 21 |
| j) | 92 |



2.

- | | |
|-----------|------------|
| e) | 90 |
| f) | 116 |
| g) | 136 |
| h) | 375 |

Kolik hran má úplný neorientovaný graf na 17 vrcholech?

3.

- | | |
|-----------|----------------|
| e) | 2514892 |
| f) | 402596 |
| g) | 1236995 |
| h) | 69893623 |

Jaký je maximální počet hran u libovolného stromu s 2514893 vrcholy?

4.

- | | |
|-----------|--------------|
| u) | 51082 |
| v) | 70254 |
| w) | 698239 |
| x) | 52718 |

Jaký je součet stupňů všech vrcholů grafu G, když víme, že má 2369 vrcholů, 26359 hran a nejvyšší stupeň vrcholu v grafu je 1963?

5.

- | | |
|------------|-----------|
| y) | 10 |
| z) | 12 |
| aa) | 16 |
| bb) | 32 |
| cc) | 38 |
| dd) | 65 |

Kolik různých cest vede mezi dvěma různými vrcholy v úplném neorientovaném grafu na 5 vrcholech?

6.

- | | |
|------------|-----------|
| ee) | 15 |
| ff) | 21 |
| gg) | 28 |
| hh) | 36 |
| ii) | 45 |

Kolik různých cest spojuje všechny vzájemně různé vrcholy stupně 1 v grafu G, když víme, že G je souvislý neorientovaný graf s 2011 vrcholy, 2010 hranami a 8 vrcholy stupně 1?

7.

V jaké třídě složitosti je funkce `push` v následujícím programu vzhledem k velikosti pole `p` (budeme ji značit n)? Předpokládejte, že funkce `malloc` (funkce `malloc` naalokuje datovou strukturu velikosti argumentu a vrací na tuto strukturu ukazatel) a `free` (funkce `free` uvolní z paměti naalokovanou datovou strukturu, kterou dostane v argumentu) pracují v konstantním čase vzhledem k velikosti pole `p`. Dále předpokládejte, že velikost proměnné `N` vždy před a po provedení funkce `push` koresponduje s velikostí pole `p`. Proměnná `i` je vždy v intervalu -1 až N .

- i) $O(1)$
- j) $O(\log(n))$
- k) $O(n^2)$
- l) $\Omega(1)$
- m) $\Omega(\log(n))$
- n) $\Omega(n^2)$
- o) $\Theta(n^2)$
- p) $\Theta(n)$

```
int N = 0;
int i = -1;
int * p;
void push (int key)
{
    if (++i >= N) {
        int m = N+1000;
        int * t = malloc(m*sizeof(int));
        int j;
        for(j = N-1; j>=0; j--, t[j] = p[j]);
        if (N != 0) free(p);
        N = m;
        p = t;
    }
    p[i] = key;
}
```

8.

- i) $O(1)$
- j) $O(n \cdot \log(n))$
- k) $O(n^2)$
- l) $\Omega(1)$
- m) $\Omega(\log(n))$
- n) $\Omega(n^2)$
- o) $\Theta(n^2)$
- p) $\Theta(n)$

V jaké amortizované třídě složitosti je funkce `push` z předchozího programu vzhledem k velikosti pole `p` (budeme ji značit n)? Předpokládejte, že funkce `malloc` a `free` pracují v konstantním čase vzhledem k velikosti pole `p`.

9.

- a) c
- b) abc
- c) $abac$
- d) $aabbac$
- e) $aabbcc$

$\delta(q, a, S) = (q, AS)$
 $\delta(q, a, A) = (q, AAS)$
 $\delta(q, b, A) = (q, \epsilon)$
 $\delta(q, c, S) = (q, \epsilon)$
 $\delta(q, c, A) = (q, AA)$

Je dán zásobníkový automat P s jediným stavem q , který přijímá slova prázdným zásobníkem. Vnější abeceda P je $\{a, b, c\}$, zásobníková abeceda P je $\{S, A\}$. Na začátku práce je v zásobníku symbol S . Přechody P jsou dány vztahy uvedenými vlevo.

Určete, které z uvedených slov P přijme.

10.

- a) $R_1 \cap B_2 = \emptyset$.
- b) $R_1 \cdot R_2$ je regulární jazyk.
- c) $B_1 \cdot B_2$ je bezkontextový jazyk.
- d) $B_1 \cup B_2 \neq B_2$.
- e) Doplněk R_1 je regulární jazyk.

Jsou dány dva regulární jazyky R_1 a R_2 a dva bezkontextové jazyky B_1 , B_2 , které nejsou regulární. Všechny dané jazyky sdílejí stejnou neprázdnou abecedu. Zaškrtněte ta z uvedených tvrzení, která pro tyto jazyky jistě platí (tečka představuje operátor zřetězení jazyků).

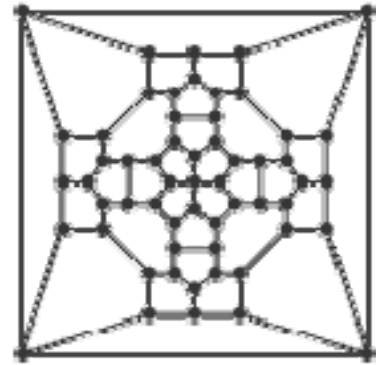
11.

- a) $R_1 \cap R_2$ je prázdný jazyk.
- b) R_1 je regulární jazyk.
- c) Doplněk R_2 není regulární jazyk.
- d) $R_1 \subseteq R_2$.
- e) R_2 je konečný jazyk.

Jsou dány dva jazyky R_1 a R_2 nad abecedou $A = \{0, 1\}$. R_1 obsahuje právě všechna slova z A^+ , ve kterých se podřetězec `01` vyskytuje právě jednou. R_2 obsahuje právě všechna slova z A^+ , ve kterých se podřetězec `10` vůbec nevyskytuje. Určete, která z uvedených tvrzení platí (tečka mezi identifikátory jazyků představuje operátor zřetězení jazyků).

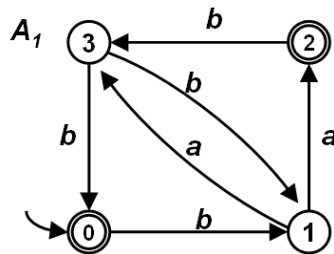
12. Jakým počtem barev je možno obarvit uvedený graf?

- jj) 1
- kk) 2
- ll) 4
- mm) 5
- nn) 7



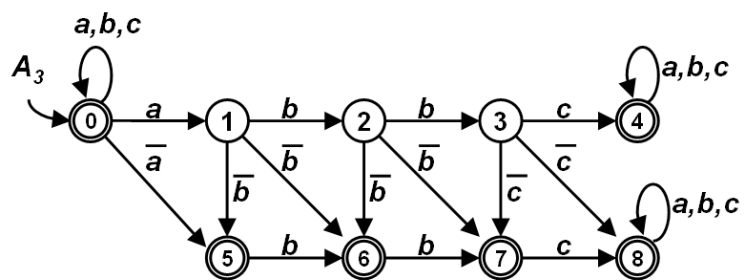
13. Je dán NKA A_1 pomocí přechodového diagramu na obrázku. Dále je na obrázku dán pomocí tabulky přechodů DKA A_2 , který je s A_1 ekvivalentní a vznikl použitím standardního algoritmu převodu NKA na DKA. Žádné další úpravy se s A_2 neprováděly. V tabulce je jeden řádek poškozen a není čitelný. Určete, která tvrzení platí pro poškozený řádek.

- a) Označení řádku je 02.
- b) Označení řádku je 013.
- c) Údaj ve sloupci a je prázdný.
- d) Řádek představuje koncový stav.
- e) Údaj ve sloupci b odkazuje na stav 01.



	a	b	
0		1	F
1	23		
23		013	F
poškozeno			
01	23	1	F

14. Automat A_3 na obrázku vznikl aplikací algoritmu pro tvorbu automatu, který v textu vyhledává řetězce jejichž Hammingova vzdálenost od vzorku abc je nejvýše 1. Žádné další algoritmické úpravy se s A_3 neprováděly. Zato při grafickém zpracování byl obrázek automatu chybně překreslen. Které z uvedených oprav je třeba provést?



- a) Odstranit smyčku v každém koncovém stavu.
- b) Stav 8 nemá být koncový.
- c) Stavy 5,6,7 nemají být koncové.
- d) Diagonální přechody (0-5, 1-6, 2-7, 3-8) jsou nadbytečné.
- e) Diagonální přechody (0-5, 1-6, 2-7, 3-8) mají mít ohodnocení ϵ .

15.

Gramatika G_1 má neterminální symboly A, B, C, S , terminální symboly a, b, c, d , startovní symbol S a uvedená pravidla. Množina $FOLLOW(B)$ obsahuje

- | | |
|---------------------------------|---------------------|
| a) neterminální symbol B . | $S \rightarrow aSA$ |
| b) symbol ε . | $S \rightarrow dC$ |
| c) terminální symbol b . | $A \rightarrow bB$ |
| d) terminální symbol c . | $A \rightarrow cc$ |
| e) řetězce ' BD ' a ' BC '. | $B \rightarrow bC$ |
| | $B \rightarrow d$ |
| | $C \rightarrow aC$ |
| | $C \rightarrow b$ |

16.

- | |
|--|
| a) $a: 10, b: 40, c: 40, d: 40, e: 40$ |
| b) $a: 80, b: 10, c: 10, d: 10, e: 10$ |
| c) $a: 60, b: 10, c: 20, d: 30, e: 40$ |
| d) $a: 90, b: 10, c: 20, d: 30, e: 30$ |
| e) $a: 50, b: 10, c: 20, d: 30, e: 30$ |

Zpráva nad abecedou $\{a, b, c, d, e\}$ je zakódována pomocí statického Huffmanova kódování.

Znaky b, c, d, e jsou kódovány 3 bity, znak a je kódován jedním bitem. Možné frekvence jednotlivých znaků tedy jsou:

17.

- | |
|-------------|
| a) $aabbaa$ |
| b) $ababab$ |
| c) $cacaca$ |
| d) $ababcc$ |
| e) $abccba$ |

V textu se vyhledává vzorek o délce 6 znaků pomocí Boyer–Moore algoritmu. Text i vzorek obsahují pouze symboly z množiny $\{a, b, c\}$. První čtyři hodnoty zleva v tabulce Good Suffix Shift (v tomto pořadí) jsou 2, 2, 4, 4. To vyhovuje vzorku

18.

Gramatika G_2 má neterminální symboly A, B, C, S , terminální symboly a, b, c, d, e , startovní symbol S a uvedená pravidla. Označme $M[X][y]$, resp. $M[X][\varepsilon]$ prvek rozkladové tabulky gramatiky G_2 , který odpovídá neterminálu X a terminálu y , resp. neterminálu X a prázdnému řetězci ε . Která tvrzení o tabulce M platí?

- | | |
|--|---------------------------------|
| a) $M[S][c]$ není definováno
(= chyba v analyzovaném slově) | (1) $S \rightarrow AbB$ |
| b) $M[A][c] = B, 4$ | (2) $S \rightarrow d$ |
| c) $M[B][b] = \varepsilon, 6$ | (3) $A \rightarrow CAb$ |
| d) $M[C][c] =$ není definováno
(= chyba v analyzovaném slově) | (4) $A \rightarrow B$ |
| e) $M[C][e] = \varepsilon, 6$ | (5) $B \rightarrow cSd$ |
| | (6) $B \rightarrow \varepsilon$ |
| | (7) $C \rightarrow a$ |
| | (8) $C \rightarrow ed$ |

Procentuální úspěšnost v otázkách

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
95	100	100	95	50	65	25	30	80	20	45	65	100	80	35	90	35	70