

Předpoklady

1. Kolik různých (celočíslných a kladných) dělitelů má číslo $2^{20} \cdot 3^{10}$?
2. Máme do souboru vypsát všechny možné řetězce délky 10 nebo kratší sestavené z písmen a, b, c, d . Kolik přibližně KB zabere tento soubor?
3. Kolik je binárních čísel (sestavěných z číslic 0 a 1), které obsahují právě 25 nul a 5 jedniček? Úvodní nuly v čísle nejsou povoleny.
4. Z dané posloupnosti n čísel máme vybrat co největší množinu čísel, která jsou všechna navzájem různá. Jak dlouhý čas v závislosti na hodnotě n to zabere?
5. Příma cesta je pokryta od začátku do konce celkem n popořádku očíslovanými dlaždicemi. Číslo n je liché. Robot se vydá na cestu z dlaždice 1, dojde na poslední dlaždici (s číslem n), otočí se a jde zpět na dlaždici 2. Tam se otočí a jde na dlaždici $n-1$, tam se otočí a jde na dlaždici 3, otočí se, jde na dlaždici $n-2$, otočí se, jde na dlaždici 4, otočí se, jde na dlaždici $n-3$, atd, až nakonec skončí na prostřední dlaždici, kde se zastaví. Kolikrát za celou cestu musel přejít z jedné dlaždice na sousední?
6. Algoritmus A probírá v dvourozměrném poli o velikosti $n \times n$ všechny prvky a s prvkem na pozici $[r][s]$ ($1 \leq r, s \leq n$) provede $r+s$ operací, z nichž každá má konstantní složitost. Jaká je asymptotická složitost algoritmu A?
7. Algoritmus B prochází pravidelným vyváženým binárním stromem o hloubce $h \geq 1$ a v každém uzlu stráví čas $h \cdot 10^{-6}$ vteřin. Za jak dlouho projde celý strom?

Zkušební

1. Máme určit počet (pouze počet, nemusíme je vypisovat) všech binárních čísel obsahujících právě k jedniček a m nul. Nikdy ale nesmí žádné dvě jedničky v čísle spolu sousedit. Jaký použijete postup řešení? Popište ho stručně.
2. Je dáno n městeček očíslovaných 1 až n . Matice W má velikost $n \times n$ a její prvek $W[r][s]$ ($1 \leq r, s \leq n$) obsahuje délku nejkratší silnice z městečka r do městečka s , která neprochází žádným jiným městečkem. Pokud tato městečka nejsou spojena takovou silnicí, $W[r][s]$ je rovno -1 .
 - a. Jakým postupem zjistíte délku nejkratší cesty z určitého daného městečka x do jiného určitého městečka y ?
 - b. Dokážete to stihnout v čase úměrném hodnotě $n \times n$?
3. Je dána hromada n konzerv a jsou také známy hmotnosti jednotlivých konzerv (jsou napsané na etiketě). Jakým postupem určíte, zda lze tuto hromadu rozdělit na dvě hromady, které mají stejnou celkovou hmotnost?
4. Umíte rozhodnout, zda orientovaný graf obsahuje alespoň jeden cyklus? Pokud ano, jaký algoritmus použijete?
5. Jakou asymptotickou složitost očekáváte od akce "Do hashovací tabulky vlož n řetězců délky k "?
6. Čísla 0, 1, ..., 15 zapíšeme do tabulky o velikosti 4×4 (jako ve známé hře "15") v libovolném pořadí. Tento zápis nazveme konfigurací tabulky. Jaký je minimální počet bitů, jímž budeme v paměti reprezentovat jednu konfiguraci?
7. Mezi všemi souvislými podposloupnostmi posloupnosti n celých čísel máme najít tu, která má maximální možný součet svých prvků. V jakém co nejkratším čase v závislosti na n si troufnete řešit tuto úlohu?