

1.

Rozhodněte, které z uvedených jazyků nad abecedou $\{0, 1\}$ generovaných bezkontextovou gramatikou jsou ve skutečnosti regulární.

- a) $G_1 : S \rightarrow 01S \mid 01$
- b) $G_2 : S \rightarrow 0S1 \mid 01$
- c) $G_3 : S \rightarrow S01 \mid 01$
- d) $G_4 : S \rightarrow 01S \mid S01 \mid 01$
- e) $G_5 : S \rightarrow 01S \mid S01 \mid 10$
- f) $G_6 : S \rightarrow 01S \mid S10 \mid 10$
- g) $G_7 : S \rightarrow SS \mid 00 \mid 1$
- h) $G_8 : S \rightarrow S1S \mid 0$

Řešení

- a) Gramatika generuje pouze slova ve tvaru $01(01)^*$, což představuje regulární jazyk.
- b) Gramatika generuje pouze slova ve tvaru 0^j1^j , ($j \geq 1$), což je vnořená závorková struktura libovolné hloubky, taková slova nejsou rozpoznatelná konečným automatem, $L(G_2)$ není regulární.
- c) Obdobný případ jako a), $L(G_3)$ je regulární.
- d) Opět, stejně jako v a) G_4 generuje pouze slova ve tvaru $01(01)^*$, $L(G_4)$ je regulární.
- e) Gramatika generuje pouze slova ve tvaru $(01)^*10(01)^*$, tedy $L(G_5)$ je regulární.
- f) Gramatika generuje pouze slova ve tvaru $(01)^*10(10)^*$, tedy $L(G_6)$ je regulární.
- g) Gramatika generuje pouze slova ve tvaru $(00+1)(00+1)^*$, tedy $L(G_7)$ je regulární.
- h) Gramatika generuje pouze slova ve tvaru $0(10)^*$, tedy $L(G_8)$ je regulární.

2.

Napište gramatiku generující algebraické výrazy, které mohou obsahovat pouze nezáporná celá binární čísla, symboly násobení, symboly sčítání, levé a pravé závorky.

Řešení

Například

$S \rightarrow (S+S) \mid S \times S \mid C$

$C \rightarrow 0C \mid 1C \mid 0 \mid 1$

3.

Každý regulární jazyk nad abecedou $\{0, 1\}$ lze popsat regulárním výrazem. Symbolů, které se v takovém regulárním výrazu mohou vyskytnout, je právě 7.:

'0', '1', '+', '.', '*', '(', ')'.
(Note: The original text has a typo in the list of symbols, it should be '0', '1', '+', '.', '*', '(', ')'. The provided text has '0', '1', '+', ':', '*', '(', ')'. I will correct it to match the standard symbols mentioned in the text.)

Napište gramatiku, která generuje všechny regulární výrazy nad abecedou $\{0, 1\}$.

Řešení

V literatuře jsem našel

$R \rightarrow (R+R) \mid R.R \mid (R)^* \mid 0 \mid 1$,

ale to vyvolává nepěkné dvojité závorky: $((R+R))^*$. Diskutujte případná zlepšení.

4.

Označme k -násobné ($k \geq 0$) zřetězení symbolu a v libovolném jazyce pomocí zkratky a^k . Rozhodněte, které z následujících jazyků nejsou regulární. Jsou všechny bezkontextové?

- a) $L_1 = \{ 0^k 1^k \mid k \geq 0 \}$.
- b) $L_2 = \{ 0^j 1^k \mid j \geq 0, k \geq 0 \}$.
- c) $L_3 = \{ 0^j 1^k 0^j \mid j \geq 0, k \geq 0 \}$.
- d) $L_4 = \{ 0^j 1^k 0^k \mid j \geq 0, k \geq 0 \}$.

Řešení

- a) L_1 je jazyk závorkových struktur, není regulární, je bezkontextový.
- b) L_2 je jazyk 0^*1^* , je regulární.
- c) L_3 lze generovat gramatikou $S \rightarrow 0S0 \mid T$; $T \rightarrow 0T \mid 1T \mid \varepsilon$. je tedy bezkontextový, regulární není díky tomu, že počátečních i koncových nul musí být stejný počet, i když jich je libovolně mnoho, což nelze rozpoznat konečným automatem.
- d) L_4 lze generovat gramatikou $S \rightarrow TU$; $T \rightarrow 0T \mid \varepsilon$; $U \rightarrow 1U0 \mid \varepsilon$, je tedy bezkontextový, regulární není opět díky "závorkovité" struktuře $1^k 0^k$.