\* 1. Do nejprve prázdného stromu splay tree vkládejte postupně klíče 2, 7, 1, 4, 3, 9, 5, 6. Nakreslete strom po každém vložení.

\* 2. Splay tree obsahuje 2*n* −1 klíčů s hodnotou 1, 2, 3, ..., 2*n* −1 a je ideálně vyvážený, to jest má hloubku *n*−1 . Po vyhledání prvku s klíčem 1 se tento prvek přesune do kořene stromu. Jakou hloubku bude mít výsledný strom? Řešte zvlášť pro sudé a liché *n*.

Červenočerný strom má řadu vlastností, které je nutno si pamatovat, odvozují se špatně. Citujeme:

*1. Every node is either red or black*

*2. Every leaf (nil) is black*

*3. If a node is red, then both its children are black*

*4. Every simple path from a node to a descendant leaf contains the same number of black nodes*

*5. Root is black*

\* 3. Navrhněte červenočerné obarvení daných stromů tak, aby vznikl korektní červenočerný strom. Prázdné (nil) listy nejsou zobrazeny.



A. B. C.

\* 4. RB-strom má černou výšku rovnou 11. Černá výška je určena jako počet černých uzlů na cestě z kořene do kteréhokoli listu (obsahujícího klíč) zmenšený o 1. Určete, jaký je v tomto stromu maximální možný počet A) černých uzlů, B) červených uzlů, C) všech uzlů.

\* 5. Dva prázdné B- stromy řádu 1 jsou izomorfní. Neprázdný B- strom B1 řádu 1 s kořenem K1 je izomorfní s neprázdným B-stromem B2 řádu 1 s kořenem K2 právě tehdy, když zároveň platí 1. a 2.:

1. K1 obsahuje stejný počet klíčů jako K2

2. Levý podstrom K1 je izomorfní s levým podstromem K2, pravý podstrom K1 je izomorfní s pravým podstromem K2 a prostřední podstrom K1, pokud existuje, je izomorfní s prostředním podstromem K2.

Určete počet navzájem neizomorfních B-stromů řádu 1 s A) 0, B) 1, C) 3, D) 4, E) 7 uzly.

6. Formulujte rekurentní postup, jímž lze obecně určit počet navzájem neizomorfních B-stromů řádu 1, použijte definici izomorfizmu z předchozí úlohy.

7. Rozhodněte, zda existuje příklad regulárního (každý vnitřní uzel má dva potomky) binárního stromu který nelze obarvit podle pravidel RB-stromu. Příklad buď uveďte nebo zdůvodněte jeho nemožnost.

8. Vybudujte B+ strom řádu 1 tak, že do prázdného stromu vložíte v uvedeném pořadí klíče

32, 18, 31, 59, 20, 23, 24, 36, 60, 58, 15, 57, 51, 17, 16, 26, 42, 21, 43, 12.

Dále tento strom zrušte, a to tak, že jednotlivé klíče klíče odstraníte v pořadí

23, 31, 26, 15, 24, 42, 17, 36, 20, 43, 16, 32, 18, 59, 21, 51, 60, 12, 58, 57.

Nakreslete strom po každé operaci Insert a Delete.

9. B+ strom je řádu 5 (uzel mimo kořen může mít min 5 a max 10 klíčů) a máme do něj umístit 1 000 000 klíčů. Jaký je maximální a minimální možný počet uzlů tohoto stromu? Jaká je maximální a minimální možná hloubka tohoto stromu?