ALG 04

Zásobník

Fronta

- **Operace Enqueue, Dequeue, Front, Empty....**
- **Cyklická implementace fronty**

Průchod stromem do šířky

Grafy

- **průchod grafem do šířky**
- **průchod grafem do hloubky**

Ořezávání a heuristiky

Zásobník / stack

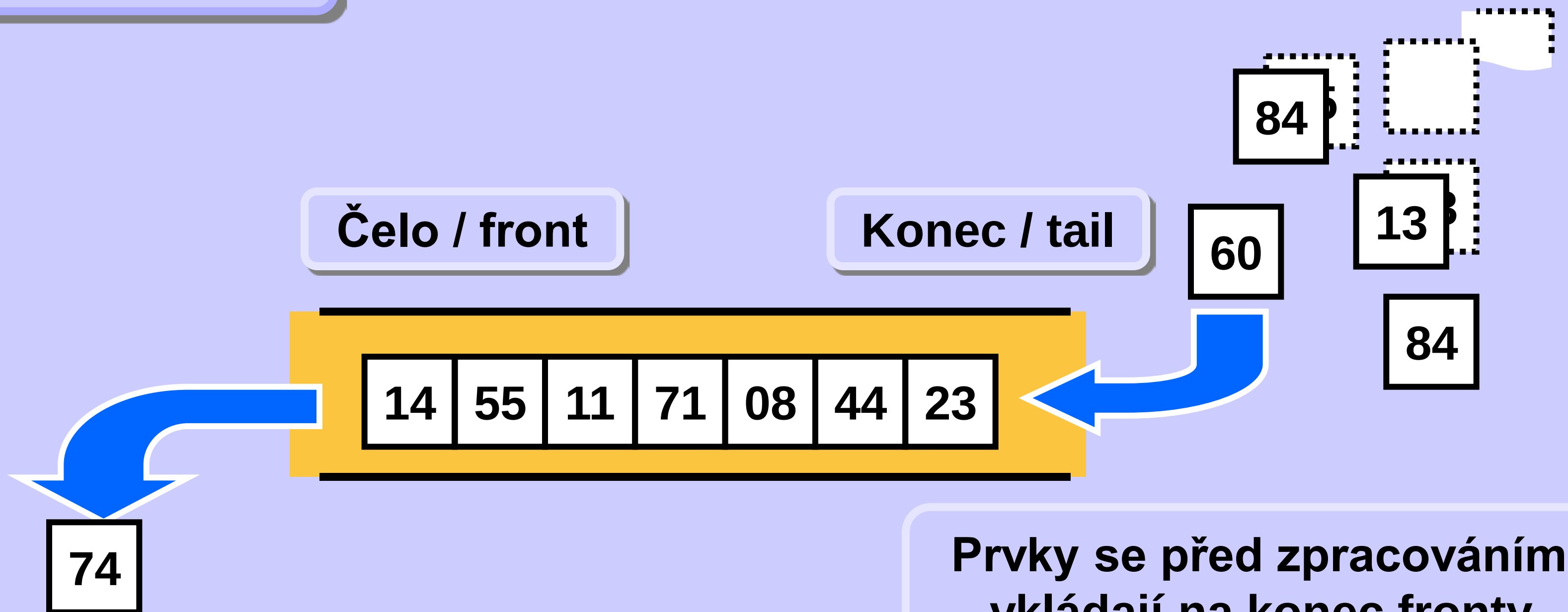
Prvky se před zpracováním vkládají na vrchol zásobníku.

Prvky se odebírají z vrcholu zásobníku a pak se zpracovávají.

Operace

Vlož na vrchol	Push
Odeber z vrcholu	Pop
Čti začátek	Top
Je prázdný?	Empty

Fronta / queue



Prvky se před zpracováním vkládají na konec fronty.

Prvky se odebírají z čela fronty a pak se zpracovávají.

Operace

Vlož na konec	**Enqueue / InsertLast / Push ...**
Odeber ze začátku	**Dequeue / delFront / Pop ...**
Čti začátek	**Front / Peek ...**
Je prázdná?	**Empty**

Fronta

Jednoduchý příklad života fronty

	Čelo			Konec
Prázdná				
Vlož(24)	24			
Vlož(11)	24	11		
Vlož(90)	24	11	90	
Odeber()	11	90		
Vlož(43)	11	90	43	
Odeber()	90	43		
Odeber()	43			
Vlož(79)	43	79		

Cyklická implementace fronty polem

Prázdná fronta
v poli pevné délky

Vlož 24, 11, 90, 43, 70.

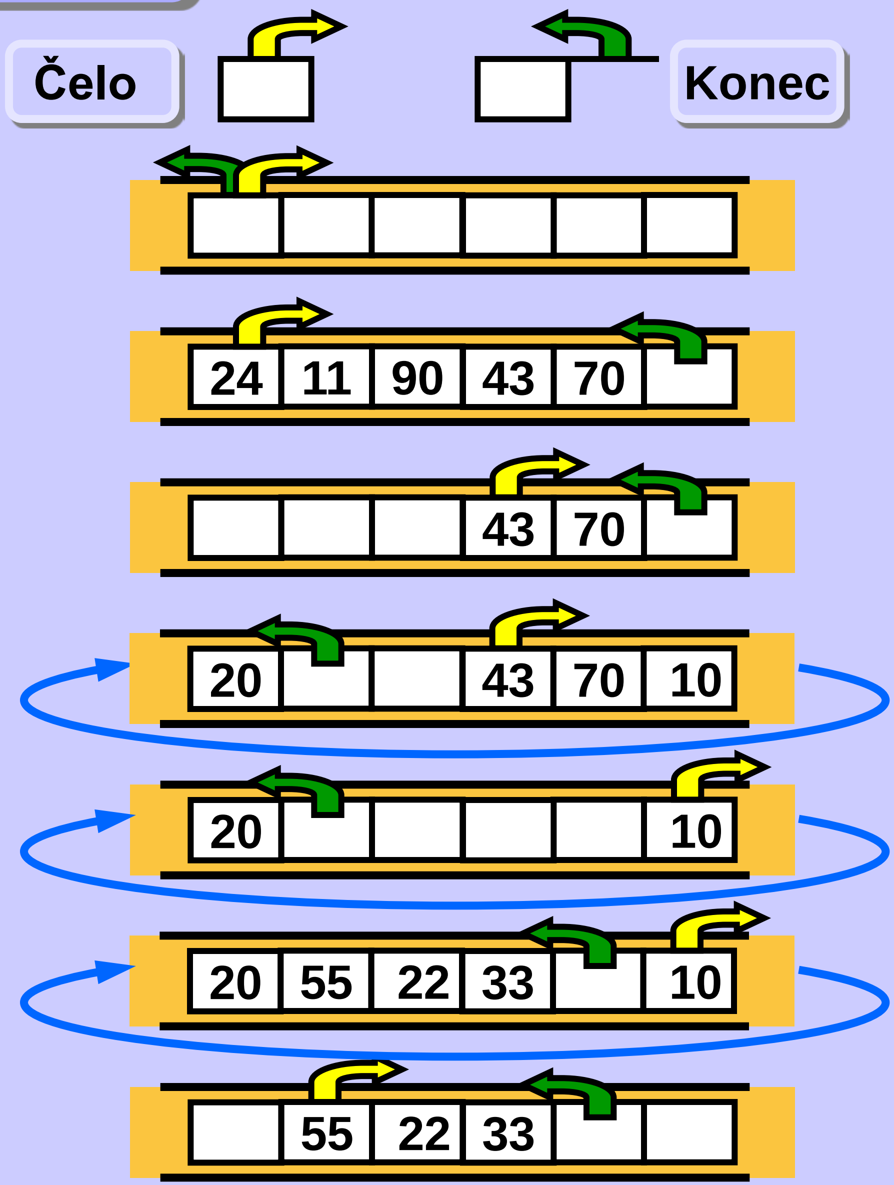
Odeber, odeber, odeber.

Vlož 10, 20.

Odeber, odeber.

Vlož 55, 22, 33.

Odeber, odeber.



Cyklická implementace fronty polem

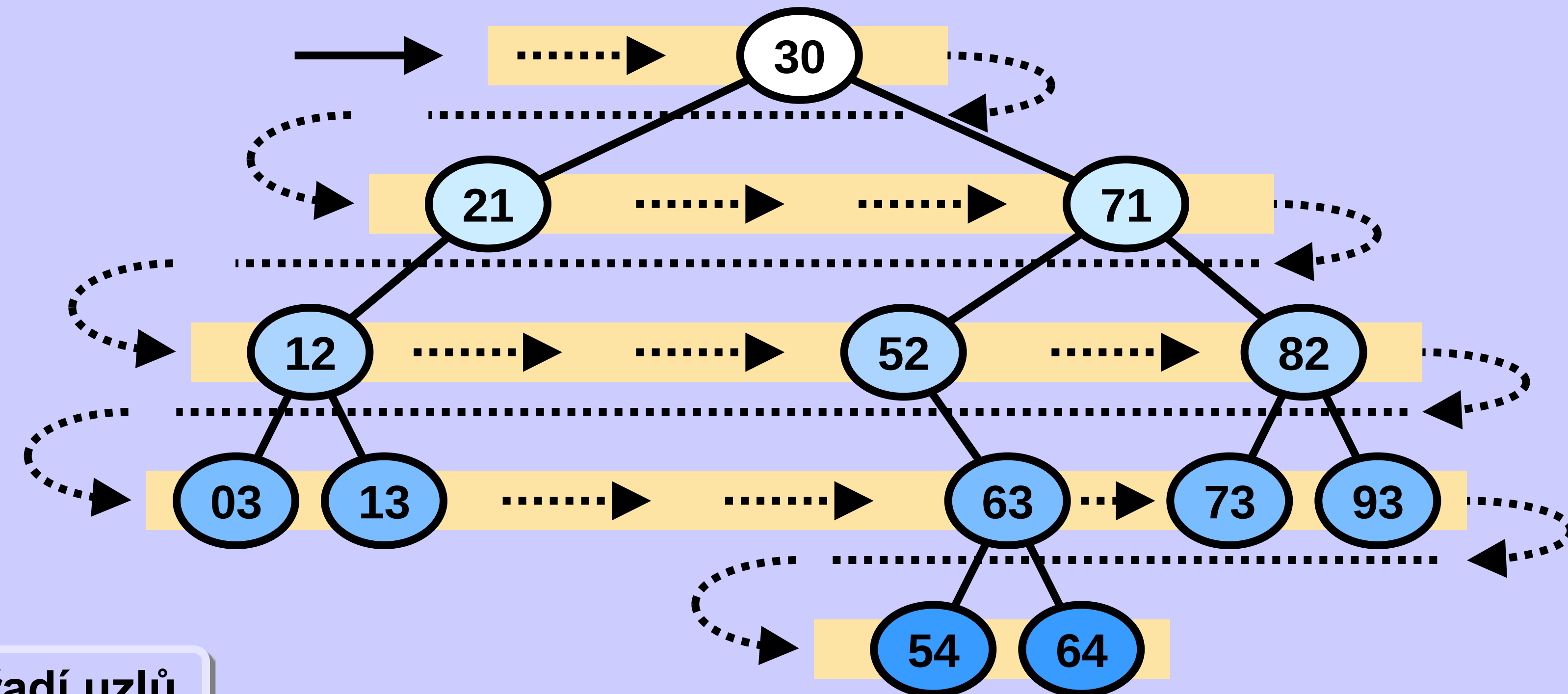
Index/ukazatel konce fronty ukazuje na první volnou pozici za posledním prvkem fronty. Index/ukazatel čela fronty ukazuje na první obsazenou pozici. Pokud oba ukazují tamtéž, fronta je prázdná.

```
class Queue {
  Node q [];
  int size;
  int front;
  int tail;

 Queue(int qsize) {
   size = qsize;
   q = new Node[size];
   front = 0;
   tail = 0;
   }

 boolean Empty() {
   return (tail==front);
 }
```

```
void Enqueue(Node node) {
  if ((tail+1 == front) ||
      (tail-front == size-1))
      ... // queue full, fix it

  q[t++] = node;
  if (tail==size) tail=0;
}

Node Dequeue() {
  Node n = q[front++];
  if (front==size) front=0;
     return n;
}

} // end of Queue
```

Průchod stromem do šířky

Strom s naznačeným směrem průchodu



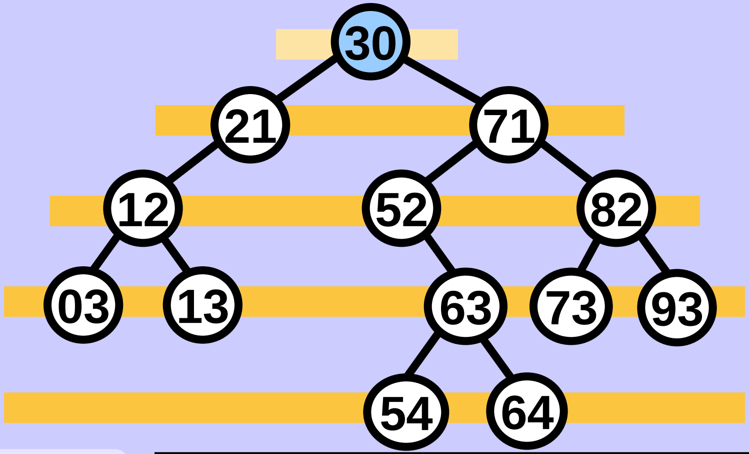
Pořadí uzlů

30	21	71	12	52	82	03	13	63	73	93	54	64

Struktura stromu ani rekurzivní přístup tento průchod nepodporují.

Průchod stromem do šířky

Inicializace



Výstup

2.

Vytvoř prázdnou frontu

Do fronty vlož kořen stromu

Čelo

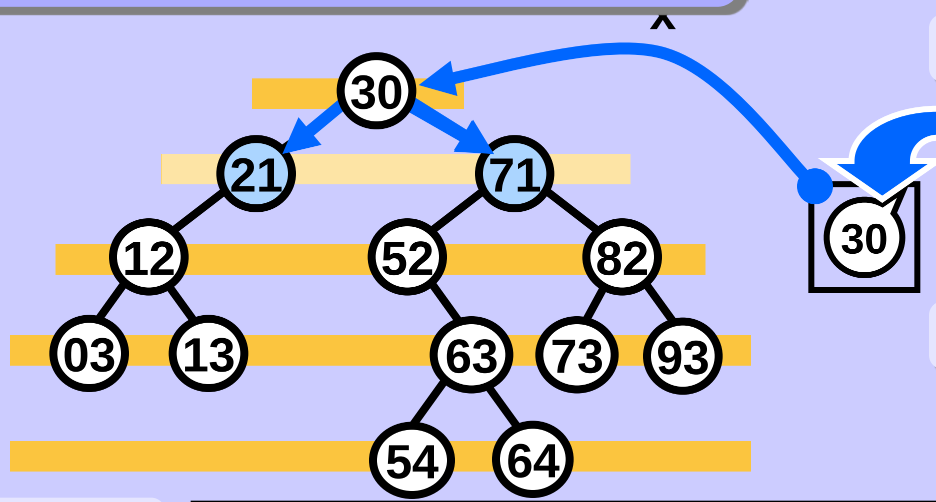
Konec

Hlavní cyklus

Dokud není fronta prázdná, opakuj:

1. Odeber první uzel z fronty a zpracuj ho.
2. Do fronty vlož jeho potomky, pokud existují.

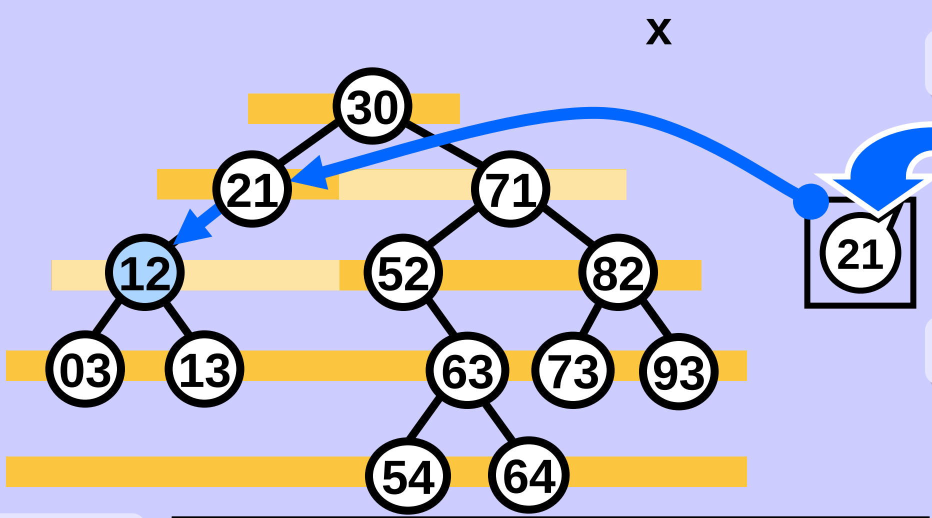
Průchod stromem do šířky



1. x = Odeber(), tisk (x.key).

2. Vlož(x.left), vlož(x.right). *)

Výstup: 30



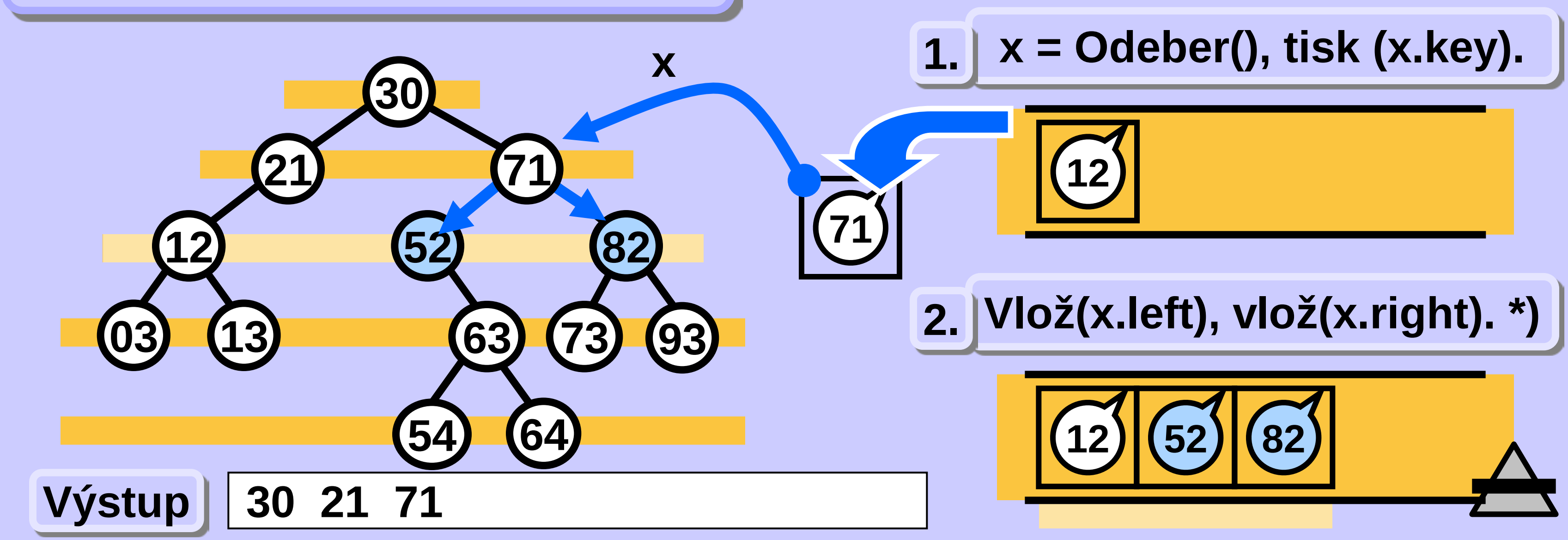
1. x = Odeber(), tisk(x.key).

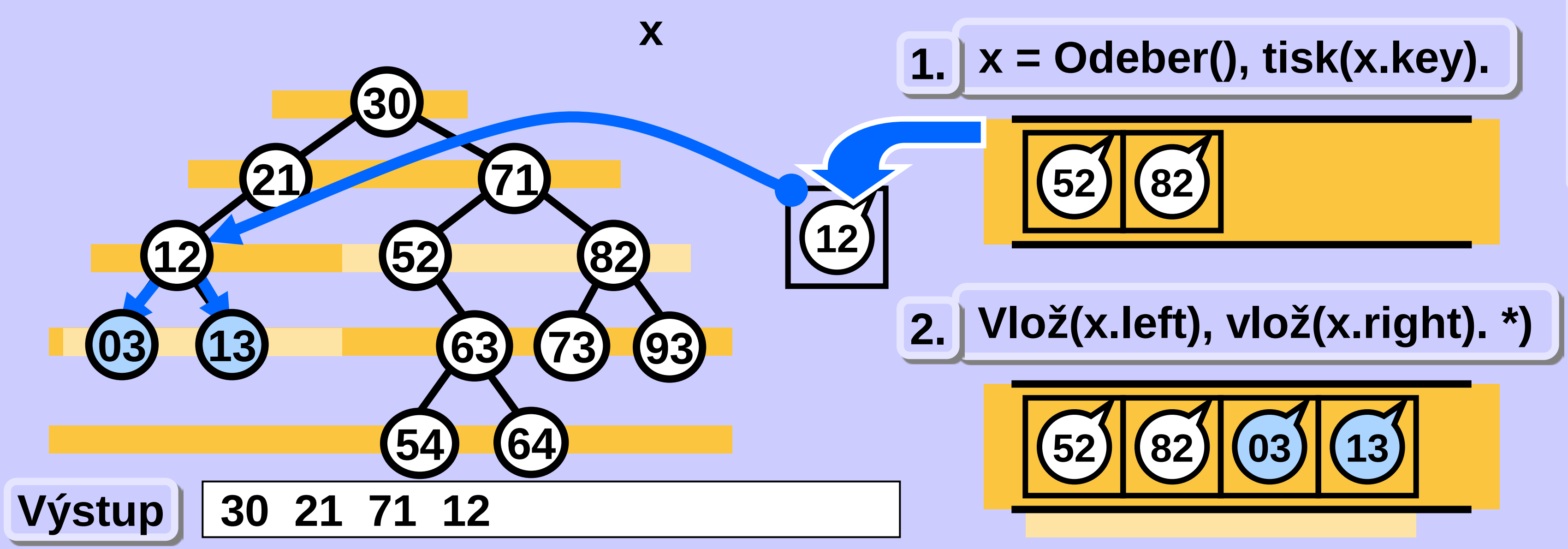
2. Vlož(x.left), vlož(x.right). *)

Výstup: 30 21

*) pokud existuje

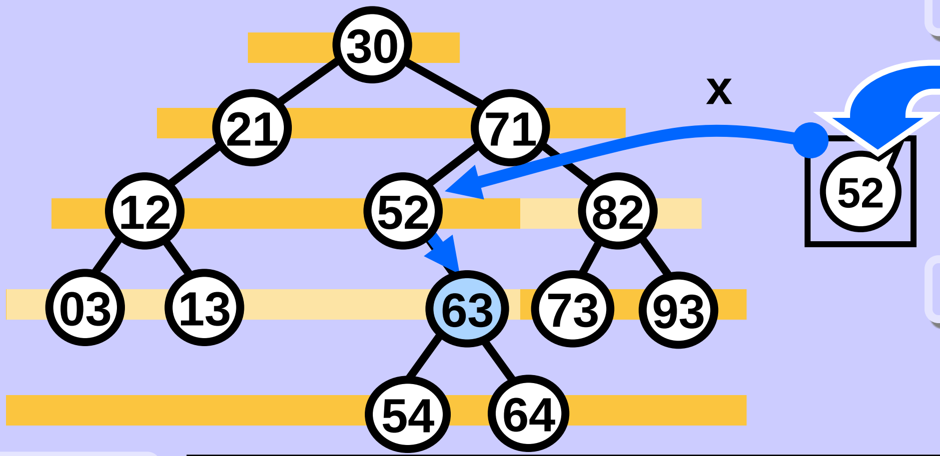
Průchod stromem do šířky



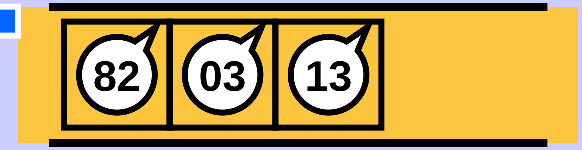


*) pokud existuje

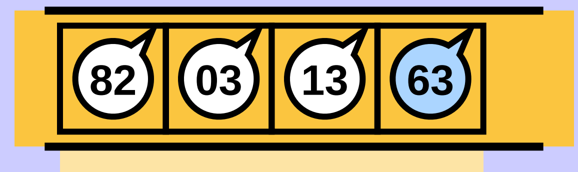
Průchod stromem do šířky



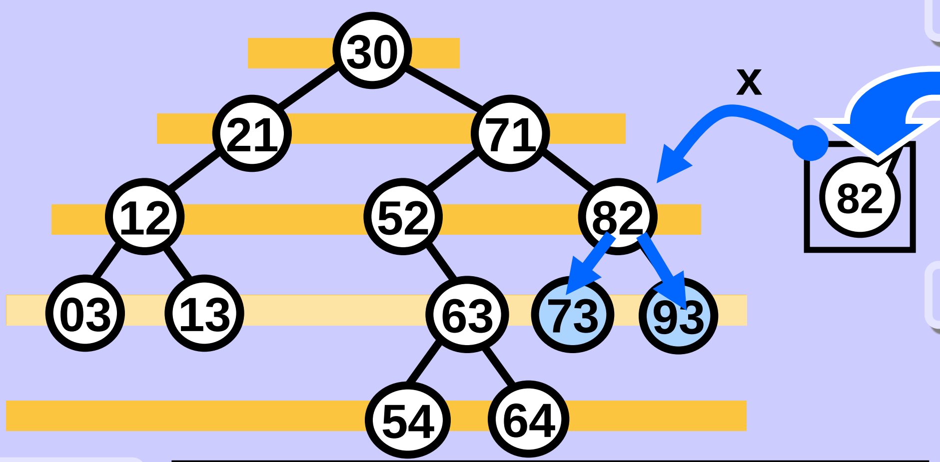
1. x = Odeber(), tisk (x.key).



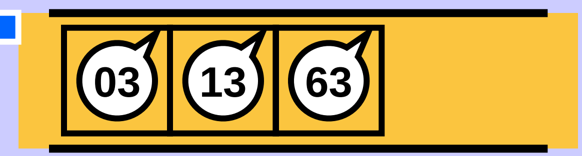
2. Vlož(x.left), vlož(x.right). *)



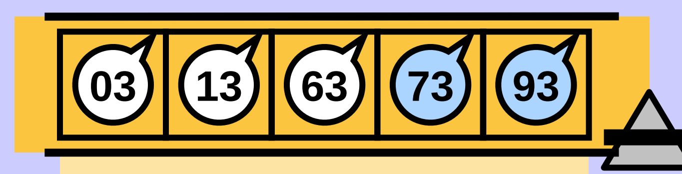
Výstup 30 21 71 12 52



1. x = Odeber(), tisk(x.key).



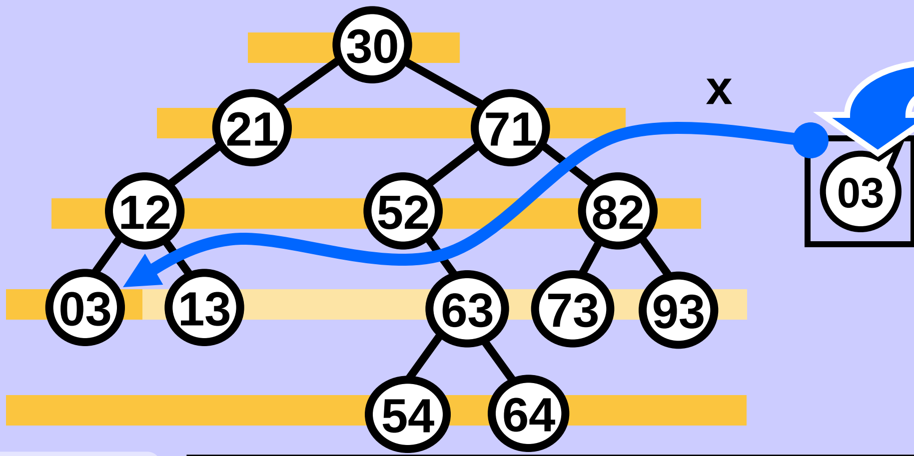
2. Vlož(x.left), vlož(x.right). *)



Výstup 30 21 71 12 52 82

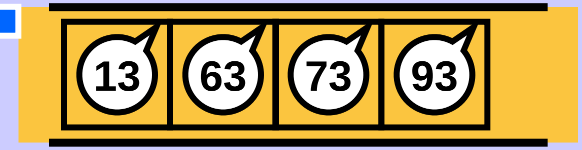
*) pokud existuje

Průchod stromem do šířky

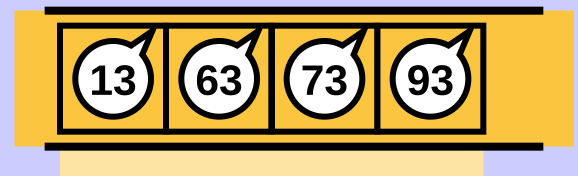


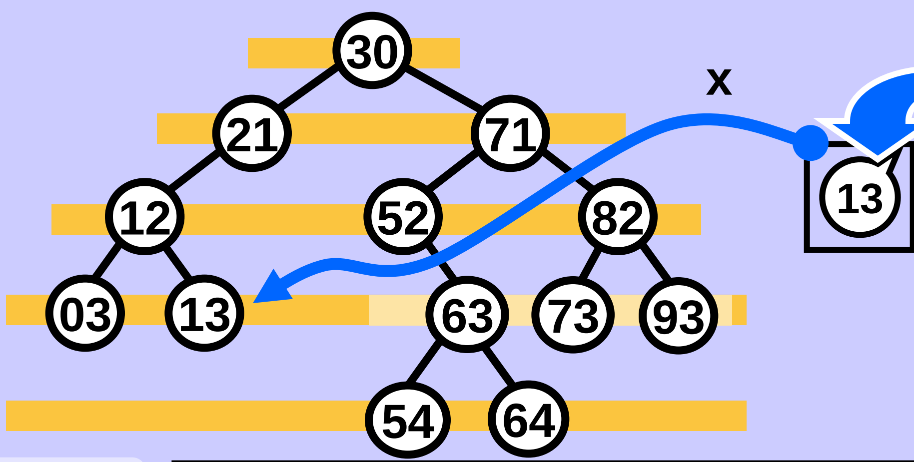
Výstup 30 21 71 12 52 82 03

1. x = Odeber(), tisk (x.key).



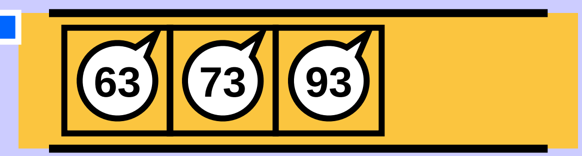
2. Vlož(x.left), vlož(x.right). *)



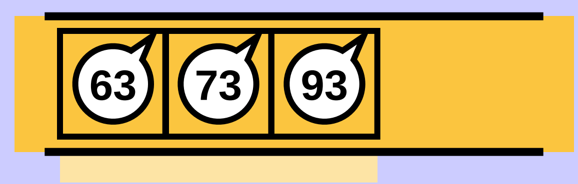


Výstup 30 21 71 12 52 82 03 13

1. x = Odeber(), tisk(x.key).

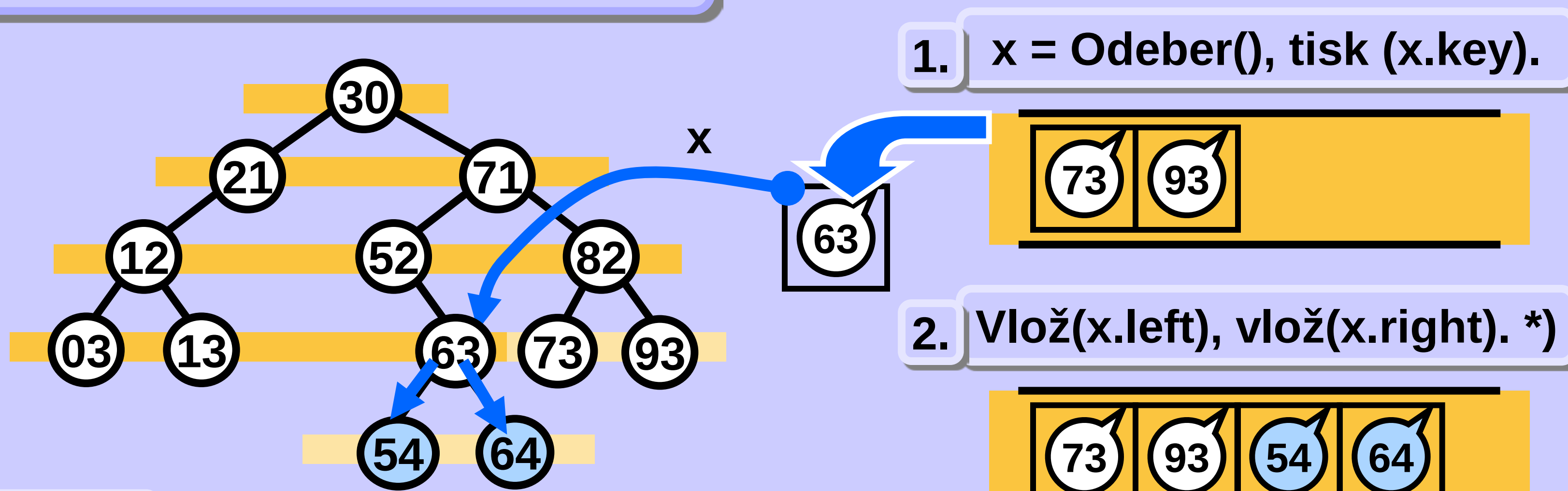


2. Vlož(x.left), vlož(x.right). *)

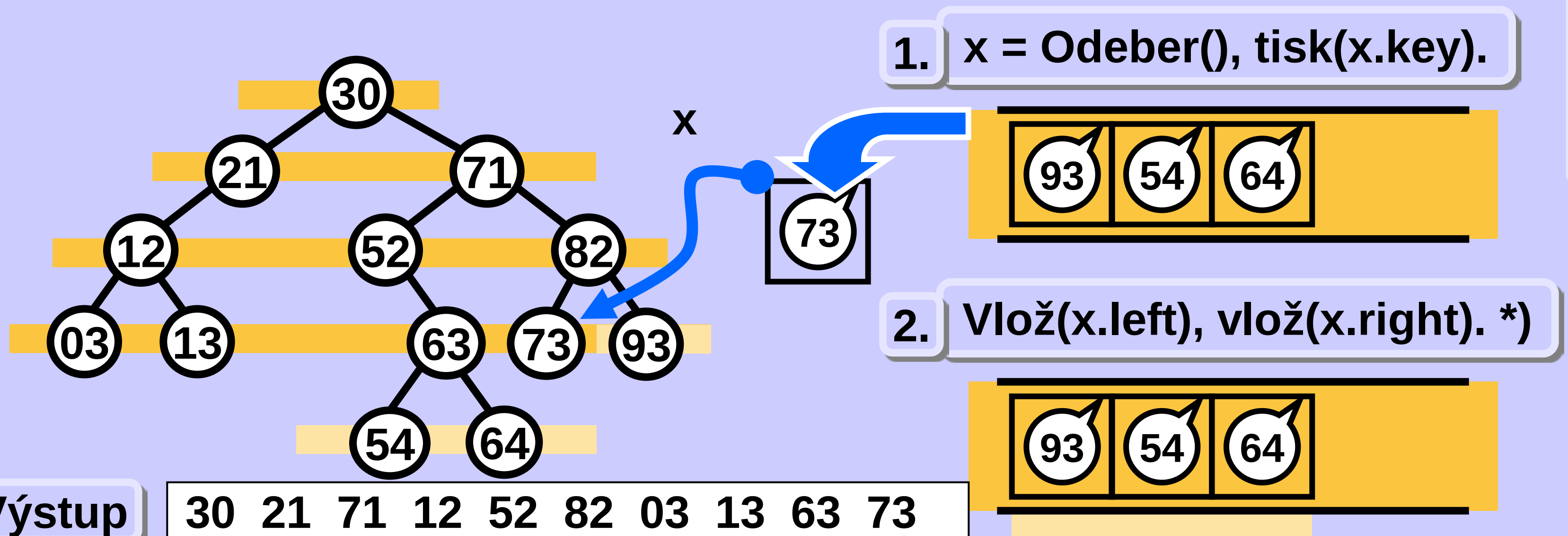


*) pokud existuje

Průchod stromem do šířky



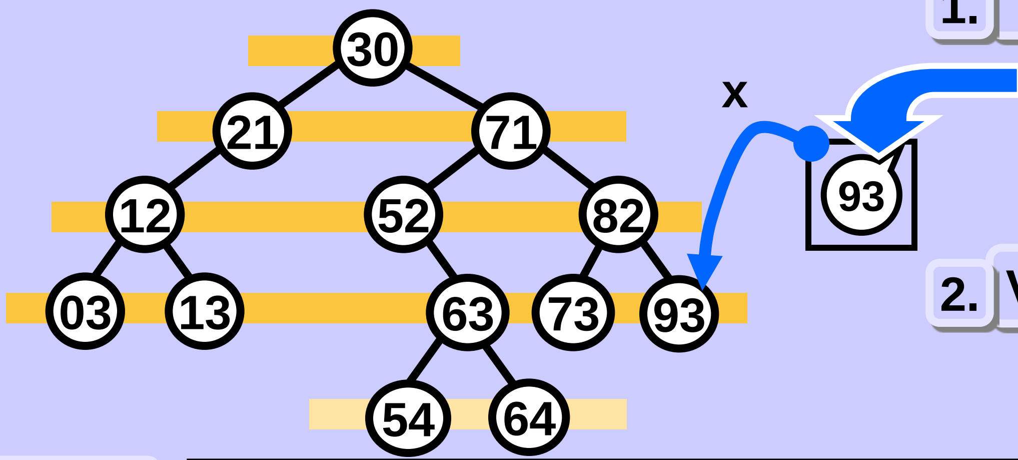
Výstup 30 21 71 12 52 82 03 13 63



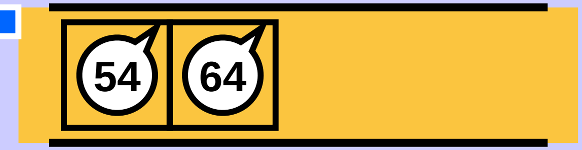
Výstup 30 21 71 12 52 82 03 13 63 73

*) pokud existuje

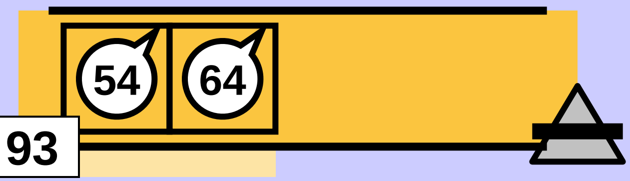
Průchod stromem do šířky



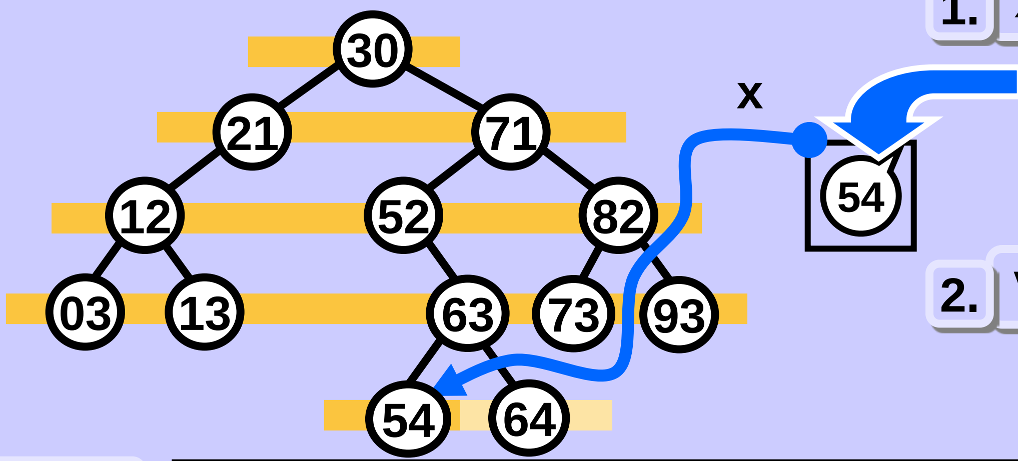
1. x = Odeber(), tisk (x.key).



2. Vlož(x.left), vlož(x.right). *)



Výstup 30 21 71 12 52 82 03 13 63 73 93



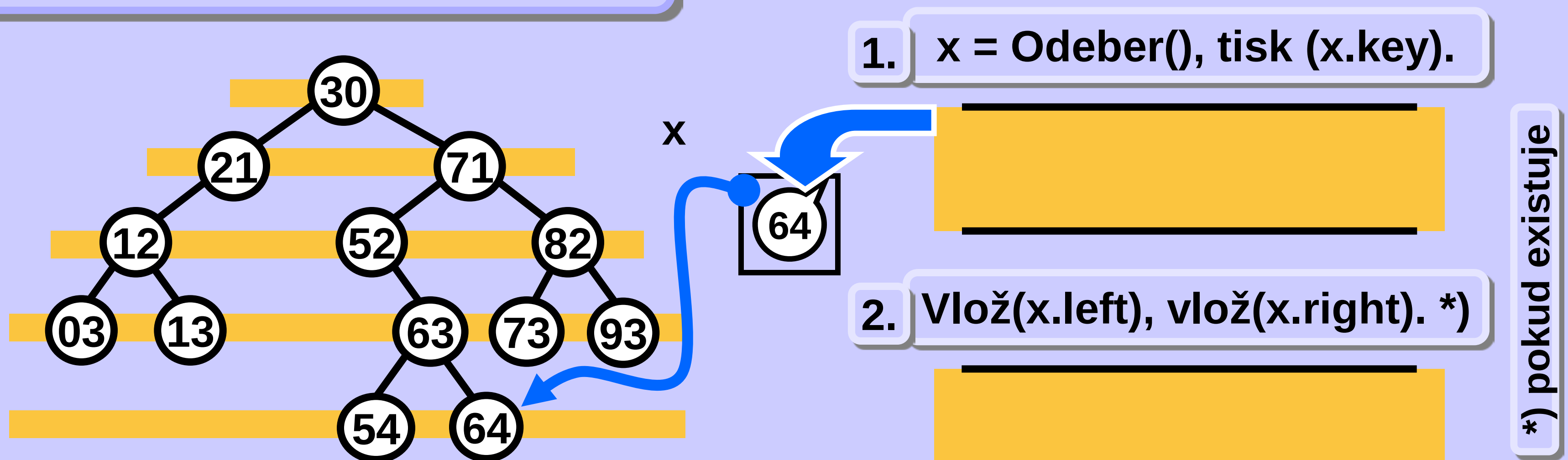
1. x = Odeber(), tisk(x.key).

2. Vlož(x.left), vlož(x.right). *)

Výstup 30 21 71 12 52 82 03 13 63 73 93 54

*) pokud existuje

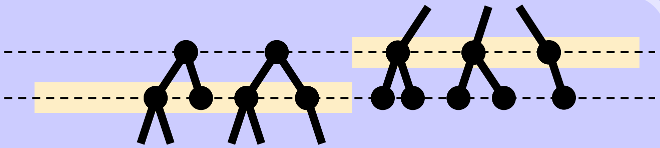
Průchod stromem do šířky



Výstup 30 21 71 12 52 82 03 13 63 73 93 54 64

Fronta je prázdná, průchod stromem končí.

V neprázdné frontě jsou vždy právě
-- některé (třeba všechny) uzly jednoho patra
-- a všichni potomci těch uzlů tohoto patra, které už nejsou ve frontě.



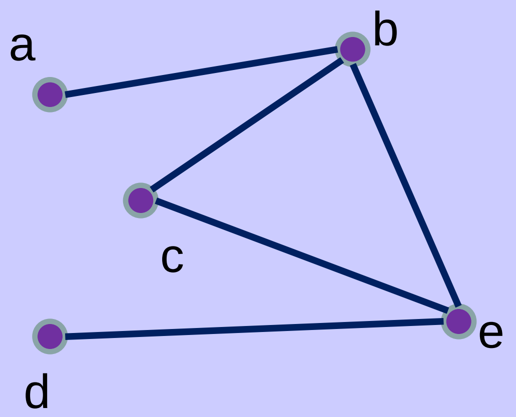
Někdy jsou ve frontě přesně všechny uzly jednoho patra. Viz výše.

Průchod stromem do šířky

```
void listBreadth (Node node) {
    if (node == null) return;
    Queue q = new Queue();              // init
    q.Enqueue(node);                    // root into queue
    while (!q.Empty()) {
        node = q.Dequeue();
        print(node.key);                // process node
        if (node.left  != null) q.Enqueue(node.left);
        if (node.right != null) q.Enqueue(node.right);
    }
}
```

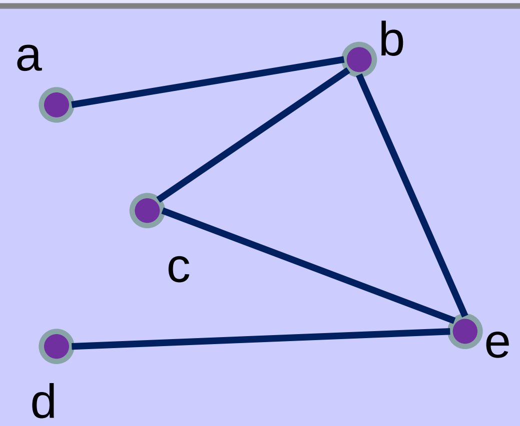
Grafy

- **graf je uspořádaná dvojice**
  - o **množiny vrcholů** $\mathcal{V}$ **a**
  - o **množiny hran** $\mathcal{E}$
- $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$
- **příklad:**
  - **V = {a, b, c, d, e}**
  - **E = {{a,b},{b,e},{b,c},**
    {c,e},{e,d}}

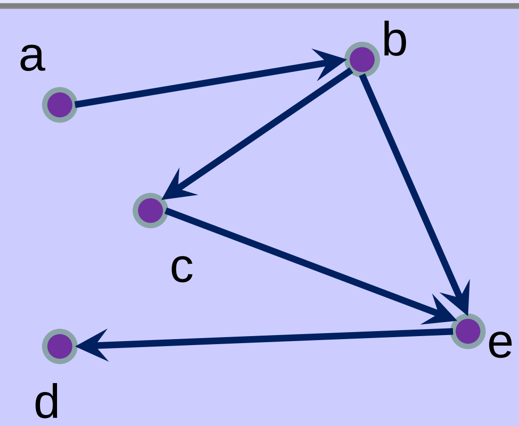


Grafy - orientovanost

- **neorientovaný graf**
  - o **hrana je <u>neuspořádaná</u> dvojice vrcholů**
- **E = {{a,b},{b,e},{b,c}, {c,e},{e,d}}**



- **orientovaný graf**
  - o **hrana je <u>uspořádaná</u> dvojice vrcholů**
- **E = {(a,b),(b,e),(b,c), (c,e),(e,d)}**



Grafy – matice sousednosti

- Nechť $G = (V, E)$ je graf s n vrcholy
- Označme vrcholy $v_1, \ldots, v_n$ (v nějakém libovolném pořadí)
- Matice sousednosti grafu G je čtvercová matice

$$A_G = (a_{i,j})_{i,j=1}^{n}$$

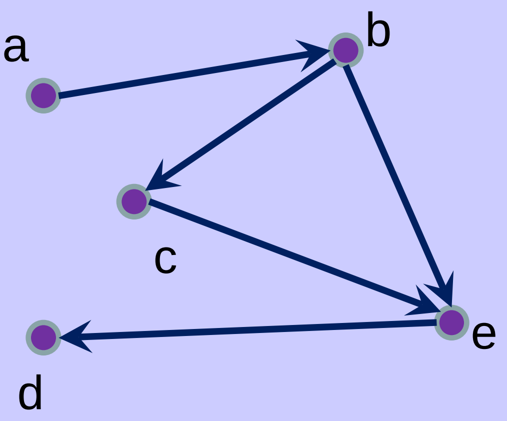
definovaná předpisem

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1 & pro\ \{v_i, v_j\} \in E \\ 0 & jinak \end{cases}$$

Grafy – matice sousednosti

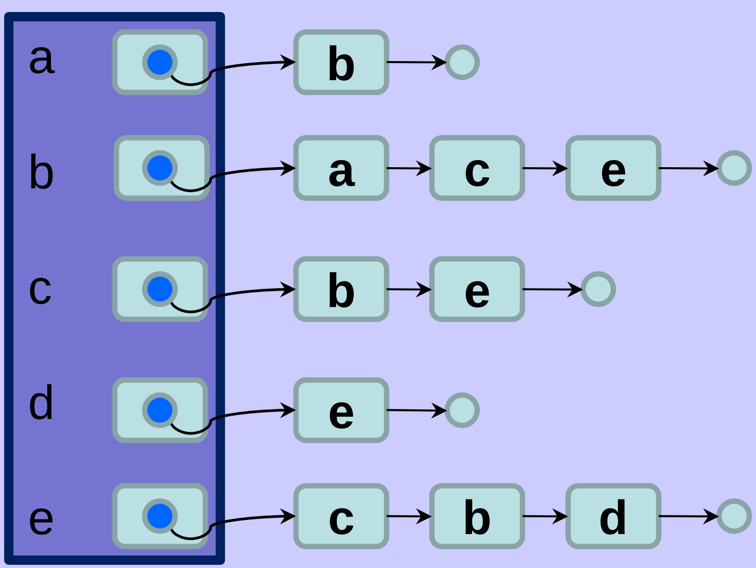
- **pro orientovany graf**

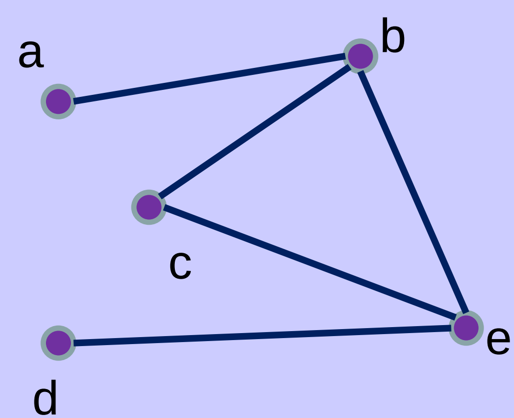
	a	**b**	**c**	**d**	**e**
a	0	1	0	0	0
b	0	0	1	0	1
c	0	0	0	0	1
d	0	0	0	0	0
e	0	0	0	1	0



Grafy – seznam sousedů

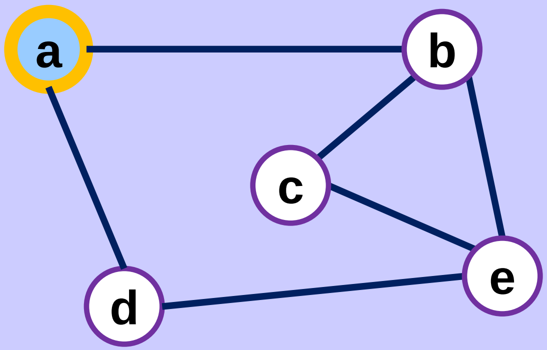
- Nechť $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ je (ne)orientovaný graf s n vrcholy
- Označme vrcholy $v_1, \ldots, v_n$ (v nějakém libovolném pořadí)
- <u>Seznam sousedů grafu</u> $\mathcal{G}$ je pole $\mathcal{P}$ ukazatelů velikosti n
  - kde $\mathcal{P}[i]$ ukazuje na spojový seznam vrcholů, se kterými je vrchol v_i spojen hranou





Průchod grafem do hloubky

Inicializace



Vytvoř prázdný zásobník

Do zásobníku vlož počáteční uzel

Výstup

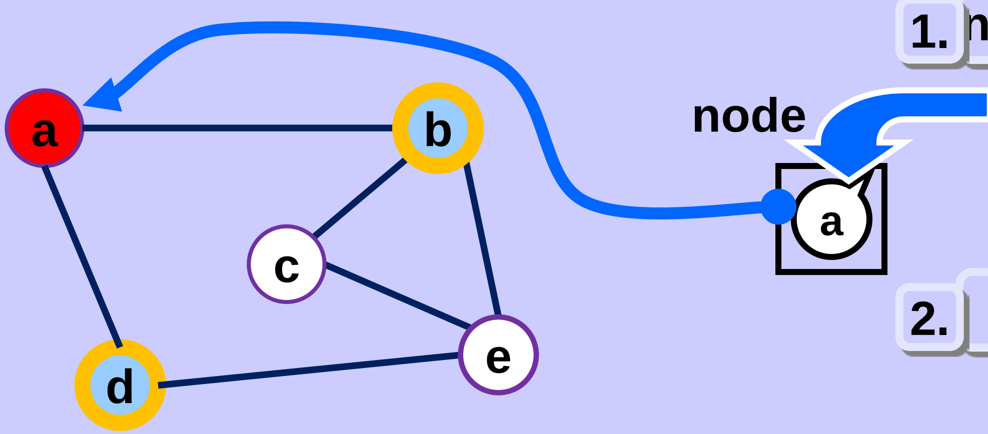
Vrchol

Hlavní cyklus

Dokud není zásobník prázdný, opakuj:

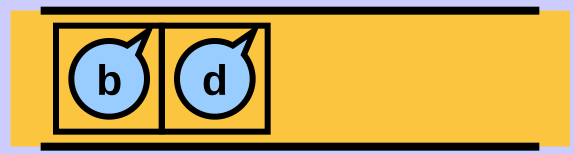
1. Odeber první uzel za zásobníku a zpracuj ho.
2. Do zásobníku vlož jeho sousedy, pokud existují.

Průchod grafem do hloubky

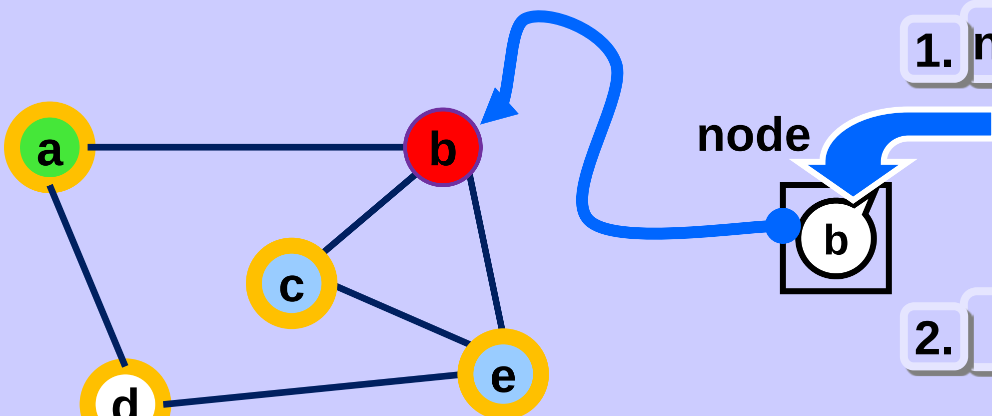


1. node = Pop(), print (node.key).

2. Push(node.Neighbors()).

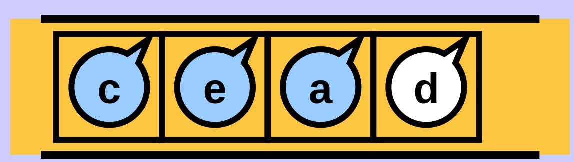


Výstup a



1. node = Pop(), print(node.key).

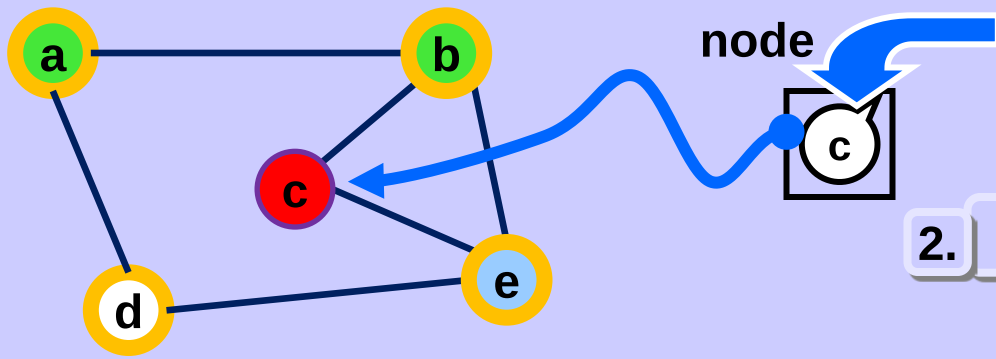
2. Push(node.Neighbors()).

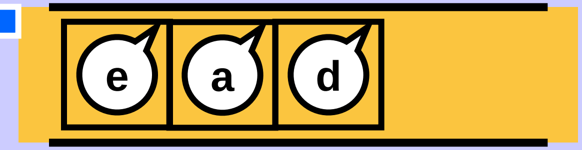


Výstup a b

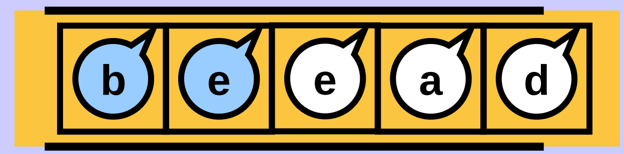
Průchod grafem do hloubky

1. node = Pop(), print(node.key).





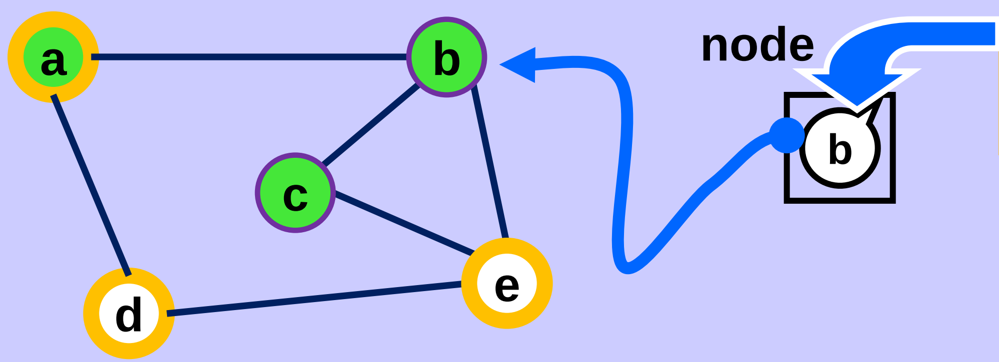
2. Push(node.Neighbors()).

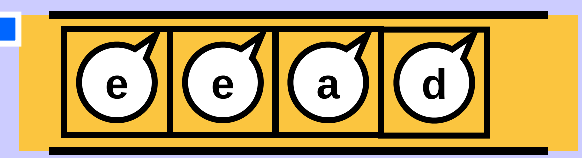


Výstup a b c

---

1. node = Pop().

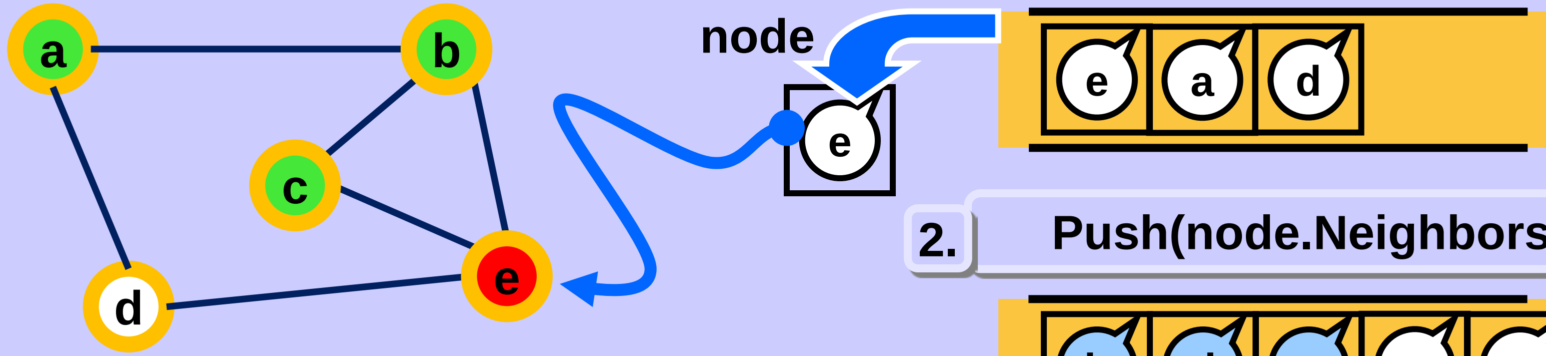




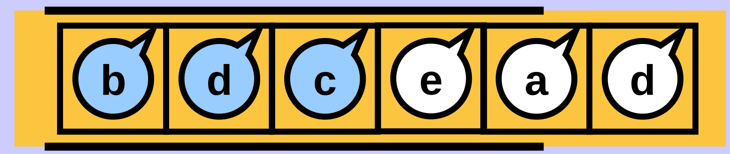
Výstup a b c

Průchod grafem do hloubky

1. node = Pop(), print(node.key).

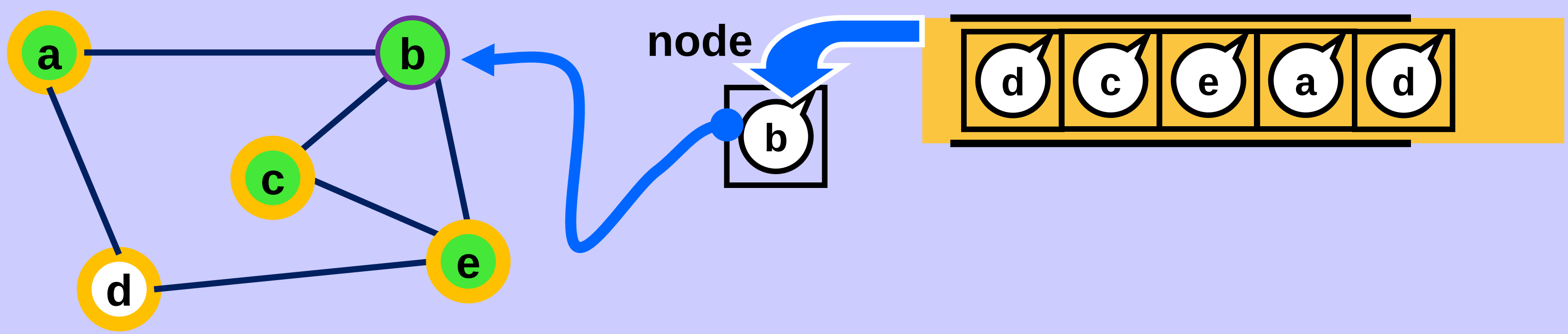


2. Push(node.Neighbors()).



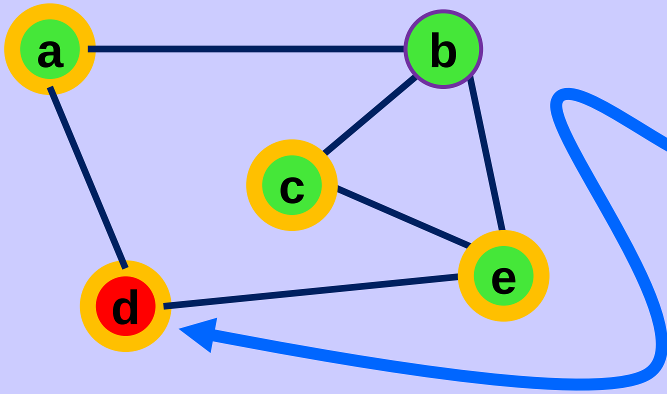
Výstup a b c e

1. node = Pop().

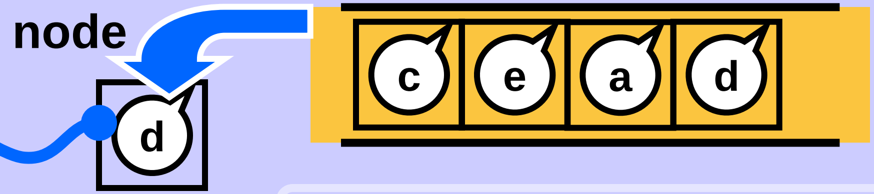


Výstup a b c e

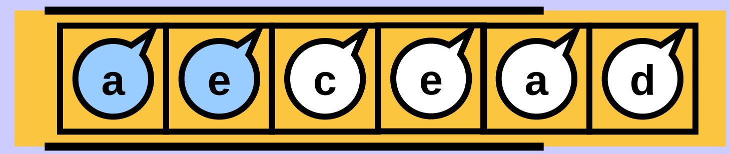
Průchod grafem do hloubky



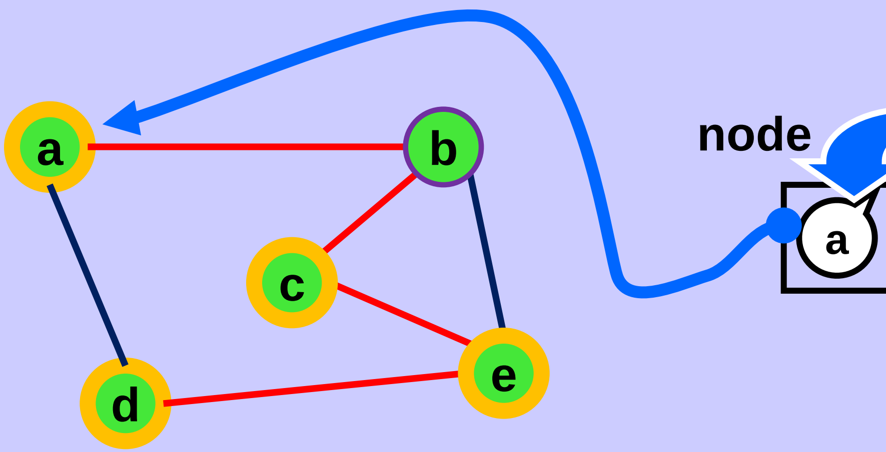
1. node = Pop(), print(node.key).



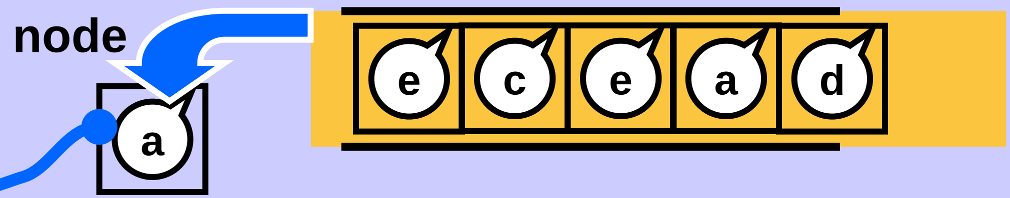
2. Push(node.Neighbors()).



Výstup a b c e d



1. node = Pop().



…. Pop()…. Pop()
KONEC

Výstup a b c e d

Průchod grafem do hloubky

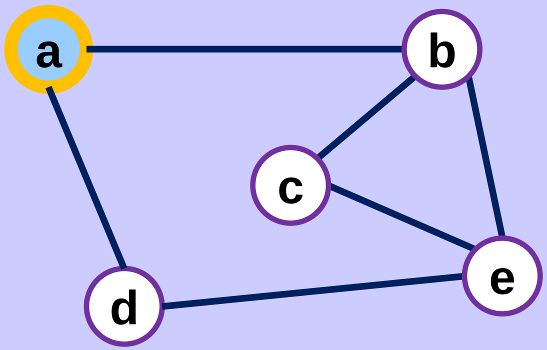
```
void graphDepth (Node startNode) {
    Set   visited = new Set();
    Stack s = new Stack ();         // init
    s.Push(startNode);              // startNode into stack
    while (!s.Empty()) {
        node = s.Pop();
        if (node not in visited) {
            visited.add(node);
            print(node.key);        // process node
            forall x in node.Neighbors()
              s.Push(x);
        }
    }
}
```

Průchod grafem do hloubky – urychlení

```
void graphDepth2 (Node startNode) {
    Set   touched = new Set();
    Stack s = new Stack();            // init
    s.Push(startNode);                // startNode into stack
    touched.add(startNode);
    while (!s.Empty()) {
        node = s.Pop();
        print(node.key);         // process node
        forall x in node.Neighbors()
            if (x not in touched) {
                s.Push(x);
                touched.add(node);
            }
    }
}
```

Průchod grafem do šířky

Inicializace



Vytvoř prázdnou frontu

Do fronty vlož počáteční uzel

Čelo Konec

Výstup

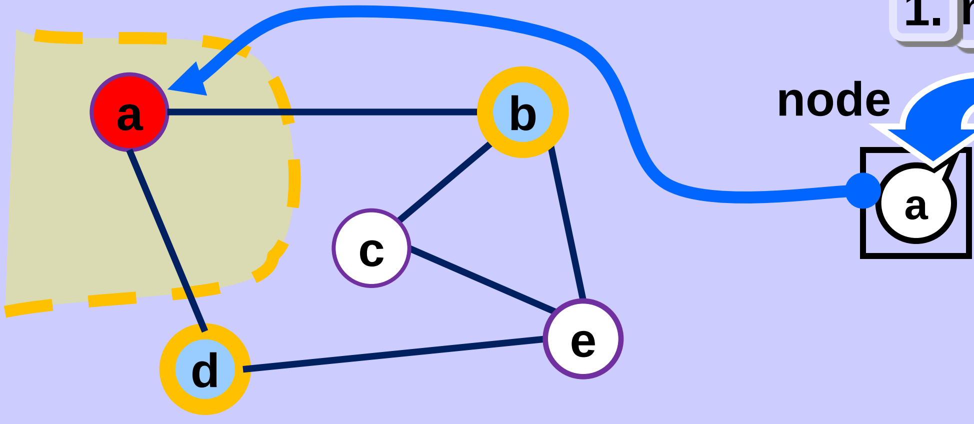
Hlavní cyklus

Dokud není fronta prázdná, opakuj:

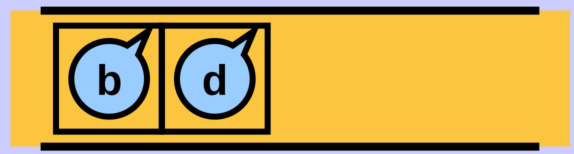
1. Odeber poslední uzel z fronty a zpracuj ho.
2. Do fronty vlož jeho sousedy, pokud existují.

Průchod grafem do šířky

1. **node = Dequeue(), print (node.key).**



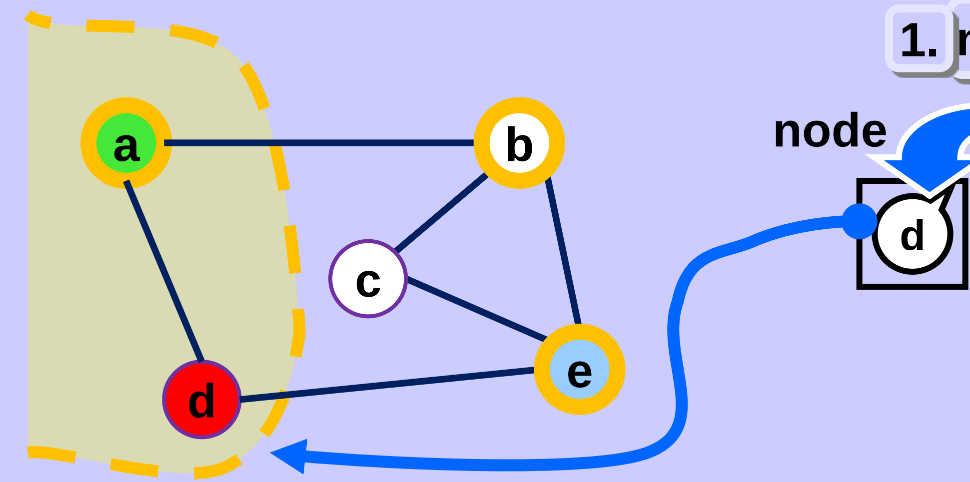
2. **Enqueue(node.Neighbors()).**



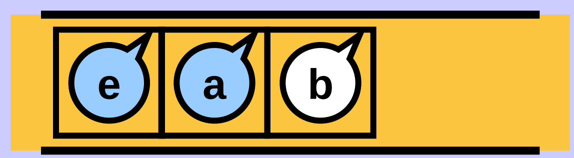
Výstup a

---

1. **node = Dequeue(), print (node.key).**



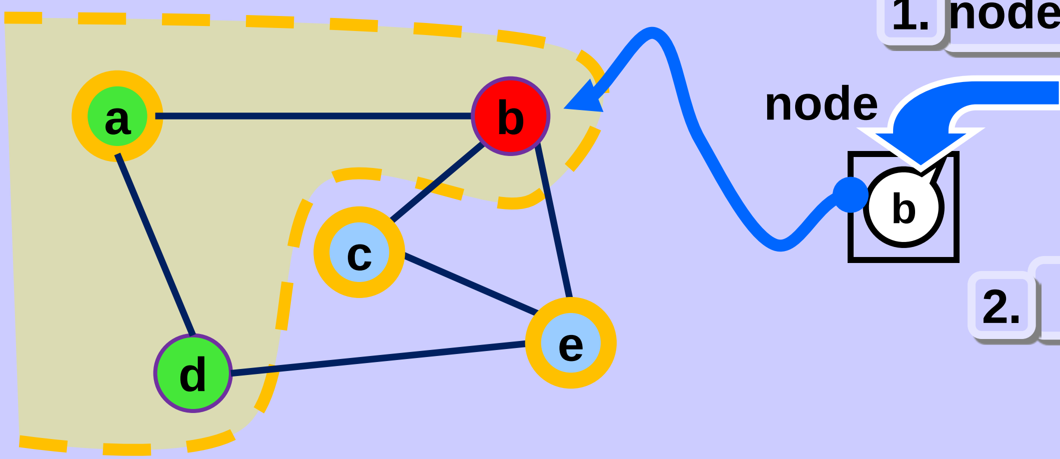
2. **Enqueue(node.Neighbors()).**

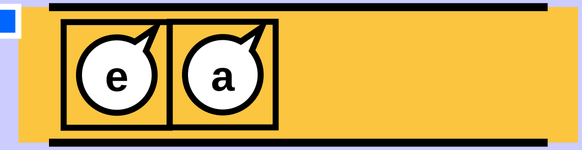


Výstup a d

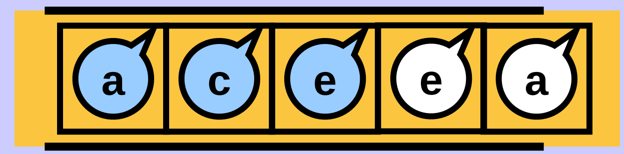
Průchod grafem do šířky

1. node = Dequeue(), print (node.key).





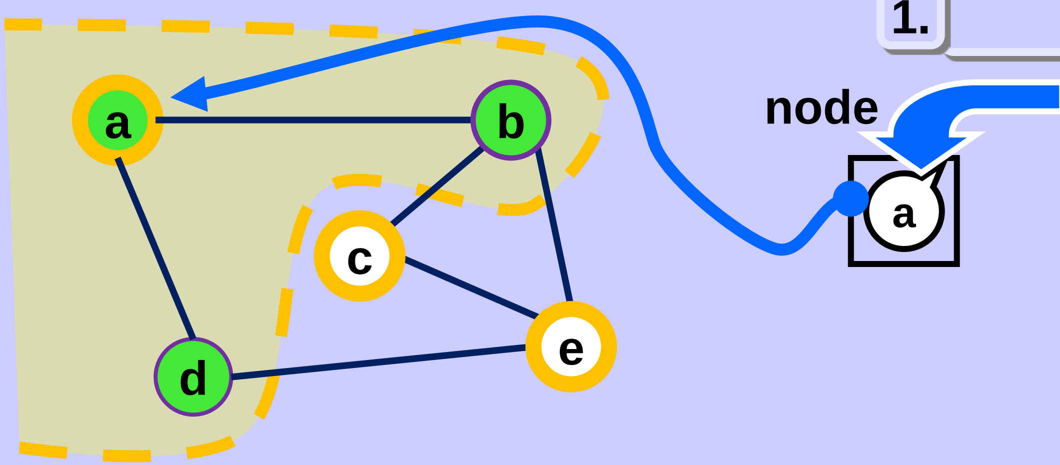
2. Enqueue(node.Neighbors()).

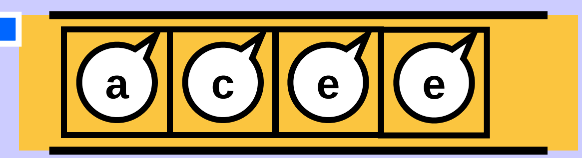


Výstup	a d b

---

1. node = Dequeue().

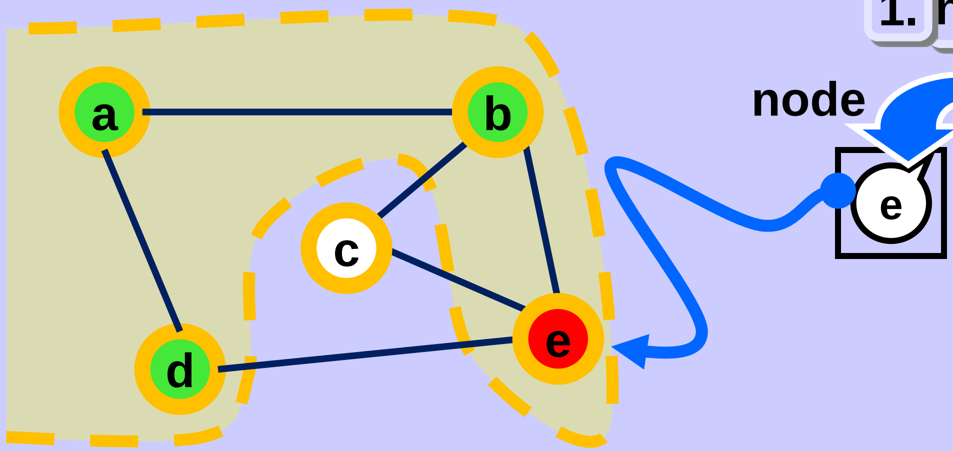


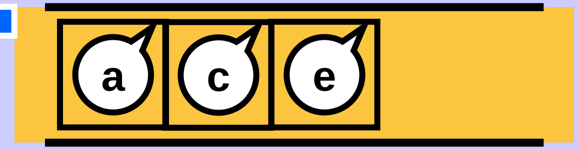


Výstup	a d b

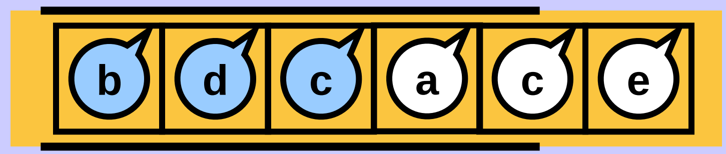
Průchod grafem do šířky

1. node = Dequeue(), print (node.key).





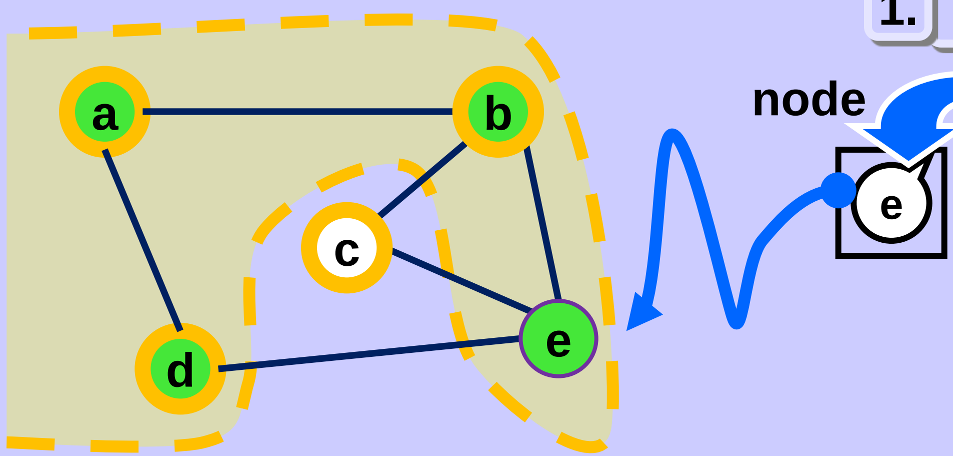
2. Enqueue(node.Neighbors()).

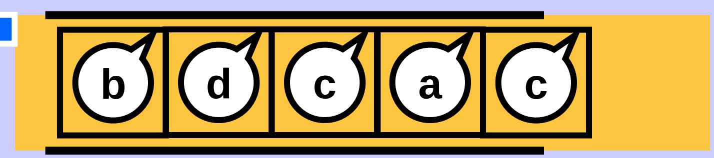


Výstup a d b e

---

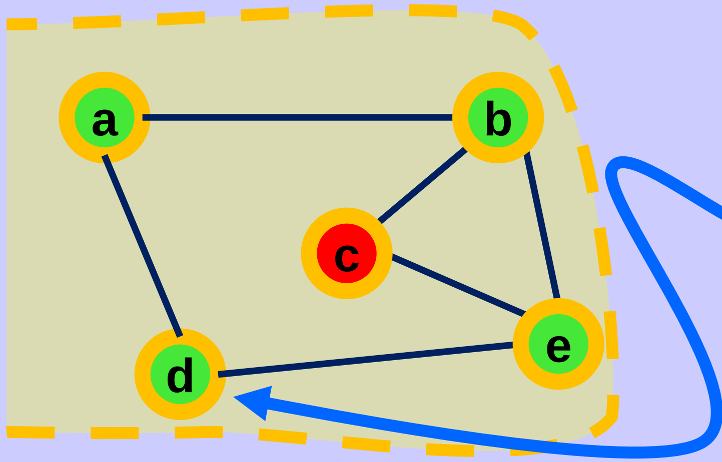
1. node = Dequeue().



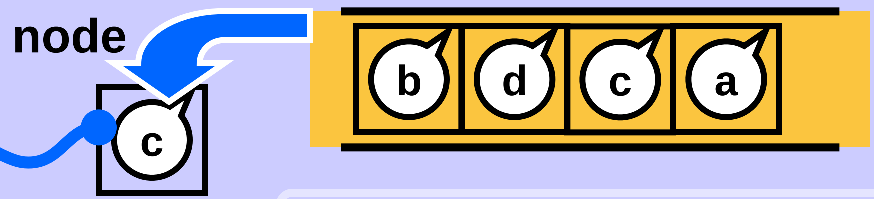


Výstup a d b e

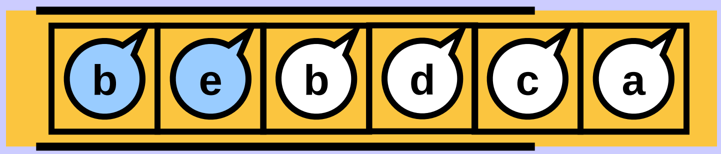
Průchod grafem do šířky



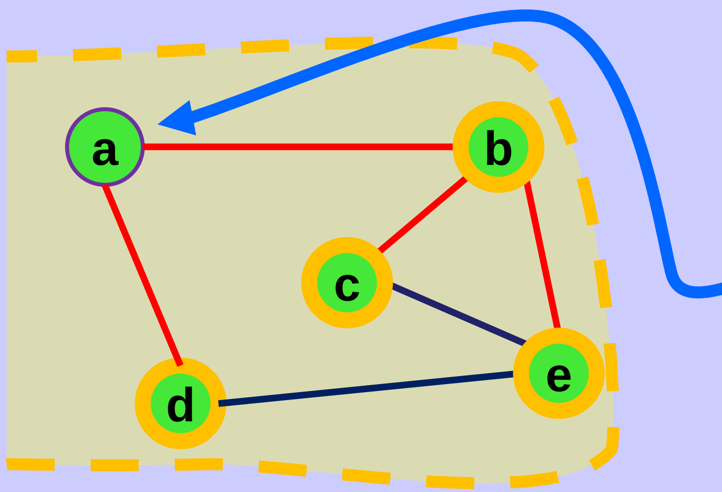
1. node = Dequeue(), print (node.key).



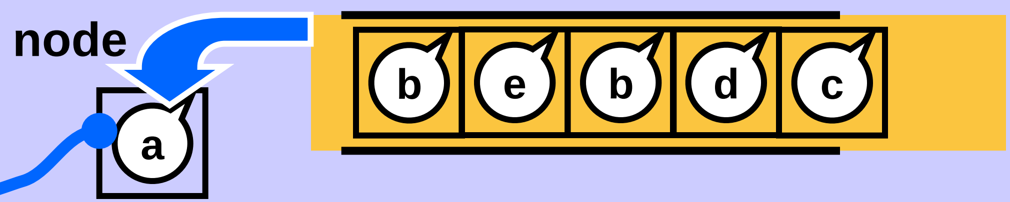
2. Enqueue(node.Neighbors()).



Výstup a d b e c



1. node = Dequeue().



Výstup a d b e c

…. Dequeue()…. Dequeue()
KONEC

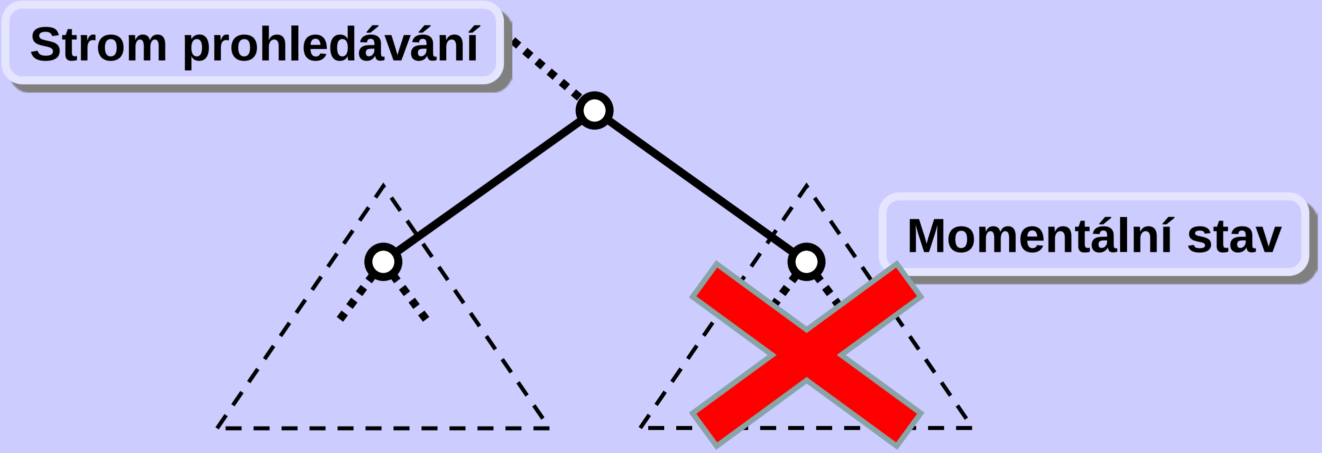
Průchod grafem do šířky

```
void graphBreadth (Node startNode) {
    Set   visited = new Set();
    Queue q = new Queue ();        // init
    q.Enqueue(startNode);          // startNode into queue
    while (!q.Empty()) {
        node = q.Dequeue();
        if (node not in visited) {
            visited.add(node);
            print(node.key);       // process node
            forall x in node.Neighbors()
              q.Enqueue(x);
        }
    }
```

Ořezávání

- **Urychlení prohledávání**
- **Ořezávání neperspektivních větví**
- **Pokud jsme schopni na základě vyhodnocení momentálního stavu zjistit,**
  - **že je to stav neperspektivní a**
  - **že rozhodně nepovede k řešení úlohy**

  - **„odřízneme“ ze stromu celý podstrom momentálního stavu**



Příklad ořezávání – magický čtverec

- **Magický čtverec řádu $\mathcal{N}$**
  - o **čtvercové schéma čísel velikost** $\mathcal{N} x \mathcal{N}$
  - o **obsahuje právě jednou každé celé číslo od** 1 **do** $\mathcal{N}^2$
  - o **součet čísle ve všech řádcích a ve všech sloupcích stejný**
- **Příklad**

2	9	4
7	5	3
6	1	8

- **Triviální řešení: generování všech možných rozmístění čísel od** 1 **do** $\mathcal{N}^2$
- **Ořezávání: kdykoliv je součet na řádku neperspektivní**
  - o **součet všech čísel čtverce je** $\frac{1}{2} \mathcal{N}^2 (\mathcal{N}^2+1)$
  - o **součet čísel na řádku je** $\frac{1}{2} \mathcal{N} (\mathcal{N}^2+1)$

Heuristiky

- <u>Heuristika</u> je návod, který nám říká, jaký postup řešení úlohy vede obvykle k rychlému dosažení výsledku.
- Nezaručuje vždy zrychlení výpočtu.
- Heuristika se používá pro stanovení pořadí,
  - v jakém se zkoumají možné průchody stromem/grafem

- Příklad: úloha projít šachovým koněm celou šachovnici $N \times N$
- účinná heuristika: nejprve se navštíví ta dosud nenavštívená pole, z nichž bude nejméně možností dalšího bezprostředního pokračování cesty koně.
- urychlení na šachovnici 8×8 až stotisíckrát.