Digitální obraz, základní pojmy

Václav Hlaváč

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická, katedra kybernetiky
Centrum strojového vnímání
`http://cmp.felk.cvut.cz/~hlavac, hlavac@fel.cvut.cz`

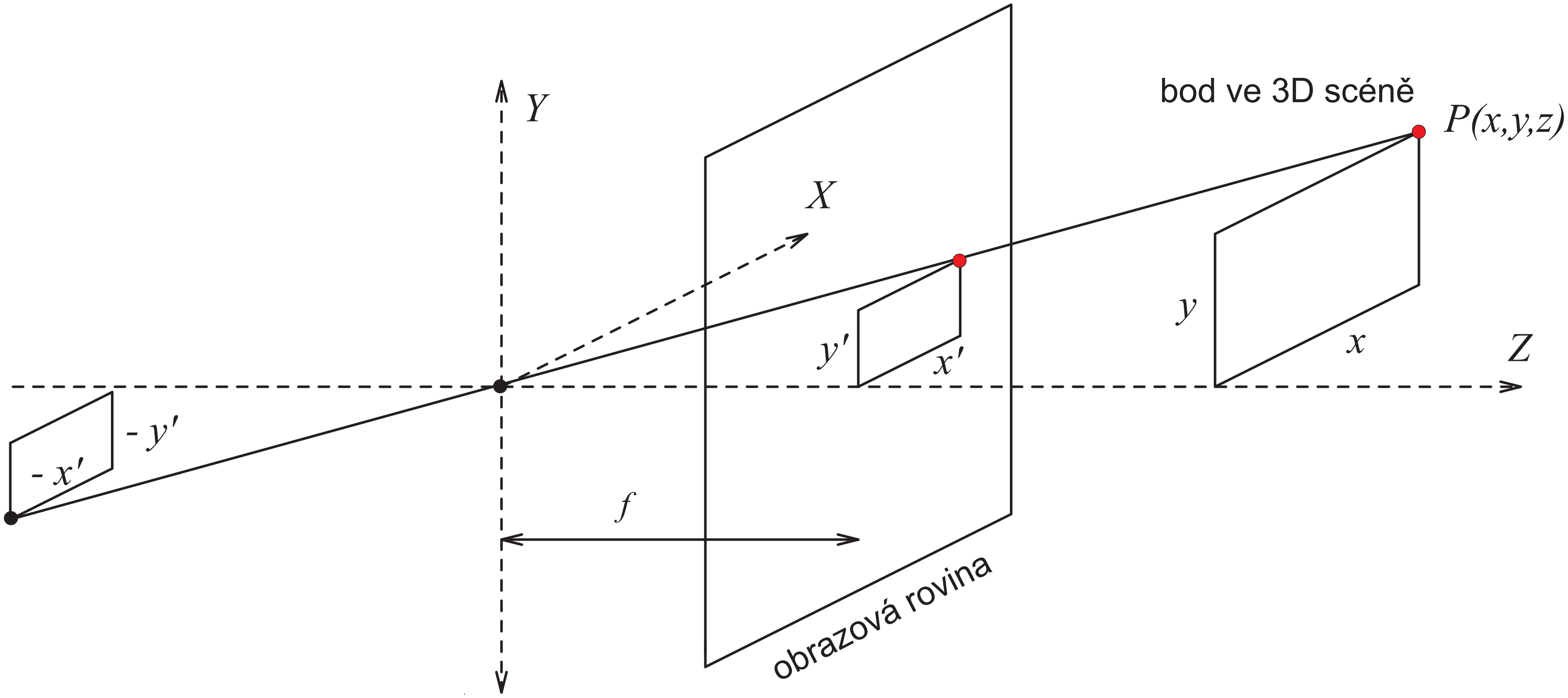
Osnova přednášky:

- Obraz, obrazová funkce $f(x, y)$.
- Digitalizace obrazu:
  vzorkování $+$ kvantování.
-
- Vzdálenost v obraze, relace souvislosti, oblast.
- Konvexní množina, histogram jasu.
-

Obraz

Obraz je chápán intuitivně jako obraz na sítnici oka nebo snímacím čipu fotoaparátu, TV kamery, ...

Obrazová funkce $f(x, y)$, $f(x, y, t)$ je výsledkem perspektivního zobrazení.



$$x' = \frac{x\,f}{z}\,, \qquad y' = \frac{y\,f}{z}\,.$$

Spojitý obraz a jeho matematické vyjádření

- Spojitý obraz = vstup (chápáno intuitivně), např. na sítnici oka nebo sejmutý TV kamerou.
- Pro jednoduchost předpokládejme šedotónový obraz.
- Spojitá obrazová funkce $f(x, y)$. *Později po digitalizaci matice obrazových elementů, pixelů.*
- (x, y) jsou prostorové souřadnice pixelu; rozuměj souřadnice v rovině.
- $f(x, y, t)$ v případě obrazové sekvence je t čas.
- $f(x, y)$ je hodnota obrazové funkce, obvykle úměrná jasu, optické hustotě u průhledných předloh, vzdálenosti od pozorovatele, teplotě v termovizi, atd.
- (Přirozeně) 2D obrazy: Tenký vzorek v optickém mikroskopu, obrázek písmene na listu papíru, otisk prstu, jeden řez z počítačového tomografu, atd.

Digitalizace

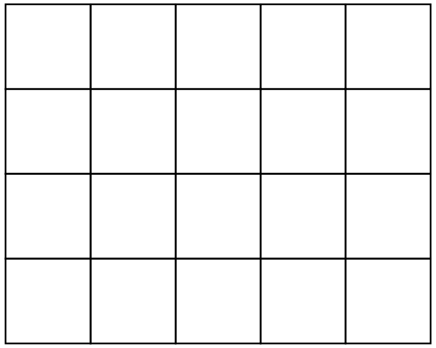
- Digitalizece = vzorkování & kvantizace hodnoty obrazové funkce (též intenzity).
  - Vzorkování vybere ze spojité obrazové funkce vzorky. Výsledkem jsou vzorky v diskrétním rastru (je jich konečný počet). Vzorek je stále "spojitý", tj. reálné číslo.
  - Kvantování rozdělí reálnou hodnotu vzorku na konečný počet hodnot. U šedotónového obrazu např. na 256 hodnot.

- Digitální obraz se obvykle reprezentuje maticí.
- Pixel = akronym, angl. picture element.

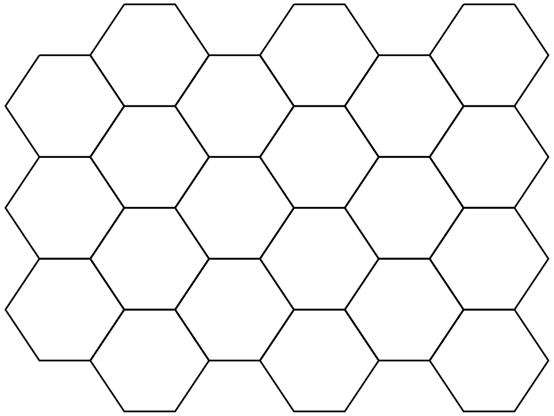
Vzorkování obrazu

Vzorkování obrazu zahrnuje dvě úlohy:

1. Uspořádání vzorkovacích bodů do pravidelného rastru.



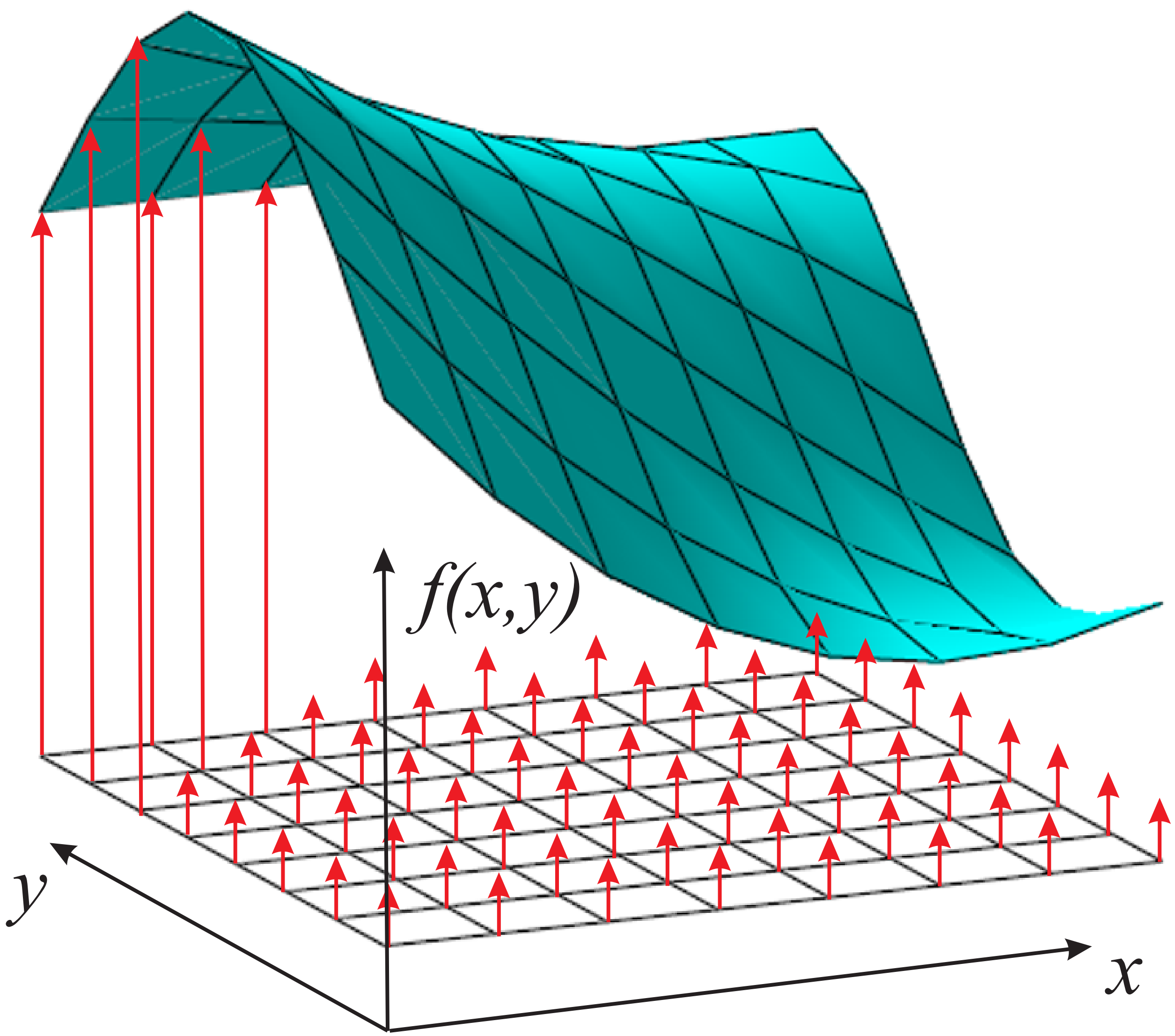
(a)

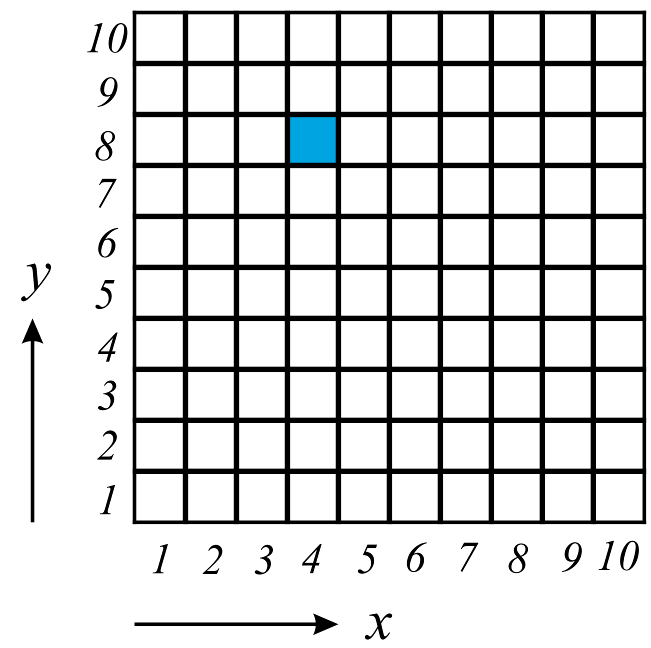


(b)

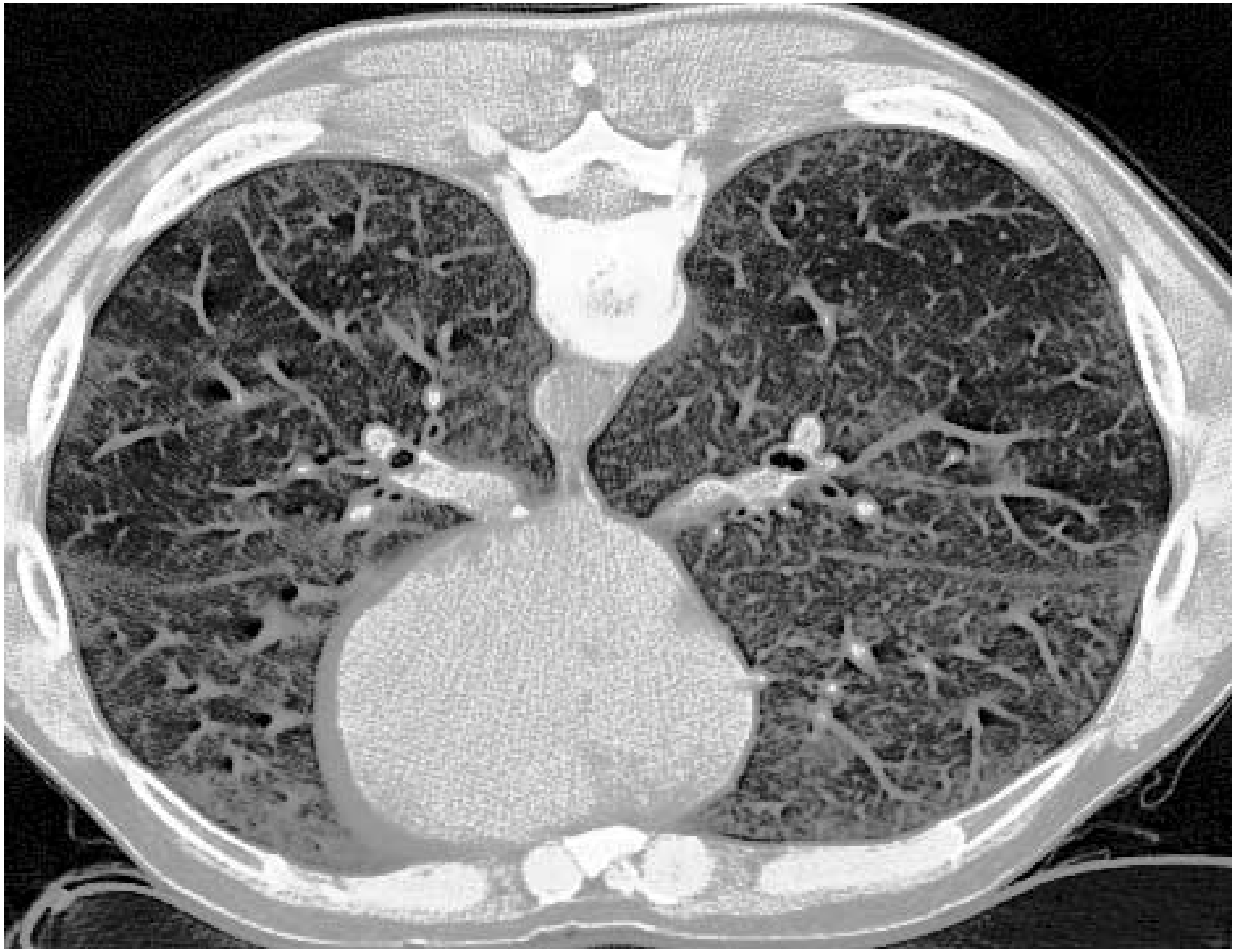
2. Neformálně: Vzdálenost mezi vzorky (Nyquist-Shannonova věta o vzorkování).
   - Vzorkovací frekvence $>$ 2 krát maximální frekvence v signálu; což je nejvyšší frekvence zcela rekonstruovatelná z vzorkovaného signálu. Větu odvodíme, až budeme umět Fourierovu transformaci.
   - V obrazech se musí velikost vzorku (pixelu) být dvakrát menší než nejmenší detail, který chceme zaznamenat.

Vzorkování obrazu, ilustrace





Příklad digitálního obrazu jeden řez z rentgenového tomografu



První scanner obrazu, 1956

The SEAC Scanner
with control console in background

R. Kirsch, ‘SEAC and the start of image processing at the National Bureau of Standards. In: Annals of the history of computing, IEEE, vol. 20 (1998), p 7-13.)

Vzorkování, příklad 1

Original 256×256

128×128

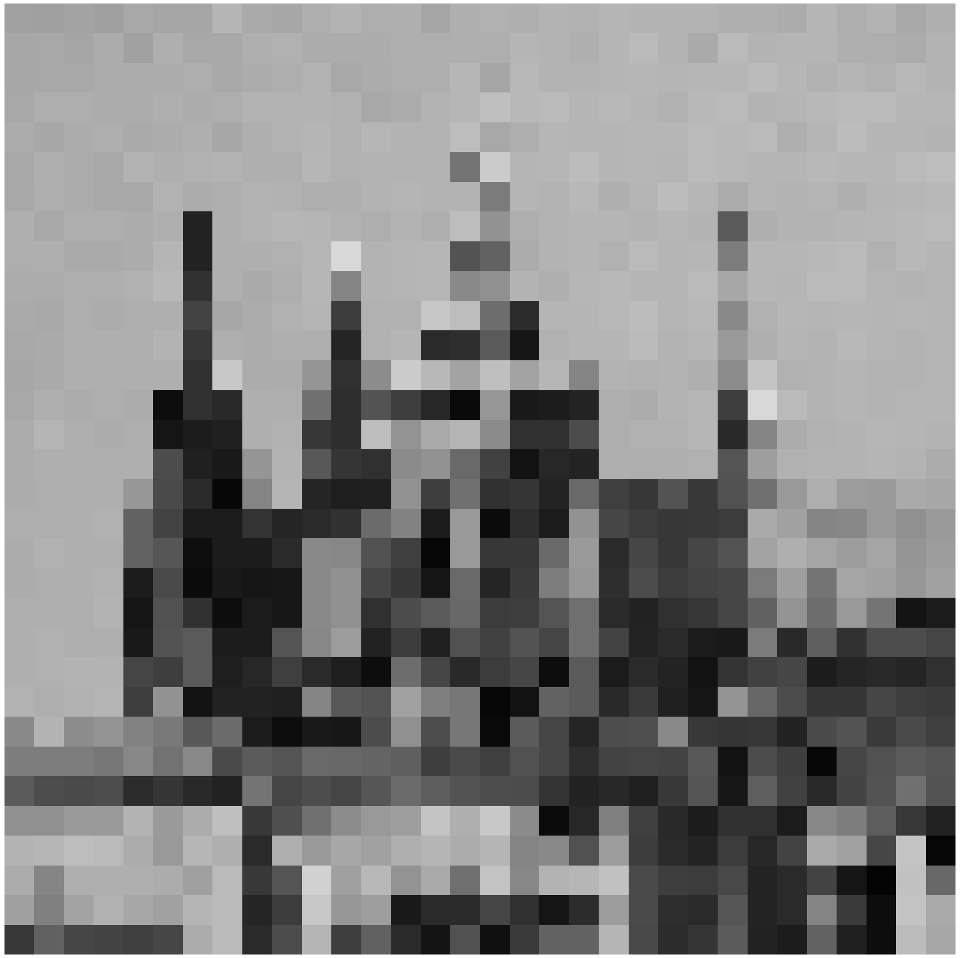
Vzorkování, příklad 2

Originál 256×256

64×64

Vzorkování, příklad 3

Originál 256×256



32×32

Kvantování, příklad 1

Originál 256 jasových úrovní

64 jasových úrovní

Kvantování, příklad 2

Originál 256 jasových úrovní

16 jasových úrovní

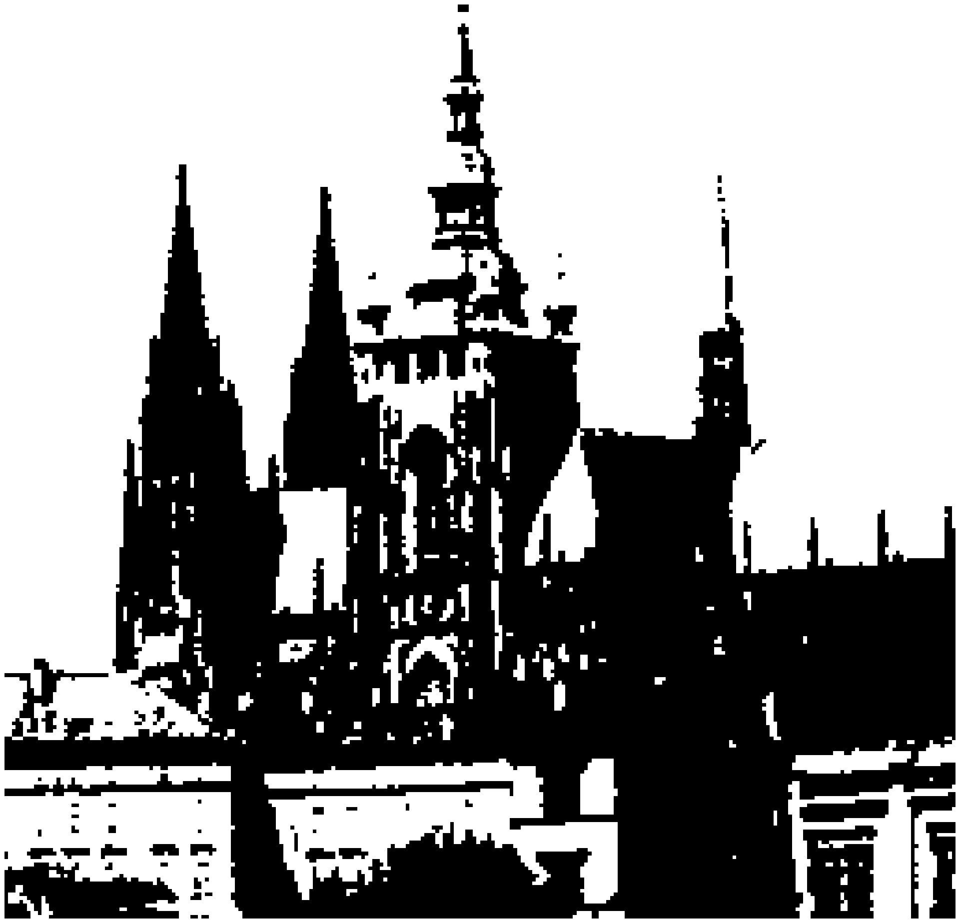
Kvantování, příklad 3

Originál 256 jasových úrovní

4 jasové úrovně

Kvantování, příklad 4 (binární obraz)

Originál 256 jasových úrovní



2 jasové úrovně

Vzdálenost, matematicky

Funkce D se nazývá **vzdáleností**, právě když

$D(p,q) \geq 0\,,$ speciálně $D(p,p) = 0$ (identita).

$D(p,q) = D(q,p)\,,$ (symetrie).

$D(p,r) \leq D(p,q) + D(q,r)\,,$ (trojúhelníková nerovnost).

Několik definic vzdálenosti ve čtvercové mřížce

Euklidovská vzdálenost

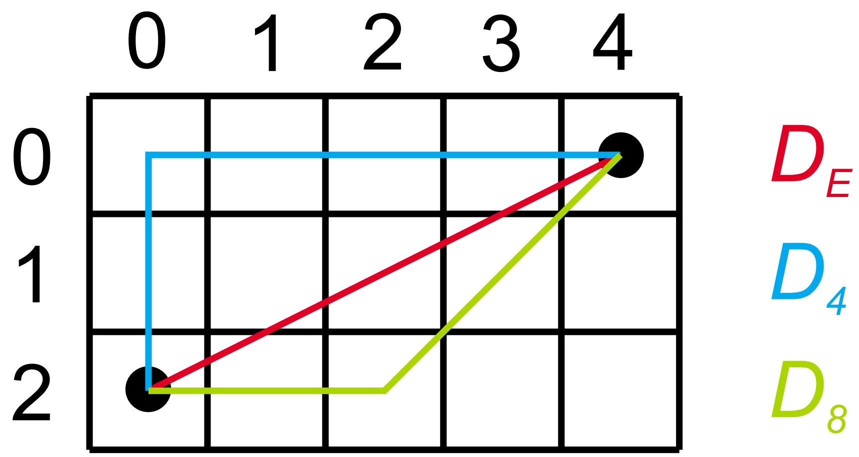
$$D_E((x,y),(h,k)) = \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2}\,.$$

Vzdálenost městských bloků (též vzdálenost na Manhattanu)

$$D_4((x,y),(h,k)) = \mid x-h \mid + \mid y-k \mid \;.$$

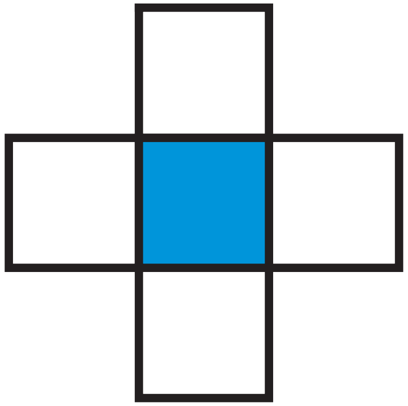
Vzdálenost na šachovnici (z pohledu šachového krále)

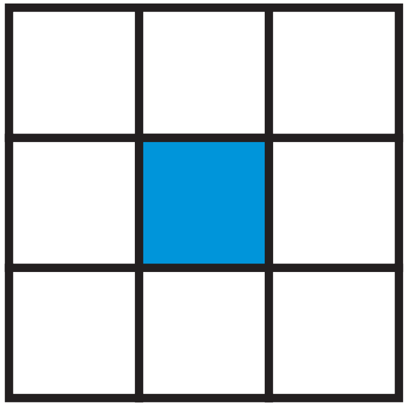
$$D_8((x,y),(h,k)) = max\{\mid x-h \mid, \mid y-k \mid\}\,.$$



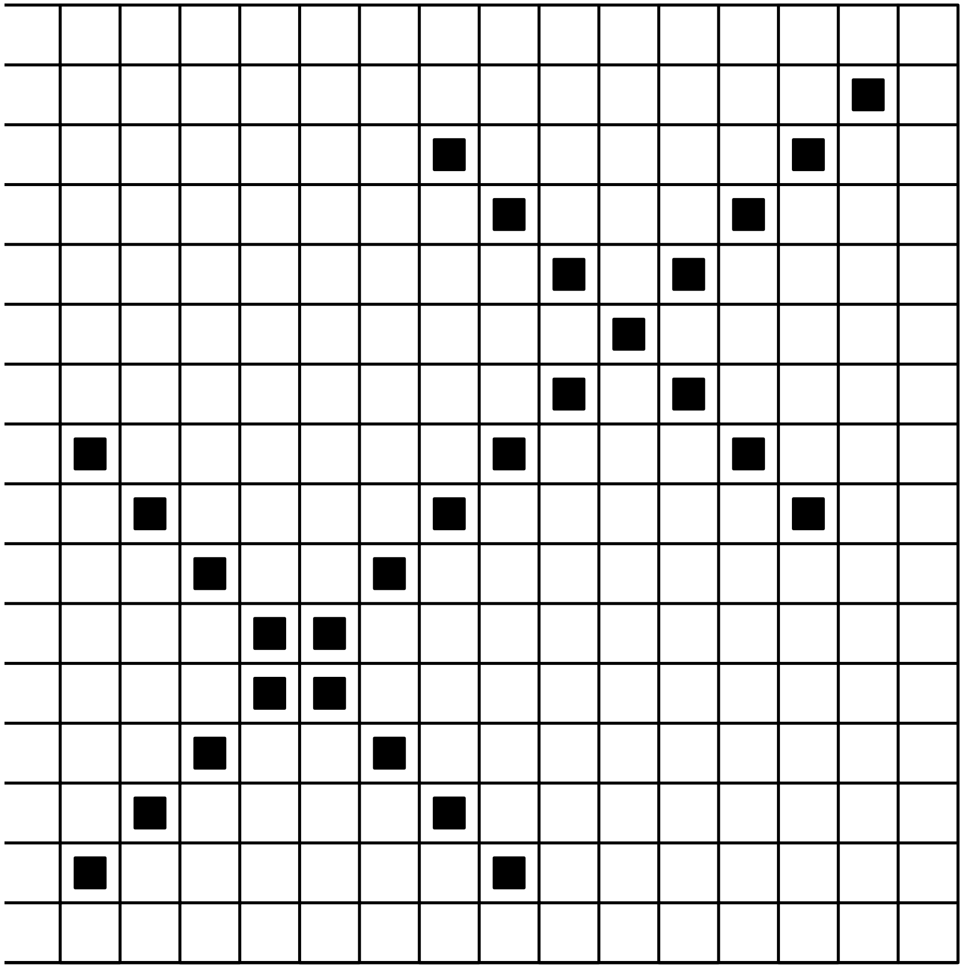
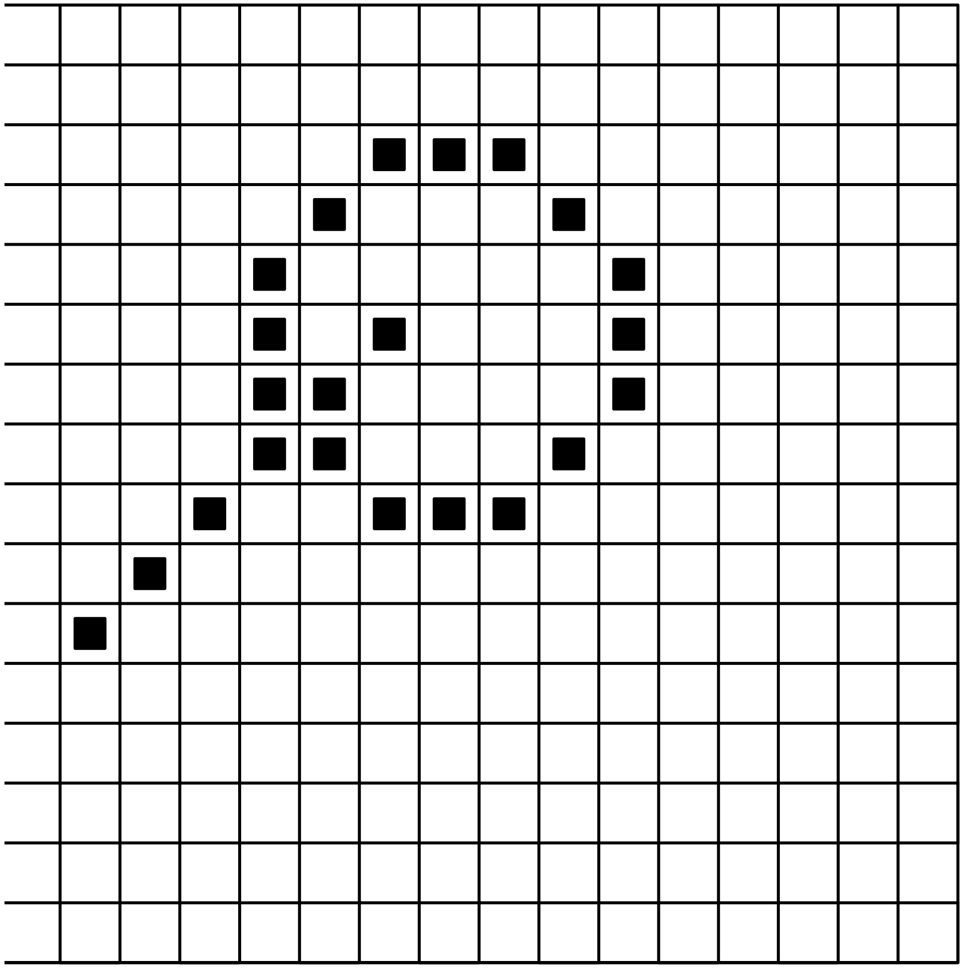
4-okolí a 8-okolí

Množina složená ze samotného pixelu (reprezentativní bod) a jeho sousedů o vzdálenosti 1.





Paradox protínajících se úseček

Binární obraz & relace
"být souvislým"

černá ∼ objekty
bílá ∼ pozadí

- *Poznámka pro zvědavé. Japonský kanji znak znamená "blízko odtud".*
- Zavedení pojmu "objekt" umožňuje vybrat ty pixely v mřížce, které mají nějaký význam. Vzpomeňme, na diskusi o interpretaci. V našem příkladě černé pixely patří objektu (objektům) – zde písmenu.
- Sousední pixely jsou souvislé.
- Dva pixely jsou souvislé, když mezi nimi existuje cesta složená ze souvislých pixelů.

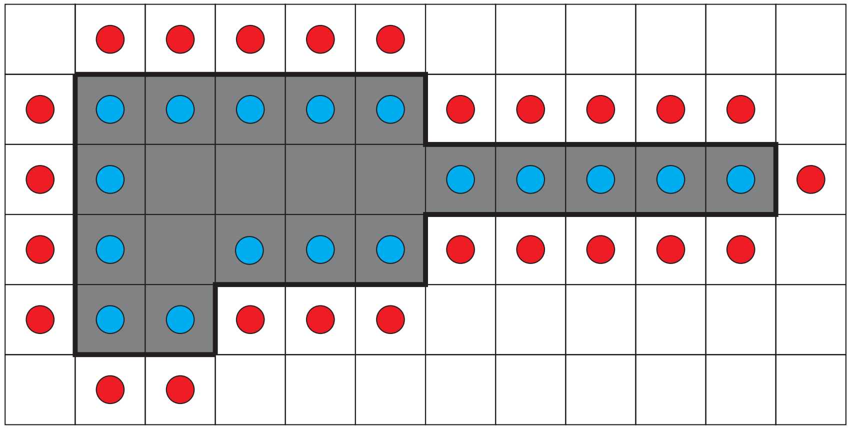
Oblast = souvislá množina

- Relace 'x je souvislé s y' je
  - reflexivní, $x \sim x$,
  - symetrická $x \sim y \Longrightarrow y \sim x$ and
  - transitivní $(x \sim y)$ & $(y \sim z)$

  $\Longrightarrow x \sim z$. Tudíž je ekvivalencí.
- Relace ekvivalence rozkládá množinu na podmnožiny, kterým se říká třídy ekvivalence. V našem zvláštním případě relace "být souvislým" jsou třídami ekvivalence do oblastí.
- Na obrázku jsou jednotlivé oblasti označeny různými barvami.

Hranice oblasti

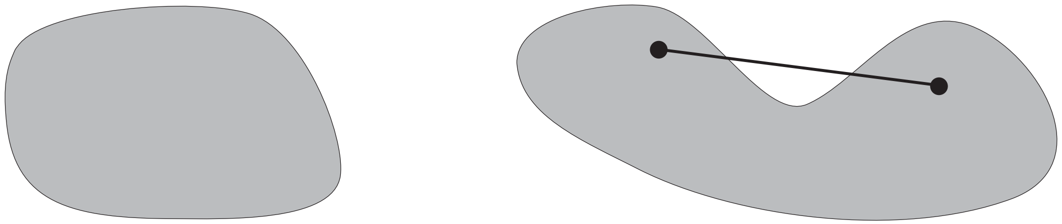
- Hranice oblasti je množina pixelů oblasti majících alespoň jednoho souseda nepatřícího do oblasti.
- Spojitá obrazové funkce $\Rightarrow$ nekonečně tenká hranice.
- V digitálním obraze má hranice konečnou tloušťku. Je nutné rozlišovat vnitřní a vnější hranici.



- Hranice oblasti (border) $\times$ hrana (edge) $\times$ hranový bod (edgel).

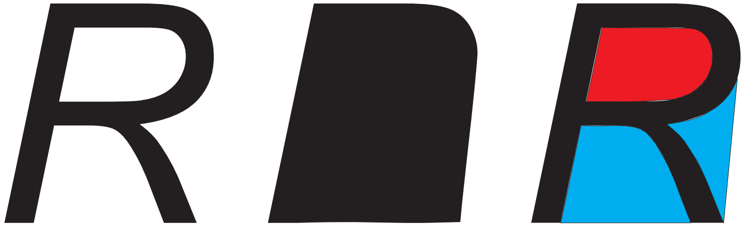
Konvexní množina, konvexní obal

Konvexní množina = její každé dva body lze spojit úsečkou ležící uvnitř množiny.



konvexní nekonvexní

Konvexní obal, jezero, záliv.



Vzdálenostní transformace, DT

- DT se někdy nazývá vzdálenostní funkcí (analogie s řezbářstvím).
- DT poskytuje v každém pixlu vzdálenost od zadaných podmnožin obrazu (např. objektů).
- Výsledný DT "obraz" má hodnoty 0 v pixlech zadaných podmnožin, nízké hodnoty pro pixly blízko k nim a vyšší hodnoty pro vzdálené pixly..
- V binárním obraze, DT poskytuje vzdálenost v každém pixlu od nejbližšího nenulového pixlu (objektu).

výchozí obraz

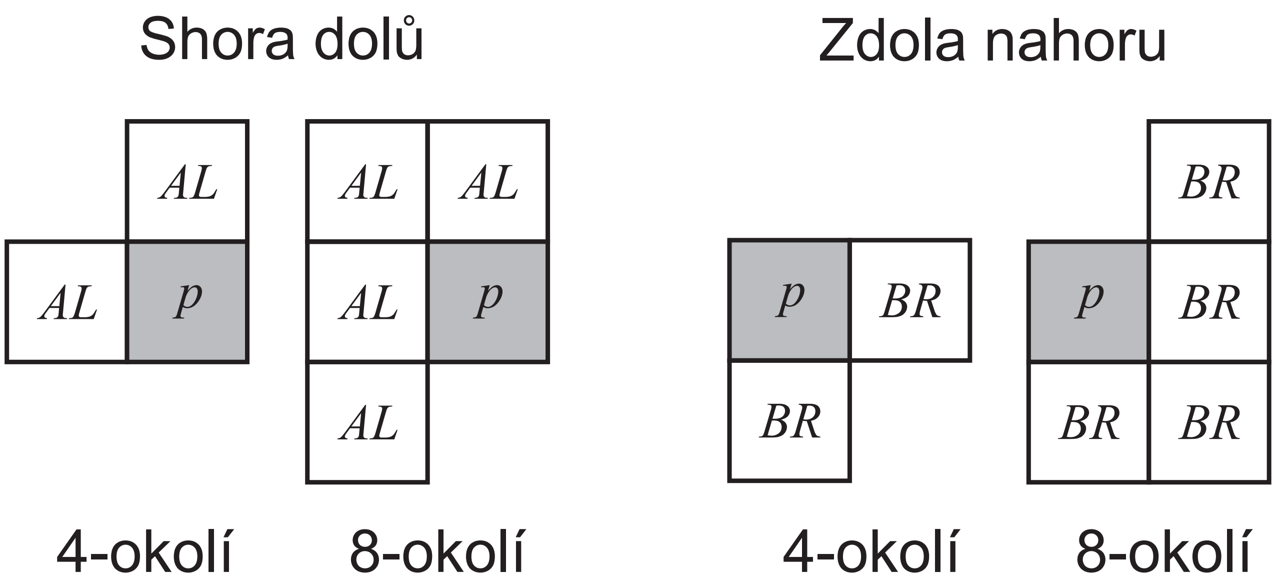
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0

výsledek DT

5	4	4	3	2	1	0	1
4	3	3	2	1	0	1	2
3	2	2	2	1	0	1	2
2	1	1	2	1	0	1	2
1	0	0	1	2	1	0	1
1	0	1	2	3	2	1	0
1	0	1	2	3	3	2	1
1	0	1	2	3	4	3	2

Algoritmus vzdálenostní transformace neformálně

- Slavný dvojprůchodový algoritmus výpočtu DT navrhli Rosenfeld, Pfaltz (1966), původně pro vzdálenosti D_4, D_8.
- První průchod je shora dolů, zleva doprava. Druhý průchod je zdola nahoru, zprava doleva.
- Obraz je procházen systematicky malou maskou. p je okamžitý pixel.



- Efektivita algoritmu DT je umožněna šířením hodnot viděných maskou z již dříve prozkoumaných pozic. Šíření informace připomíná šíření vlny.

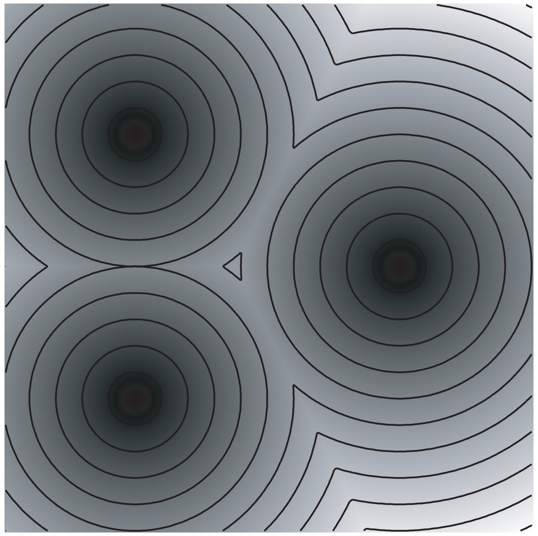
Algoritmus vzdálenostní transformace DT

Cíl: výpočet DT pro podmnožinu S obrazu rozměru $M \times N$ vzhledem k vzdálenosti D, která ovlivňuje prvky masky.

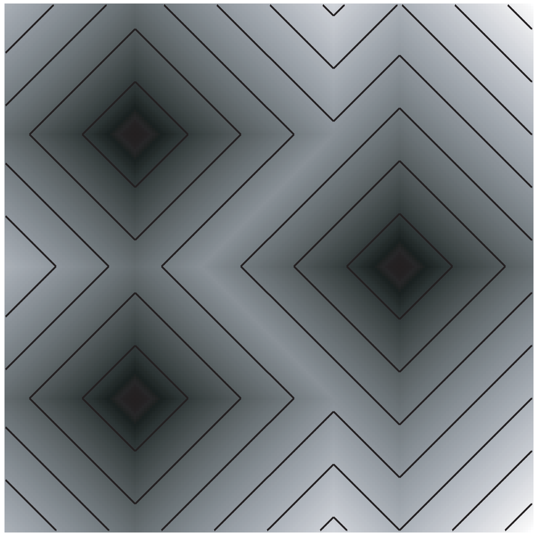
1. Inicializace: Vytvoř pole F rozměru $M \times N$. Pro prvky p obrazu odpovídající S nastav $F(p) = 0$ a pro ostatní nastav $F(p) = \infty$.
2. První průchod: Projdi obraz F po řádcích shora dolů, zleva doprava. Pro prvky vlevo nad vzhledem k okamžitému prvky p (dané prvky AL v obrázku masky na předchozím slajdu) nastav $F(p) = \min_{q \epsilon AL} \big(F(p), D(p,q) + F(q)\big)$.
3. Druhý průchod: Projdi F po řádcích zdola nahoru, zprava doleva. Pro prvky vpravo dole vzhledem k p (dané prvky BR v obrázku masky na předchozí průsvitce) nastav $F(p) = \min_{q \epsilon BR} \big(F(p), D(p,q) + F(q)\big)$.

Nyní pole F obsahuje výsledek DT pro zadaný obraz a podmnožinu S.

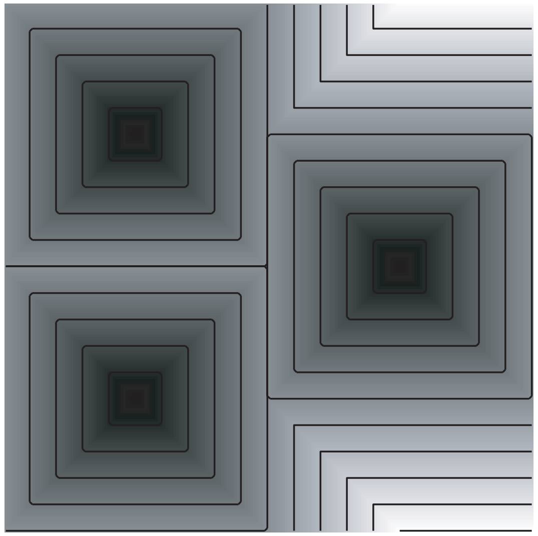
Ilustrace DT pro tři definice vzdáleností



Euklidovská



D_4

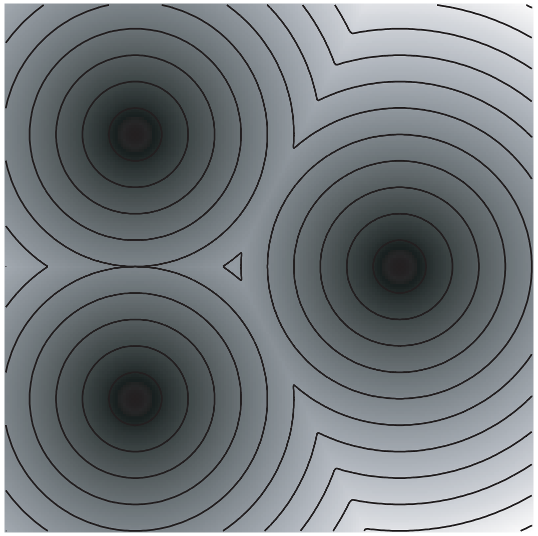


D_8

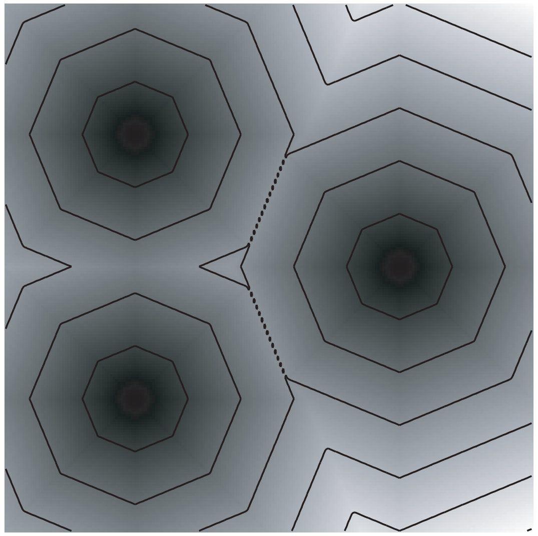
Kvazieukleidovská vzdálenost

Eukleidovskou DT nelze snadno spočítat jen na dva průchody. Často se používá kvazieuklidovdká aproximace vzdálenosti, která se na dva průchody spočítat dá.

$$D_{\mathrm{QE}}\big((i,j),(h,k)\big) = \begin{cases} |i-h| + (\sqrt{2}-1)\,|j-k| & \text{for } |i-h| > |j-k|\,, \\ (\sqrt{2}-1)\,|i-h| + |j-k| & \text{otherwise.} \end{cases}$$

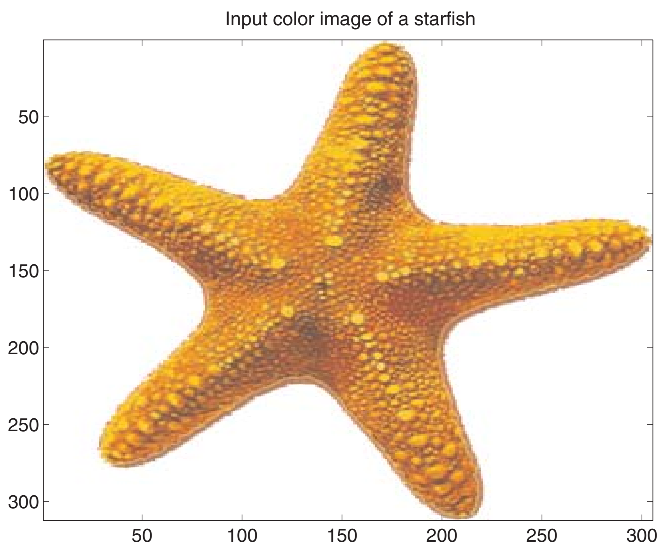


Euklidovská

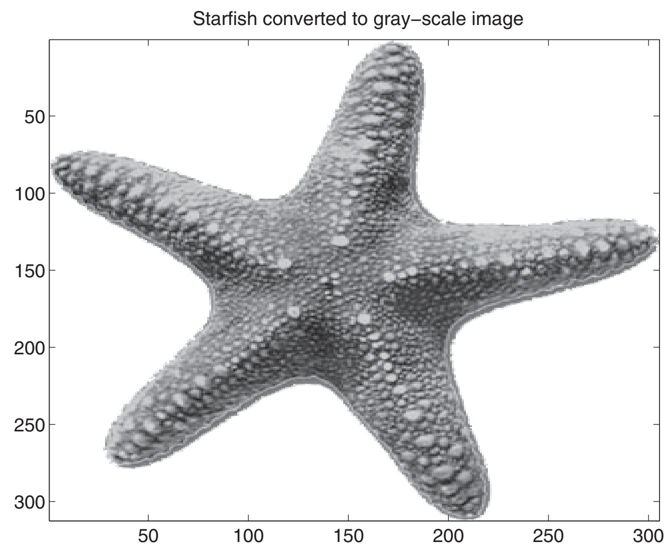


kvazieuklidovská

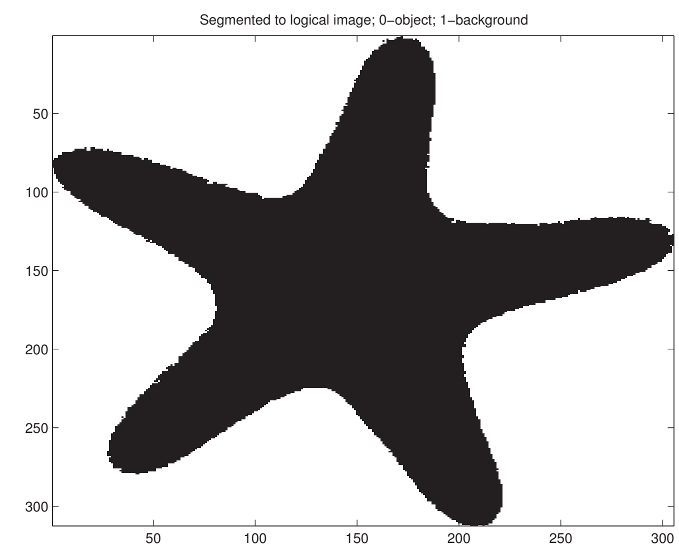
DT příklad hvězdice, vstupní obrázek



barevný

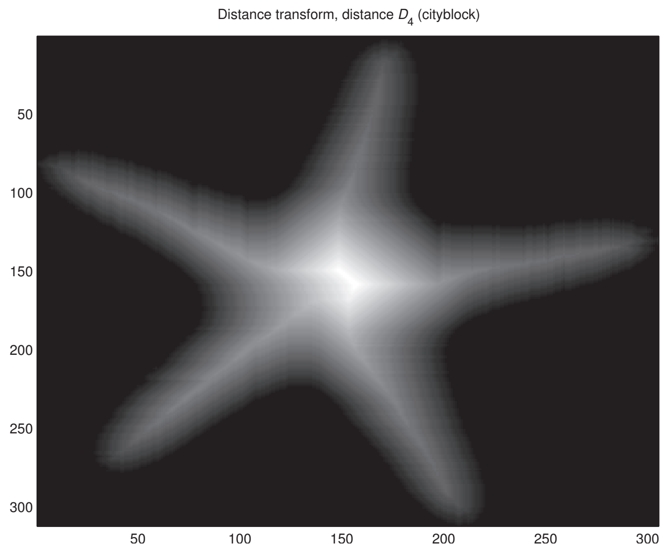


šedotónový

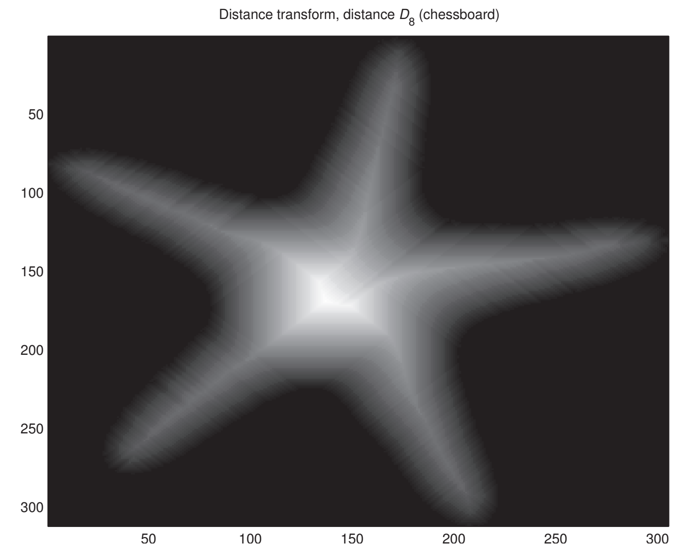


binární

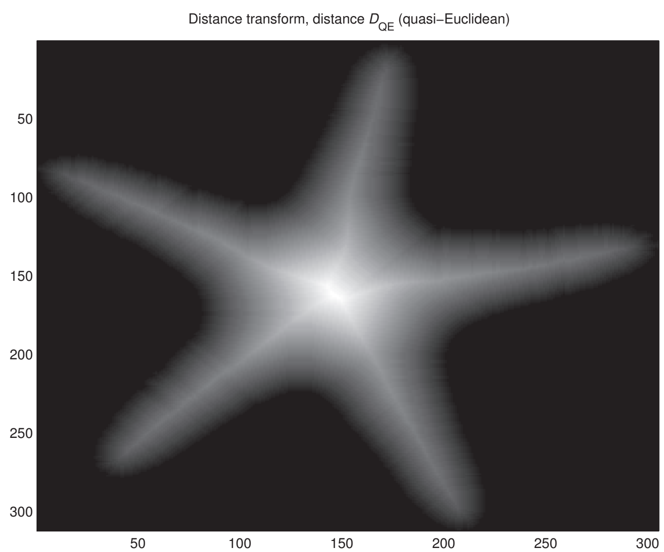
DT příklad hvězdice, výsledky



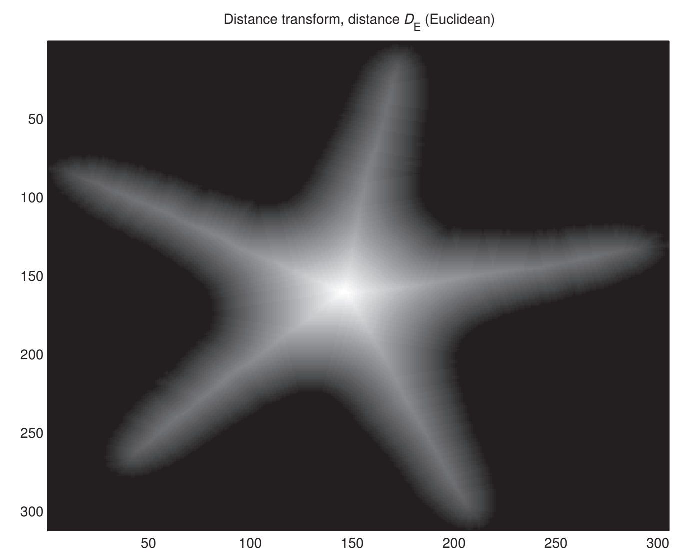
D4



D8



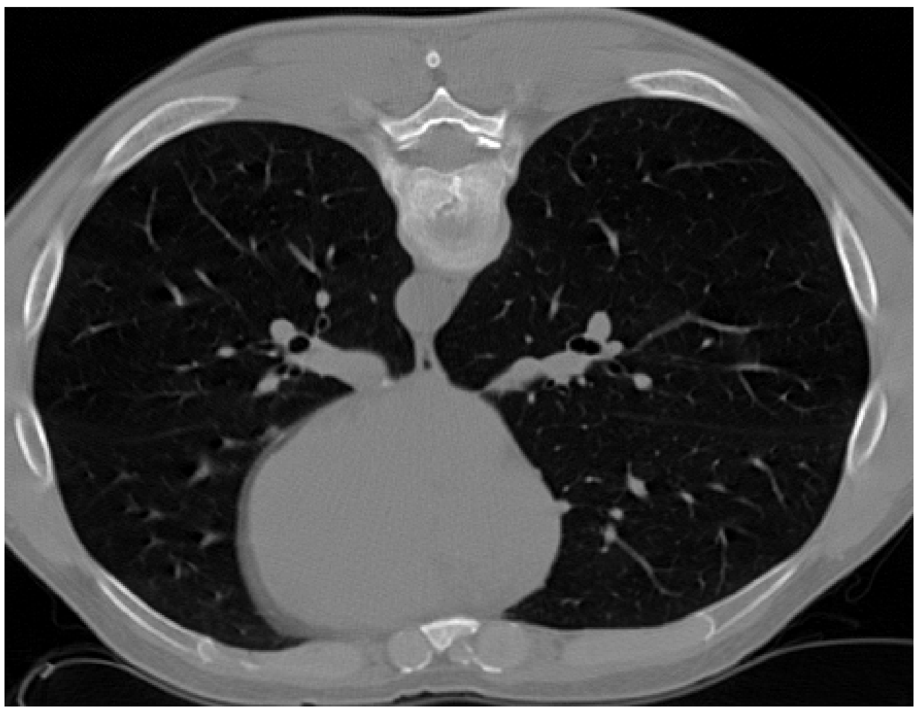
kvazieuklidovská



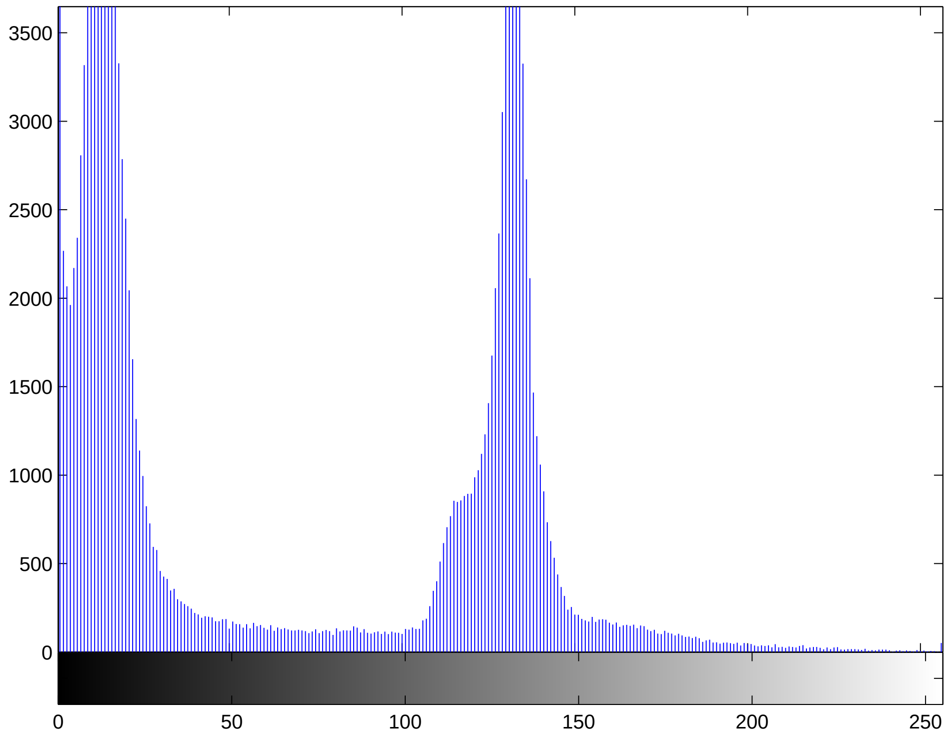
euklidovská

Histogram hodnot jasu

Histogram hodnot jasu je odhadem hustoty pravděpodobnosti jevu, že pixel bude mít určitou jasovou hodnotu.



výchozí obraz



histogram hodnot jasu