

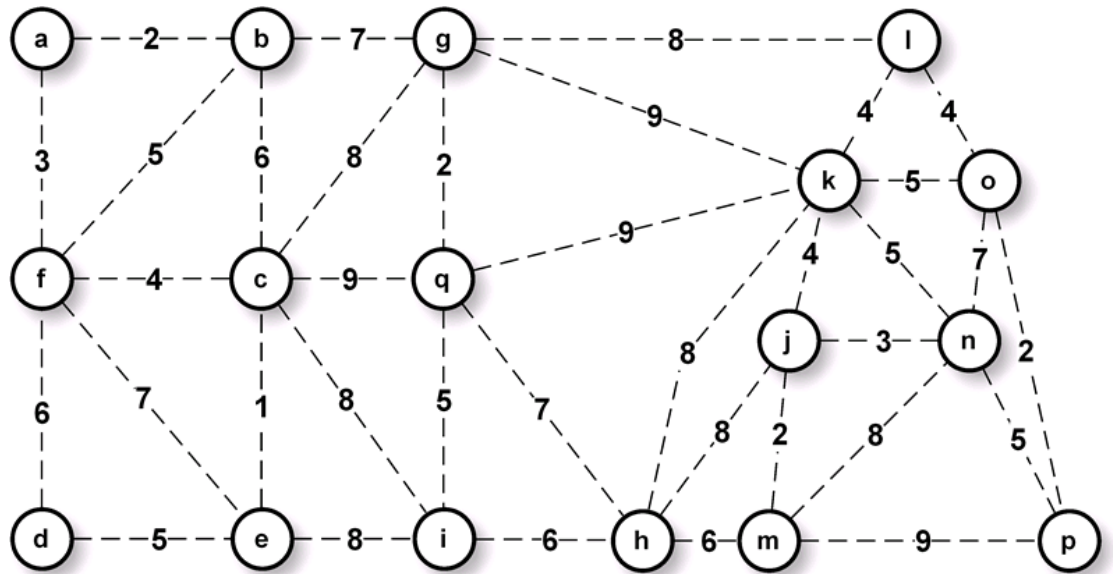
V otázkách 1. –6. vybírejte vždy jedinou správnou variantu odpovědi.

V otázkách 7. –18. může být správných variant odpovědí více.

Správně zodpovězená otázka je taková, která určí správně všechny varianty odpovědí a je hodnocena jedním bodem. Pokud některá varianta je určena chybně, otázka je hodnocena 0 body.

1.

Kolik různých minimálních koster obsahuje uvedený graf?



- a) 1
- b) 3
- c) 17
- d) 21
- e) 92

2.

- a) 80
- b) 100
- c) 120
- d) 360

Kolik hran má úplný neorientovaný graf na 16 vrcholech?

3.

- a) 2314526
- b) 362548
- c) 1254195
- d) 32593623

Jaký je maximální počet hran u libovolného stromu s 1254196 vrcholy?

4.

- a) 51082
- b) 60254
- c) 95625
- d) 854238

Jaký je součet stupňů všech vrcholů grafu G, když víme, že má 1991 vrcholů, 25541 hran a nejvyšší stupeň vrcholu v grafu je 1887?

5.

- e) 31
- f) 32
- g) 64
- h) 65
- i) 76
- j) 77

Kolik různých cest vede mezi dvěma různými vrcholy v úplném neorientovaném grafu na 6 vrcholech?

6.

- k) 16
- l) 21
- m) 37
- n) 69
- o) 97

Kolik různých cest spojuje všechny vzájemně různé vrcholy stupně 1 v grafu G, když víme, že G je souvislý neorientovaný graf s 1999 vrcholy, 1998 hranami a 7 vrcholy stupně 1?

7.

V jaké třídě složitosti je funkce `push` v následujícím programu vzhledem k velikosti pole `p` (budeme ji značit  $n$ )? Předpokládejte, že funkce `malloc` (funkce `malloc` naalokuje datovou strukturu velikosti argumentu a vrací na tuto strukturu ukazatel) a `free` (funkce `free` uvolní z paměti naalokovanou datovou strukturu, kterou dostane v argumentu) pracují v konstantním čase vzhledem k velikosti pole `p`. Dále předpokládejte, že velikost proměnné `N` vždy před a po provedení funkce `push` koresponduje s velikostí pole `p`. Proměnná `i` je vždy v intervalu  $-1$  až `N`.

- a)  $O(1)$
- b)  $O(n \cdot \log(n))$
- c)  $O(n^2)$
- d)  $\Omega(1)$
- e)  $\Omega(\log(n))$
- f)  $\Omega(n^2)$
- g)  $\Theta(n^2)$
- h)  $\Theta(1)$

```
int N = 0;
int i = -1;
int * p;
void push (int key)
{
    if (++i >= N) {
        int m = N*2+1;
        int * t = malloc(m*sizeof(int));
        int j;
        for(j = 0; j<N; j++, t[j] = p[j]);
        if (N != 0) free(p);
        N = m;
        p = t;
    }
    p[i] = key;
}
```

8.

- a)  $O(1)$
- b)  $O(n \cdot \log(n))$
- c)  $O(n^2)$
- d)  $\Omega(1)$
- e)  $\Omega(\log(n))$
- f)  $\Omega(n^2)$
- g)  $\Theta(n^2)$
- h)  $\Theta(1)$

V jaké amortizované třídě složitosti je funkce `push` z předchozího programu vzhledem k velikosti pole `p` (budeme ji značit  $n$ )? Předpokládejte, že funkce `malloc` a `free` pracují v konstantním čase vzhledem k velikosti pole `p`.

9.

- a)  $b$
- b)  $ab$
- c)  $abab$
- d)  $abaab$
- e)  $aababab$

$\delta(q, a, S) = (q, AS)$   
 $\delta(q, a, A) = (q, AA)$   
 $\delta(q, a, B) = (q, \varepsilon)$   
 $\delta(q, b, A) = (q, B)$   
 $\delta(q, b, S) = (q, \varepsilon)$

Je dán zásobníkový automat  $P$  s jediným stavem  $q$ , který přijímá slova prázdným zásobníkem. Vnější abeceda  $P$  je  $\{a, b\}$ , zásobníková abeceda  $P$  je  $\{S, A, B\}$ . Na začátku práce je v zásobníku symbol  $S$ . Přejechy  $P$  jsou dány vztahy uvedenými vlevo.

Určete, které z uvedených slov  $P$  přijme.

10.

- a)  $R_1 \cup R_2$  je regulární jazyk.
- b)  $R_1.B_1$  je regulární jazyk.
- c)  $B_1.B_2$  je bezkontextový jazyk.
- d)  $R_1 \cap R_2 = \emptyset$ .
- e)  $B_1 \cap B_1.B_2 = \emptyset$ .

Jsou dány dva regulární jazyky  $R_1$  a  $R_2$  a dva bezkontextové jazyky  $B_1$ ,  $B_2$ , které nejsou regulární. Všechny dané jazyky sdílejí stejnou neprázdnou abecedu. Zaškrtněte ta z uvedených tvrzení, která pro tyto jazyky jistě platí (tečka představuje operátor zřetězení jazyků).

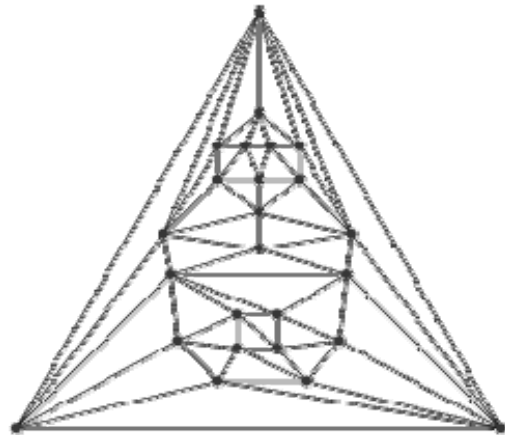
11.

- a)  $R_1 \cap R_2$  je prázdný jazyk.
- b)  $R_1$  je regulární jazyk.
- c) Doplněk  $R_2$  není regulární jazyk.
- d)  $R_1 \subseteq R_2$ .
- e)  $R_2$  je konečný jazyk.

Jsou dány dva jazyky  $R_1$  a  $R_2$  nad abecedou  $A = \{0, 1\}$ .  $R_1$  obsahuje právě všechna slova z  $A^+$ , ve kterých se symbol  $0$  vyskytuje právě jednou.  $R_2$  obsahuje právě všechna slova z  $A^+$ , která začínají i končí symbolem  $1$ . Určete, která z uvedených tvrzení platí (tečka mezi identifikátory jazyků představuje operátor zřetězení jazyků).

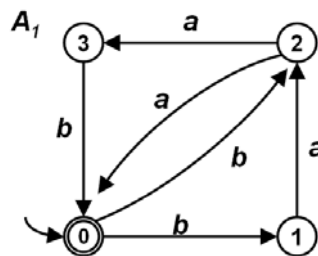
12.  
Jakým počtem barev je možno obarvit uvedený graf?

- p) 1
- q) 2
- r) 4
- s) 5
- t) 7



13.  
Je dán NKA  $A_1$  pomocí přechodového diagramu na obrázku. Dále je na obrázku dán pomocí tabulky přechodů DKA  $A_2$ , který je s  $A_1$  ekvivalentní a vznikl použitím standardního algoritmu převodu NKA na DKA. Žádné další úpravy se s  $A_2$  neprováděly. V tabulce je jeden řádek poškozen a není čitelný. Určete, která tvrzení platí pro poškozený řádek.

- a) Označení řádku je 02.
- b) Označení řádku je 013.
- c) Údaj ve sloupci  $a$  je prázdný.
- d) Řádek představuje koncový stav.
- e) Údaj ve sloupci  $b$  odkazuje na stav 023.

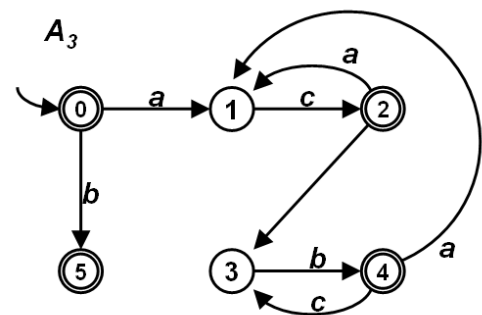


$A_2$

	$a$	$b$	
0		12	F
12	023		
023	03	012	F
poškozeno			
012	023	12	F

14.  
Automat  $A_3$  na obrázku vznikl aplikací algoritmu pro tvorbu automatu, který v textu vyhledává každý vzorek vyhovující regulárnímu výrazu  $(ac+cb)^* + b$ . Žádné další algoritmické úpravy se s  $A_3$  neprováděly. Zato při grafickém zpracování se několik částí automatu ztratilo. V následujícím seznamu jsou uvedeny některé z nich. Určete je.

- a) Smyčka v každém koncovém stavu.
- b) Smyčka v počátečním stavu.
- c) Přejít ze stavu 0 do stavu 3.
- d) Přejít ze stavu 5 do stavu 1.
- e) Ohodnocení  $c$  přechodu ze stavu 2 do stavu 3.



15.

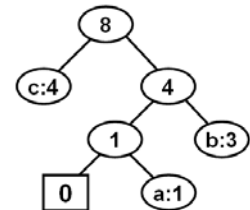
Gramatika  $G_1$  má neterminální symboly  $A, B, C, S$ , terminální symboly  $a, b, c, d, e$ , startovní symbol  $S$  a uvedená pravidla. Množina  $FOLLOW(B)$  obsahuje

- |                              |                             |
|------------------------------|-----------------------------|
| a) neterminální symbol $B$ . | $S \rightarrow AbB$         |
| b) neterminální symbol $D$ . | $S \rightarrow d$           |
| c) terminální symbol $b$ .   | $A \rightarrow CAb$         |
| d) terminální symbol $d$ .   | $A \rightarrow B$           |
| e) řetězec 'Ab'.             | $B \rightarrow cSd$         |
|                              | $B \rightarrow \varepsilon$ |
|                              | $C \rightarrow a$           |
|                              | $C \rightarrow ed$          |

16.

- |           |
|-----------|
| a) $baa$  |
| b) $aba$  |
| c) $caba$ |
| d) $bb$   |
| e) $babc$ |

Po zakódování prvních osmi znaků zprávy a příslušných úpravách stromu má strom adaptivního Huffmanova kódu tvar znázorněný na obrázku. Po přečtení posloupnosti dalších níže uvedených znaků bude mít znak  $c$  dvoubitový kód.



17.

- |             |
|-------------|
| a) $abccbc$ |
| b) $bbbaac$ |
| c) $bbcabc$ |
| d) $aabcab$ |
| e) $abbcbb$ |

V textu se vyhledává vzorek o délce 6 znaků pomocí Boyer–Moore algoritmu. Text i vzorek jsou nad abecedou  $\{a, b, c\}$ . První čtyři hodnoty zleva v tabulce Good Suffix Shift (v tomto pořadí) jsou 6, 6, 6, 3. To vyhovuje vzorku

18.

Gramatika  $G_2$  má neterminální symboly  $A, B, C, S$ , terminální symboly  $a, b, c, d$ , startovní symbol  $S$  a uvedená pravidla. Označme  $M[X][y]$ , resp  $M[X][\varepsilon]$  prvek rozkladové tabulky gramatiky  $G_2$ , který odpovídá neterminálu  $X$  a terminálu  $y$ , resp. neterminálu  $X$  a prázdnému řetězci  $\varepsilon$ . Která tvrzení o tabulce  $M$  platí?

- |   |                         |
|---|-------------------------|
| a) $M[S][d] = dC, 2$  | (1) $S \rightarrow aSA$ |
| b) $M[A][a] = \text{není definováno}$<br>(= chyba v analyzovaném slově) | (2) $S \rightarrow dC$  |
| c) $M[B][d] = dC, 2$  | (3) $A \rightarrow bB$  |
| d) $M[C][c] = cc, 5$  | (4) $A \rightarrow cc$  |
| e) $M[C][b] = b, 8$   | (5) $B \rightarrow bC$  |
|   | (6) $B \rightarrow d$   |
|   | (7) $C \rightarrow aC$  |
|   | (8) $C \rightarrow b$   |

Procentuální úspěšnost v otázkách

č.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
%	100	96	100	92	54	75	67	42	83	67	42	58	92	21	71	67	46	96

V otázkách 1.–6. vybírejte vždy jedinou správnou variantu odpovědi.

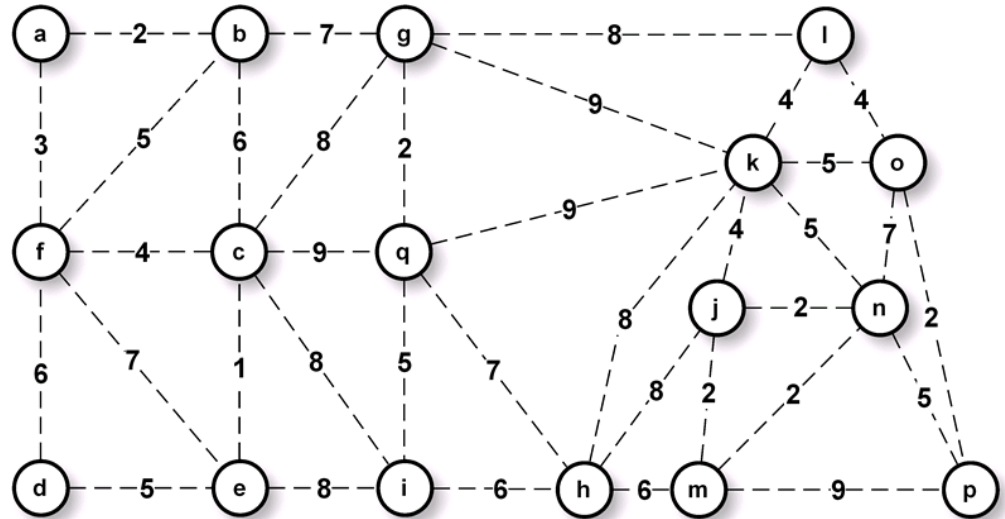
V otázkách 7.–18. může být správných variant odpovědí více.

Správně zodpovězená otázka je taková, která určí správně všechny varianty odpovědí a je hodnocena jedním bodem. Pokud některá varianta je určena chybně, otázka je hodnocena 0 body.

1.

Kolik různých minimálních koster obsahuje uvedený graf?

- |           |          |
|-----------|----------|
| f)        | 1        |
| <b>g)</b> | <b>3</b> |
| h)        | 17       |
| i)        | 21       |
| j)        | 92       |



2.

- |           |            |
|-----------|------------|
| e)        | 90         |
| f)        | 116        |
| <b>g)</b> | <b>136</b> |
| h)        | 375        |

Kolik hran má úplný neorientovaný graf na 17 vrcholech?

3.

- |           |                |
|-----------|----------------|
| <b>e)</b> | <b>2514892</b> |
| f)        | 402596         |
| g)        | 1236995        |
| h)        | 69893623       |

Jaký je maximální počet hran u libovolného stromu s 2514893 vrcholy?

4.

- |           |              |
|-----------|--------------|
| u)        | 51082        |
| v)        | 70254        |
| w)        | 698239       |
| <b>x)</b> | <b>52718</b> |

Jaký je součet stupňů všech vrcholů grafu G, když víme, že má 2369 vrcholů, 26359 hran a nejvyšší stupeň vrcholu v grafu je 1963?

5.

- |            |           |
|------------|-----------|
| y)         | 10        |
| z)         | 12        |
| <b>aa)</b> | <b>16</b> |
| bb)        | 32        |
| cc)        | 38        |
| dd)        | 65        |

Kolik různých cest vede mezi dvěma různými vrcholy v úplném neorientovaném grafu na 5 vrcholech?

6.

- |            |           |
|------------|-----------|
| ee)        | 15        |
| ff)        | 21        |
| <b>gg)</b> | <b>28</b> |
| hh)        | 36        |
| ii)        | 45        |

Kolik různých cest spojuje všechny vzájemně různé vrcholy stupně 1 v grafu G, když víme, že G je souvislý neorientovaný graf s 2011 vrcholy, 2010 hranami a 8 vrcholy stupně 1?

7.

V jaké třídě složitosti je funkce `push` v následujícím programu vzhledem k velikosti pole `p` (budeme ji značit  $n$ )? Předpokládejte, že funkce `malloc` (funkce `malloc` naalokuje datovou strukturu velikosti argumentu a vrací na tuto strukturu ukazatel) a `free` (funkce `free` uvolní z paměti naalokovanou datovou strukturu, kterou dostane v argumentu) pracují v konstantním čase vzhledem k velikosti pole `p`. Dále předpokládejte, že velikost proměnné `N` vždy před a po provedení funkce `push` koresponduje s velikostí pole `p`. Proměnná `i` je vždy v intervalu  $-1$  až  $N$ .

i)	$O(1)$	<code>int N = 0;</code>
j)	$O(\log(n))$	<code>int i = -1;</code>
k)	$O(n^2)$	<code>int * p;</code>
l)	$\Omega(1)$	<code>void push (int key)</code>
m)	$\Omega(\log(n))$	<code>{</code>
n)	$\Omega(n^2)$	<code>    if (++i &gt;= N) {</code>
o)	$\Theta(n^2)$	<code>        int m = N+1000;</code>
p)	$\Theta(n)$	<code>        int * t = malloc(m*sizeof(int));</code>
		<code>        int j;</code>
		<code>        for(j = N-1; j&gt;=0; j--, t[j] = p[j]);</code>
		<code>        if (N != 0) free(p);</code>
		<code>        N = m;</code>
		<code>        p = t;</code>
		<code>    }</code>
		<code>    p[i] = key;</code>
		<code>}</code>

8.

i)	$O(1)$
j)	$O(n \cdot \log(n))$
k)	$O(n^2)$
l)	$\Omega(1)$
m)	$\Omega(\log(n))$
n)	$\Omega(n^2)$
o)	$\Theta(n^2)$
p)	$\Theta(n)$

V jaké amortizované třídě složitosti je funkce `push` z předchozího programu vzhledem k velikosti pole `p` (budeme ji značit  $n$ )? Předpokládejte, že funkce `malloc` a `free` pracují v konstantním čase vzhledem k velikosti pole `p`.

9.

a) <code>c</code>	$\delta(q, a, S) = (q, AS)$
b) <code>abc</code>	$\delta(q, a, A) = (q, AAS)$
c) <code>abac</code>	$\delta(q, b, A) = (q, \varepsilon)$
d) <code>aabbac</code>	$\delta(q, c, S) = (q, \varepsilon)$
e) <code>aabbcc</code>	$\delta(q, c, A) = (q, AA)$

Je dán zásobníkový automat  $P$  s jediným stavem  $q$ , který přijímá slova prázdným zásobníkem. Vnější abeceda  $P$  je  $\{a, b, c\}$ , zásobníková abeceda  $P$  je  $\{S, A\}$ . Na začátku práce je v zásobníku symbol  $S$ . Přechody  $P$  jsou dány vztahy uvedenými vlevo.

Určete, které z uvedených slov  $P$  přijme.

10.

a) $R_1 \cap B_2 = \emptyset$ .
b) $R_1 \cdot R_2$ je regulární jazyk.
c) $B_1 \cdot B_2$ je bezkontextový jazyk.
d) $B_1 \cup B_2 \neq B_2$ .
e) Doplněk $R_1$ je regulární jazyk.

Jsou dány dva regulární jazyky  $R_1$  a  $R_2$  a dva bezkontextové jazyky  $B_1$ ,  $B_2$ , které nejsou regulární. Všechny dané jazyky sdílejí stejnou neprázdnou abecedu. Zaškrtněte ta z uvedených tvrzení, která pro tyto jazyky jistě platí (tečka představuje operátor zřetězení jazyků).

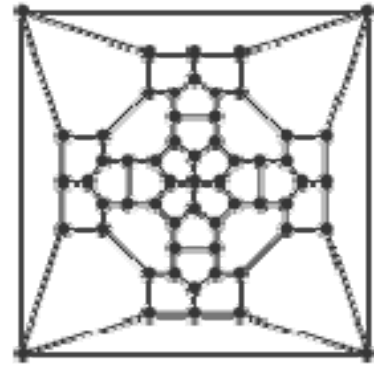
11.

a) $R_1 \cap R_2$ je prázdný jazyk.
b) $R_1$ je regulární jazyk.
c) Doplněk $R_2$ není regulární jazyk.
d) $R_1 \subseteq R_2$ .
e) $R_2$ je konečný jazyk.

Jsou dány dva jazyky  $R_1$  a  $R_2$  nad abecedou  $A = \{0, 1\}$ .  $R_1$  obsahuje právě všechna slova z  $A^+$ , ve kterých se podřetězec `01` vyskytuje právě jednou.  $R_2$  obsahuje právě všechna slova z  $A^+$ , ve kterých se podřetězec `10` vůbec nevyskytuje. Určete, která z uvedených tvrzení platí (tečka mezi identifikátory jazyků představuje operátor zřetězení jazyků).

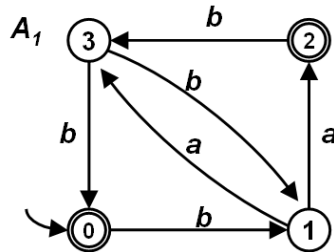
12. Jakým počtem barev je možno obarvit uvedený graf?

- jj) 1
- kk) 2
- ll) 4
- mm) 5
- nn) 7



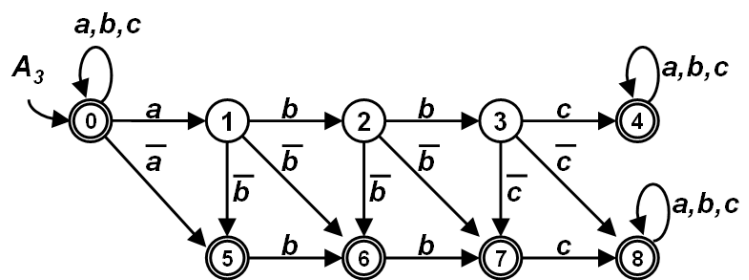
13. Je dán NKA  $A_1$  pomocí přechodového diagramu na obrázku. Dále je na obrázku dán pomocí tabulky přechodů DKA  $A_2$ , který je s  $A_1$  ekvivalentní a vznikl použitím standardního algoritmu převodu NKA na DKA. Žádné další úpravy se s  $A_2$  neprováděly. V tabulce je jeden řádek poškozen a není čitelný. Určete, která tvrzení platí pro poškozený řádek.

- a) Označení řádku je 02.
- b) Označení řádku je 013.
- c) Údaj ve sloupci  $a$  je prázdný.
- d) Řádek představuje koncový stav.
- e) Údaj ve sloupci  $b$  odkazuje na stav 01.



	$a$	$b$	
0		1	F
1	23		
23		013	F
poškozeno			
01	23	1	F

14. Automat  $A_3$  na obrázku vznikl aplikací algoritmu pro tvorbu automatu, který v textu vyhledává řetězce jejichž Hammingova vzdálenost od vzorku  $abc$  je nejvýše 1. Žádné další algoritmické úpravy se s  $A_3$  neprováděly. Zato při grafickém zpracování byl obrázek automatu chybně překreslen. Které z uvedených oprav je třeba provést?



- a) Odstranit smyčku v každém koncovém stavu.
- b) Stav 8 nemá být koncový.
- c) Stavy 5,6,7 nemají být koncové.
- d) Diagonální přechody (0-5, 1-6, 2-7, 3-8) jsou nadbytečné.
- e) Diagonální přechody (0-5, 1-6, 2-7, 3-8) mají mít ohodnocení  $\epsilon$ .

15.

Gramatika  $G_1$  má neterminální symboly  $A, B, C, S$ , terminální symboly  $a, b, c, d$ , startovní symbol  $S$  a uvedená pravidla. Množina  $FOLLOW(B)$  obsahuje

- |                                 |                     |
|---------------------------------|---------------------|
| a) neterminální symbol $B$ .    | $S \rightarrow aSA$ |
| b) symbol $\varepsilon$ .       | $S \rightarrow dC$  |
| c) terminální symbol $b$ .      | $A \rightarrow bB$  |
| d) terminální symbol $c$ .      | $A \rightarrow cc$  |
| e) řetězce ' $BD$ ' a ' $BC$ '. | $B \rightarrow bC$  |
|                                 | $B \rightarrow d$   |
|                                 | $C \rightarrow aC$  |
|                                 | $C \rightarrow b$   |

16.

- |  |
|--|
| a) $a: 10, b: 40, c: 40, d: 40, e: 40$ |
| b) $a: 80, b: 10, c: 10, d: 10, e: 10$ |
| c) $a: 60, b: 10, c: 20, d: 30, e: 40$ |
| d) $a: 90, b: 10, c: 20, d: 30, e: 30$ |
| e) $a: 50, b: 10, c: 20, d: 30, e: 30$ |

Zpráva nad abecedou  $\{a, b, c, d, e\}$  je zakódována pomocí statického Huffmanova kódování.

Znaky  $b, c, d, e$  jsou kódovány 3 bity, znak  $a$  je kódován jedním bitem. Možné frekvence jednotlivých znaků tedy jsou:

17.

- |             |
|-------------|
| a) $aabbaa$ |
| b) $ababab$ |
| c) $cacaca$ |
| d) $ababcc$ |
| e) $abccba$ |

V textu se vyhledává vzorek o délce 6 znaků pomocí Boyer–Moore algoritmu. Text i vzorek obsahují pouze symboly z množiny  $\{a, b, c\}$ . První čtyři hodnoty zleva v tabulce Good Suffix Shift (v tomto pořadí) jsou 2, 2, 4, 4. To vyhovuje vzorku

18.

Gramatika  $G_2$  má neterminální symboly  $A, B, C, S$ , terminální symboly  $a, b, c, d, e$ , startovní symbol  $S$  a uvedená pravidla. Označme  $M[X][y]$ , resp  $M[X][\varepsilon]$  prvek rozkladové tabulky gramatiky  $G_2$ , který odpovídá neterminálu  $X$  a terminálu  $y$ , resp. neterminálu  $X$  a prázdnému řetězci  $\varepsilon$ . Která tvrzení o tabulce  $M$  platí?

- |  |                                 |
|--|---------------------------------|
| a) $M[S][c]$ není definováno<br>(= chyba v analyzovaném slově)   | (1) $S \rightarrow AbB$         |
| b) $M[A][c] = B, 4$  | (2) $S \rightarrow d$           |
| c) $M[B][b] = \varepsilon, 6$                                    | (3) $A \rightarrow CAb$         |
| d) $M[C][c] =$ není definováno<br>(= chyba v analyzovaném slově) | (4) $A \rightarrow B$           |
| e) $M[C][e] = \varepsilon, 6$                                    | (5) $B \rightarrow cSd$         |
|  | (6) $B \rightarrow \varepsilon$ |
|  | (7) $C \rightarrow a$           |
|  | (8) $C \rightarrow ed$          |

Procentuální úspěšnost v otázkách

č.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
%	95	100	100	95	50	65	25	30	80	20	45	65	100	80	35	90	35	70