

# SLAM - Současná Lokalizace A Mapování

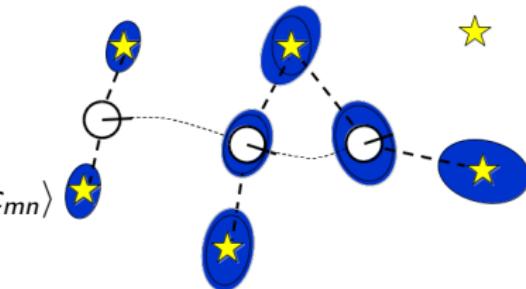
Miroslav Kulich

Intelligent and Mobile Robotics Group  
Gerstner Laboratory for Intelligent Decision Making and Control  
Czech Technical University in Prague

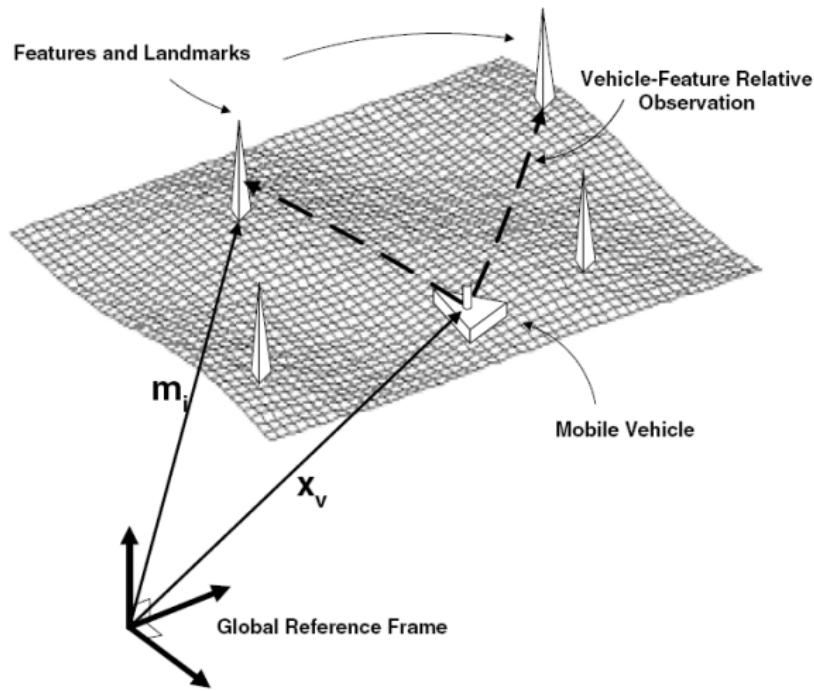
27/02/2014

# SLAM - Současná Lokalizace A Mapování

- Úloha stavby modelu prostředí, zatímco se současně určuje pozice robotu relativně k takto budovanému modelu.
- O hodně těžší než samostatná lokalizace nebo mapování.
- Problém slepice a vejce: k lokalizaci potřebujeme mapu × znalost pozice je nutná ke stavbě mapy.
- Mějme: řízení robotu, senzorická měření.
- Odhadujeme: mapu (příznakovou, mřížka obsazenosti), cestu robotu.
- Stav:  $\langle x, y, \theta, map \rangle$
- Mapa:
  - Příznaková:  $\langle l_1, l_2, \dots, l_n \rangle$
  - Grid:  $\langle c_{11}, c_{12}, \dots, c_{1n}, \dots, c_{mn} \rangle$

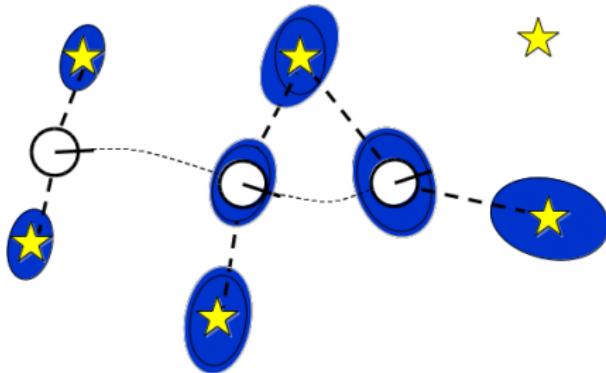


# Struktura SLAM pro příznakovou mapu



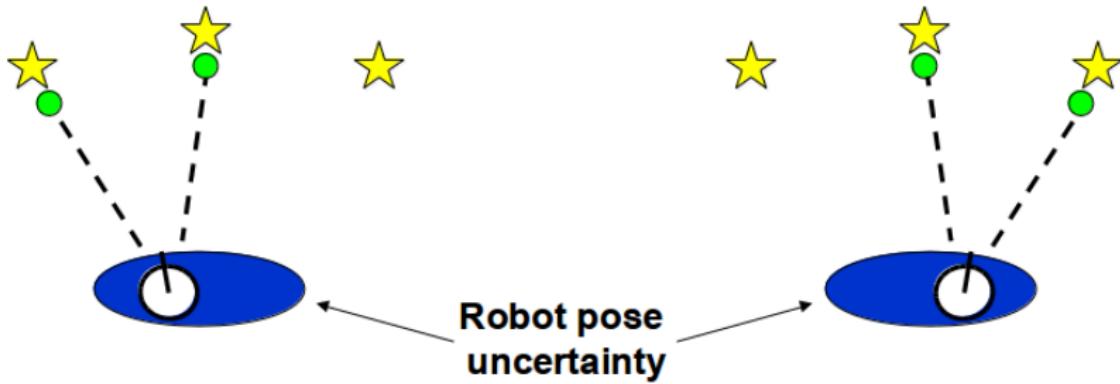
# Proč je SLAM těžký problém?

- **SLAM:** cesta robotu a map jsou oboje **neznámé!**



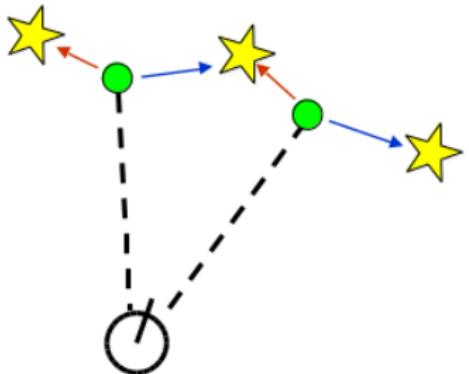
- Chyba v určení pozice koresponduje s chybami v mapě.

# Proč je SLAM těžký problém?



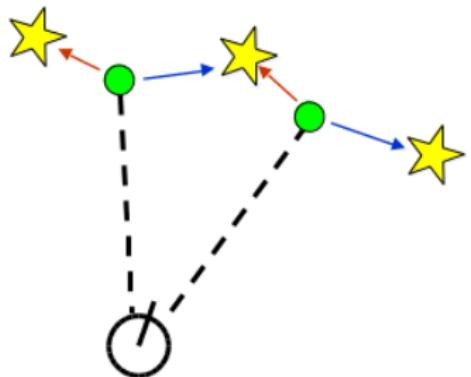
- V reálném světě je korespondence mezi měřením a ladmarkem neznámá (musíme ji určit).
- Určení špatné asociace může mít katastrofické následky.
- Chyba určení pozice souvisí se správným určením asociace.

## Problém určení asociací



- Asociace dat spočívá v přiřazení pozorování ladmarkům.
- Obecně existuje pro  $n$  měření a  $m$  landmarků **???** možných přiřazení.
- "Data association" nebo "assignment problem"

# Problém určení asociací

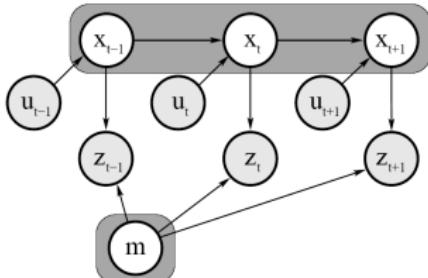


- Asociace dat spočívá v přiřazení pozorování ladmarkům.
- Obecně existuje pro  $n$  měření a  $m$  landmarků  $\binom{m}{n}$  možných přiřazení.
- "Data association" nebo "assignment problem"

# SLAM

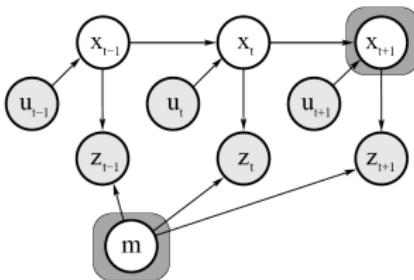
## Full SLAM

- Odhad celé cesty a mapy
- $p(x_{1:t}, m | z_{1:t}, u_{1:t})$



## Online SLAM

- item Odhad aktuální pozice a mapy
- $$p(x_t, m | z_{1:t}, u_{1:t}) = \int \int \dots \int p(x_{1:t}, m | z_{1:t}, u_{1:t}) dx_1 dx_2 \dots dx_{t-1}$$
- Integrace se typicky provádí vždy jedna v čase



# Techniky generování konzistentní mapy

- Scan matching
- EKF-SLAM
- Fast-SLAM
- Pravděpodobnostní mapování s jednou mapou a posterior pozic
- Graph-SLAM
- Sparse Extended Information Filters (SEIFs)
- RAT-SLAM, ...

# Scan matching

- Maximalizace víry v  $i$ -tou pozici a v mapu relativně k  $(i - 1)$ -té pozici a mapě.

$$\hat{x}_t = \arg \max_{x_t} \left\{ p(z_t | x_t, \hat{m}^{[t-1]}) p(x_t | u_{t-1}, \hat{x}_{t-1}) \right\}$$

- Vytvářej mapu  $\hat{m}^{[t]}$  mapováním se známou pozicí s tím, že známe pozice a pozorování.

## EKF-SLAM

- Příznaková mapa (počet landmarků < 1000)

- Stav:

$$s_t = (x_t, m)^T = (x, y, \theta, l_{1,x}, l_{1,y}, l_{2,x}, l_{2,y}, \dots, l_{n,x}, l_{n,y}, )^T$$

- Předpokládáme znalost asociace
- Uvažuje se pouze pozitivní informace
- PDF je reprezentována hodně-dimenzionálním Gausiánem (3+2n)

$$Bel(x_t, m_t) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \\ l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_n \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{x\theta} & \sigma_{xl_1} & \sigma_{xl_2} & \dots & \sigma_{xl_n} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 & \sigma_{y\theta} & \sigma_{yl_1} & \sigma_{yl_2} & \dots & \sigma_{yl_n} \\ \sigma_{x\theta} & \sigma_{y\theta} & \sigma_\theta^2 & \sigma_{\theta l_1} & \sigma_{\theta l_2} & \dots & \sigma_{\theta l_n} \\ \sigma_{xl_1} & \sigma_{yl_1} & \sigma_{\theta l_1} & \sigma_{l_1}^2 & \sigma_{l_1 l_2} & \dots & \sigma_{l_1 l_n} \\ \sigma_{xl_2} & \sigma_{yl_2} & \sigma_{\theta l_2} & \sigma_{l_1 l_2} & \sigma_{l_2}^2 & \dots & \sigma_{l_2 l_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \sigma_{xl_n} & \sigma_{yl_n} & \sigma_{\theta l_n} & \sigma_{l_n l_1} & \sigma_{l_n l_2} & \dots & \sigma_{l_n}^2 \end{pmatrix}$$

- Matice  $K$  (zesílení) je/není? Řídká:

# EKF-SLAM

- Příznaková mapa (počet landmarků < 1000)

- Stav:

$$s_t = (x_t, m)^T = (x, y, \theta, l_{1,x}, l_{1,y}, l_{2,x}, l_{2,y}, \dots, l_{n,x}, l_{n,y}, )^T$$

- Předpokládáme znalost asociace

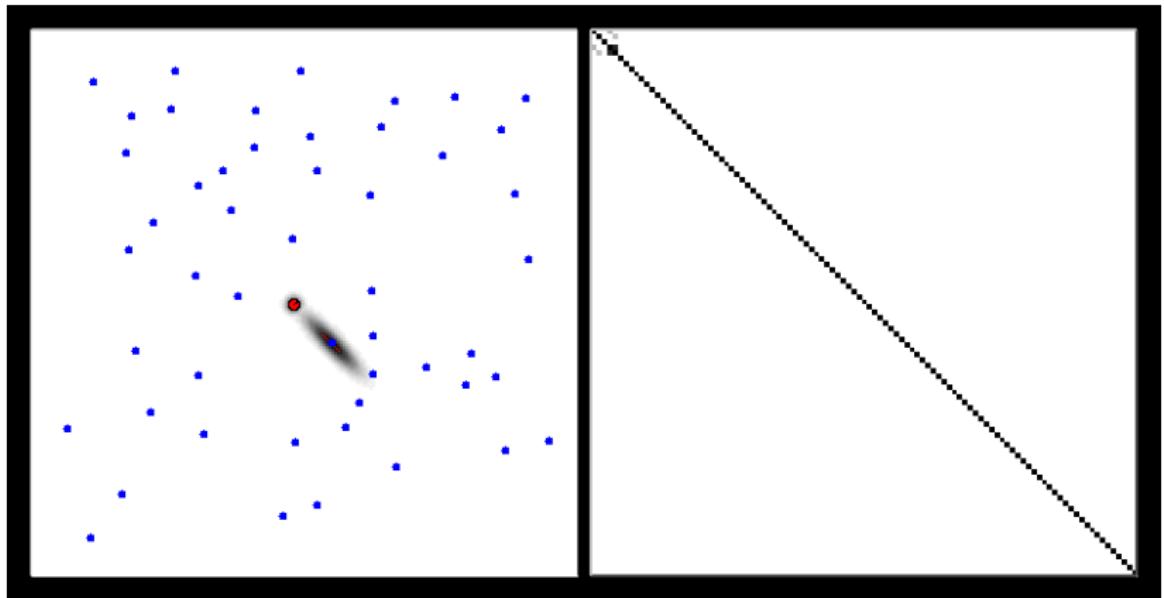
- Uvažuje se pouze pozitivní informace

- PDF je reprezentována hodně-dimenziionálním Gausiánem  
(3+2n)

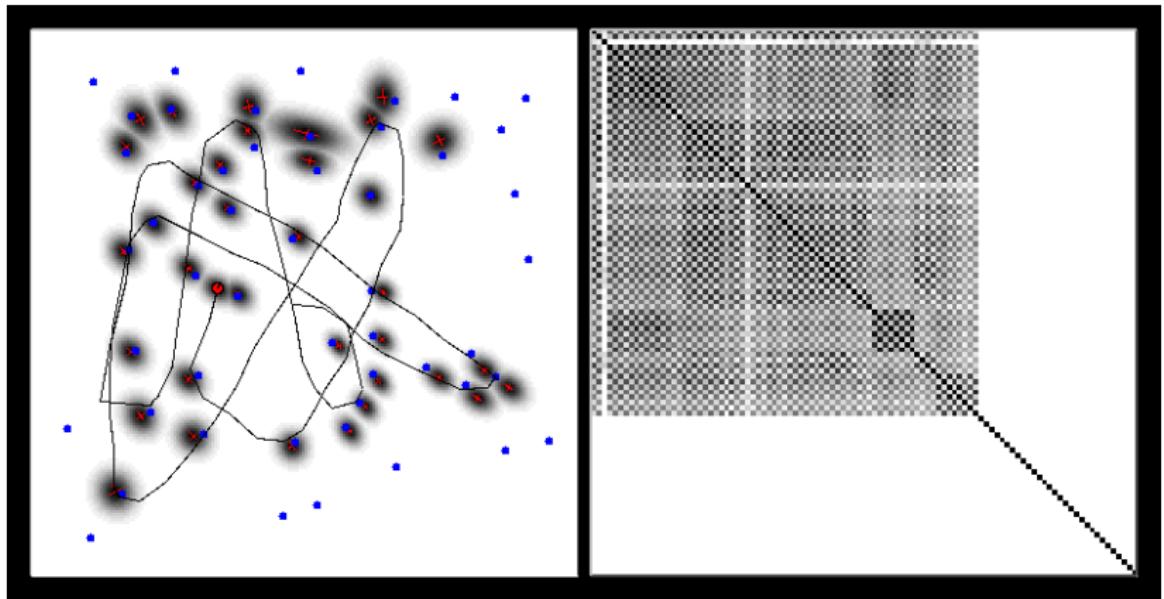
$$Bel(x_t, m_t) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \\ l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_n \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{x\theta} & \sigma_{xl_1} & \sigma_{xl_2} & \dots & \sigma_{xl_n} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 & \sigma_{y\theta} & \sigma_{yl_1} & \sigma_{yl_2} & \dots & \sigma_{yl_n} \\ \sigma_{x\theta} & \sigma_{y\theta} & \sigma_\theta^2 & \sigma_{\theta l_1} & \sigma_{\theta l_2} & \dots & \sigma_{\theta l_n} \\ \sigma_{xl_1} & \sigma_{yl_1} & \sigma_{\theta l_1} & \sigma_{l_1}^2 & \sigma_{l_1 l_2} & \dots & \sigma_{l_1 l_n} \\ \sigma_{xl_2} & \sigma_{yl_2} & \sigma_{\theta l_2} & \sigma_{l_1 l_2} & \sigma_{l_2}^2 & \dots & \sigma_{l_2 l_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \sigma_{xl_n} & \sigma_{yl_n} & \sigma_{\theta l_n} & \sigma_{l_n l_1} & \sigma_{l_n l_2} & \dots & \sigma_{l_n}^2 \end{pmatrix}$$

- Matice  $K$  (zesílení) není řídká: měření landmarku zlepšuje znalost o pozici landmarku i robotu.

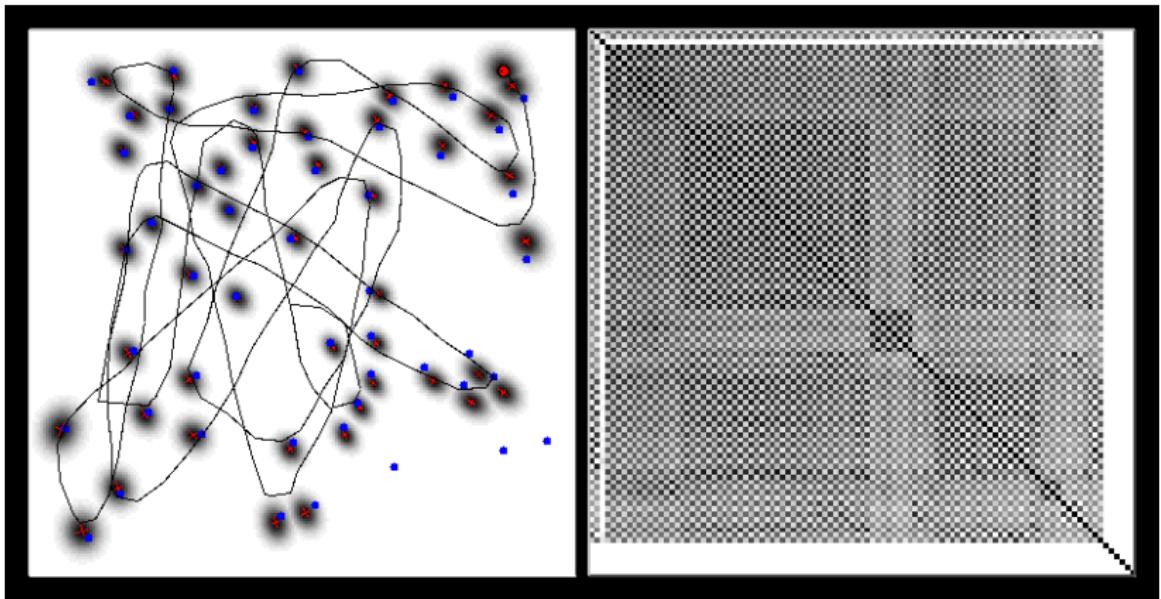
# EKF-SLAM



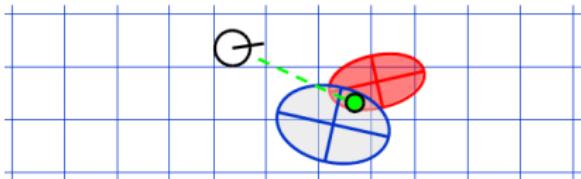
# EKF-SLAM



# EKF-SLAM

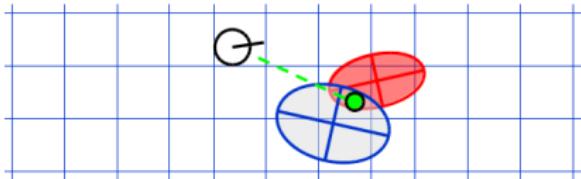


## Když asociace nejsou známy



Bylo pozorování generováno  
modrým nebo červeným  
landmarkem?

## Když asociace nejsou známy



Bylo pozorování generováno modrým nebo červeným landmarkem?

$$p(\text{observation} | \text{red}) = 0.3 \quad p(\text{observation} | \text{blue}) = 0.7$$

- Dva přístupy:
  - Vezmi nejpravděpodobnější možnost.
  - Vezmi náhodnou možnost váženě podle podmíněných pravděpodobností měření.
- Jestliže pravděpodobnost je příliš malá, generuj nový landmark.
- Každé měření je zpracováváno samostatně: jeden landmark může korespondovat s více měřeními.

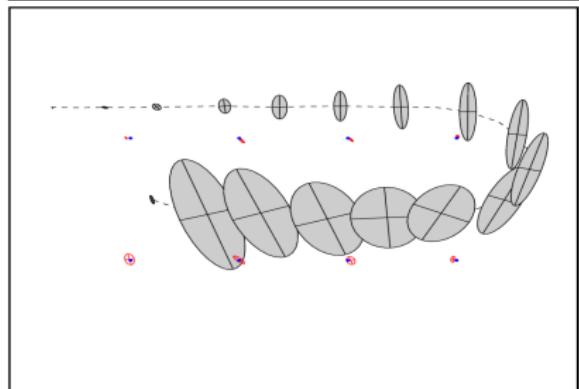
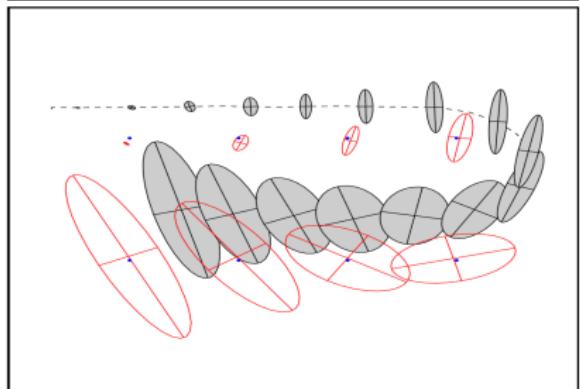
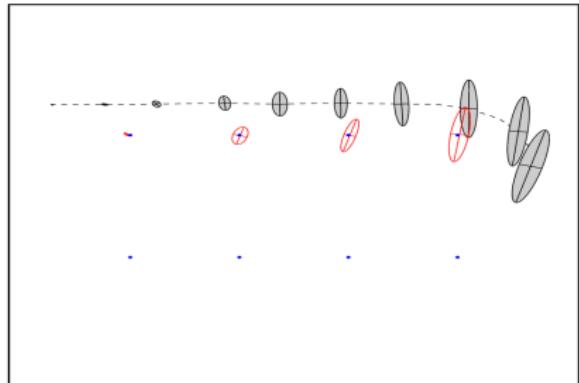
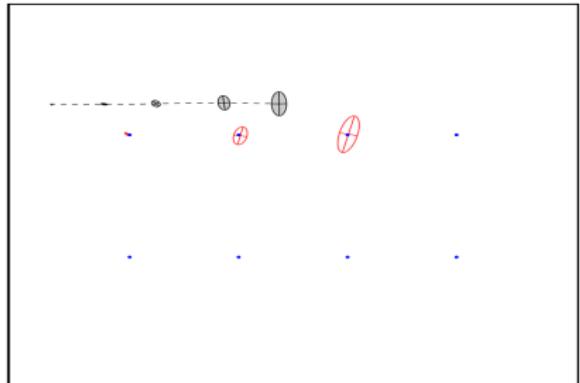
# EKF-SLAM

- EKF-SLAM je online: předchozí pozice jsou „schovány“ v kovarianční matici.
- Inicializace landmarků:
  - Do nuly:  $(0, 0, 0)$
  - Na první měření landmarku:

$$\begin{pmatrix} \mu_{j,x} \\ \mu_{j,y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_{t,x} \\ \mu_{t,y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_t^i \cos(\phi_t^i + \mu_{j,\phi}) \\ r_t^i \sin(\phi_t^i + \mu_{j,\phi}) \end{pmatrix}$$

- Senzory měřící pouze směr (kamera): integrace více měření.
- Filtrace chybných měření (outliers): provizorní seznam landmarků.
- Pravděpodobnost existence landmarku: poměr log odds
- Numerická nestabilita: inicializace odhadu nového landmarku.

# EKF-SLAM: příklad



# Lokalizace vs. SLAM

- Částicový filtr může být použit k řešení obou problémů.
- Lokalizace: stavový prostor  $\langle x, y, \theta \rangle$ .
- SLAM: stavový prostor  $\langle x, y, \theta, \text{mapa} \rangle$ .
  - pro mapy příznaků: mapa =  $\langle l_1, l_2, \dots, l_n \rangle$
  - pro mřížky: mapa =  $\langle c_{1,1}, c_{1,2}, \dots, c_{1,n}, c_{2,1}, \dots, c_{n,m} \rangle$

# Lokalizace vs. SLAM

- Částicový filtr může být použit k řešení obou problémů.
- Lokalizace: stavový prostor  $\langle x, y, \theta \rangle$ .
- SLAM: stavový prostor  $\langle x, y, \theta, \text{mapa} \rangle$ .
  - pro mapy příznaků: mapa =  $\langle l_1, l_2, \dots, l_n \rangle$
  - pro mřížky: mapa =  $\langle c_{1,1}, c_{1,2}, \dots, c_{1,n}, c_{2,1}, \dots, c_{n,m} \rangle$
- **Problém:** Počet částic reprezentujících posterior roste exponenciálně s dimenzí stavového prostoru!

# Závislosti

Jak omezit dimenze stavového prostoru

- Lze nalézt závislost mezi dimenzemi stavového prostoru?
- Pokud ano, jsme schopni tuto závislost použít k zjednodušení stavového prostoru?

# Závislosti

Jak omezit dimenzi stavového prostoru

- Lze nalézt závislost mezi dimenzemi stavového prostoru?
- Pokud ano, jsme schopni tuto závislost použít k zjednodušení stavového prostoru?
- V kontextu SLAMu
  - Mapa závisí na pozicích robotu.
  - Umíme stavět mapu, pokud jsou pozice známy.

## Rozklad posteriorní pravděpodobnosti (landmarky)

$$p(x_{1:t}, l_{1:m} | z_{1:t}, u_{0,t-1}) =$$
$$p(x_{1:t} | z_{1:t}, u_{0,t-1}) p(l_{1:m} | x_{1:t}, z_{1:t})$$

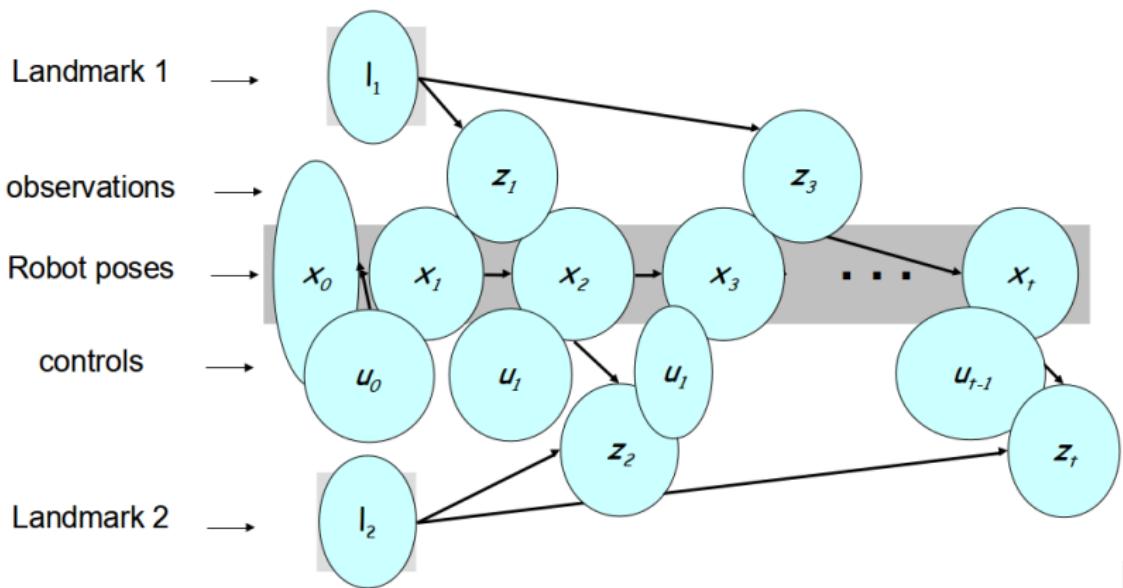
Pozice      Mapa      Měření      Akce

SLAM posterior      Posterior cesty      Pozice landmarků

Pomůže tento rozklad řešit náš problém?

Faktorizace byla představena v roce 1999 Robin Murphy.

# Mapování s landmarky



Díky znalosti pozice robotu se pozice landmarků stávají na sobě nezávislými!

## Rozklad posteriorní pravděpodobnosti

$$\begin{aligned} p(x_{1:t}, l_{1:m} | z_{1:t}, u_{0,t-1}) \\ &= p(x_{1:t} | z_{1:t}, u_{0,t-1}) p(l_{1:m} | x_{1:t}, z_{1:t}) \\ &= p(x_{1:t} | z_{1:t}, u_{0,t-1}) \prod_{i=1}^m p(l_i | x_{1:t}, z_{1:t}) \end{aligned}$$

Posterior cesty  $\times$  Podmíněně nezávislé pozice landmarků

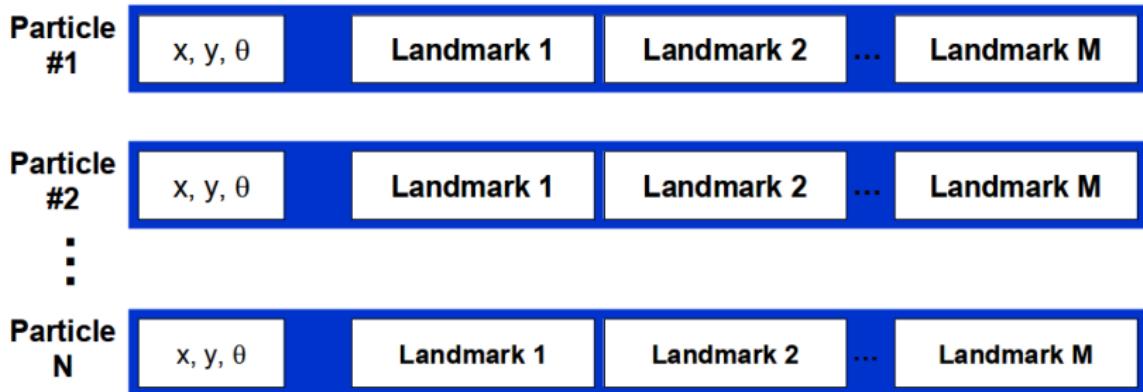
## Rao-Blackwellizace

$$\begin{aligned} p(x_{1:t}, l_{1:m}|z_{1:t}, u_{0,t-1}) \\ = p(x_{1:t}|z_{1:t}, u_{0,t-1}) \prod_{i=1}^m p(l_i|x_{1:t}, z_{1:t}) \end{aligned}$$

- Tato faktorizace se jmenuje Rao-Blackwellizace
- V okamžiku, kdy budeme druhou část vztahu umět počítat efektivně, budeme moci použít částicový filtr.

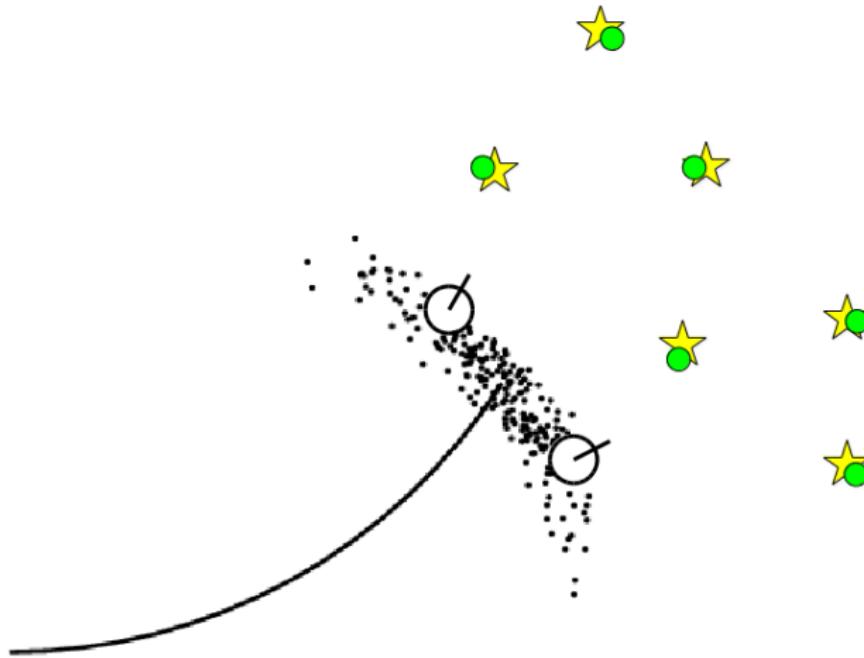
# FastSLAM

- Rao-Blackwellizovaný částicový filtr založený na příznakové mapě (Montemerlo et al., 2002)
- Každý landmark je reprezentovaný rozšířeným Kalmanovým filtrem velikosti  $2 \times 2$ .
- Každá částice tedy zahrnuje  $M$  EKF.



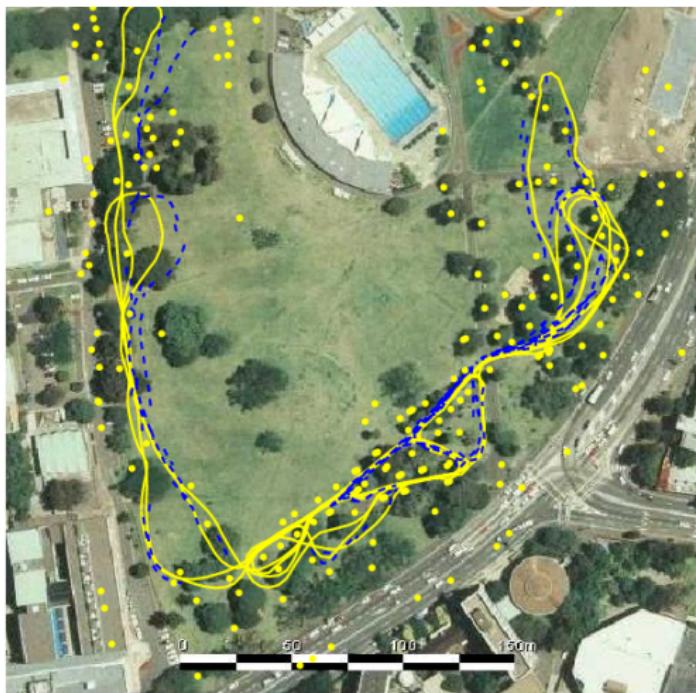
## Asociace dat s více hypotézami

- Asociace je prováděna pro každou částici zvlášť.



## Výsledky - Victoria Park

- Délka trajektorie: 4 km
- Chyba pozice  $< 5$  m RMS
- 100 částic

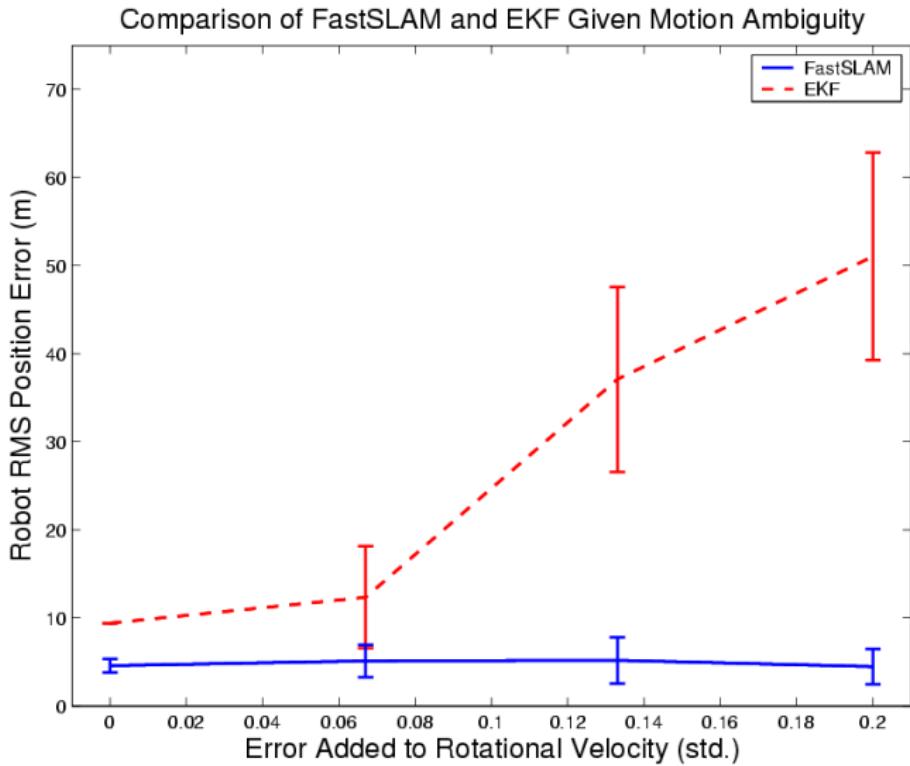


Data: University of Sydney

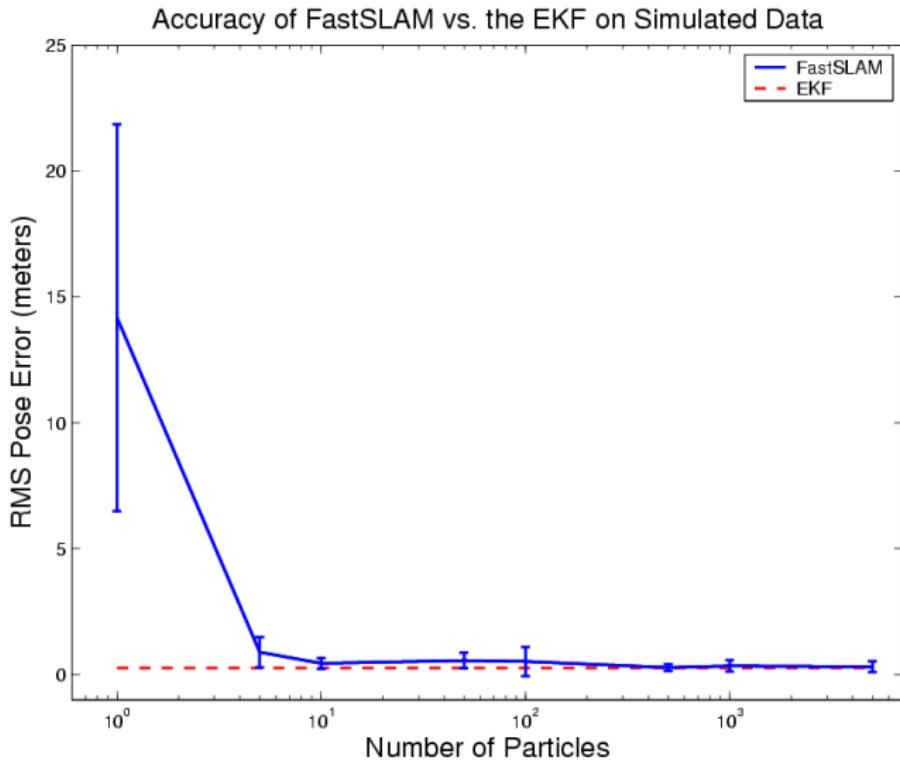
Modrá=GPS

Žlutá=FastSLAM

# Výsledky - Asociace dat

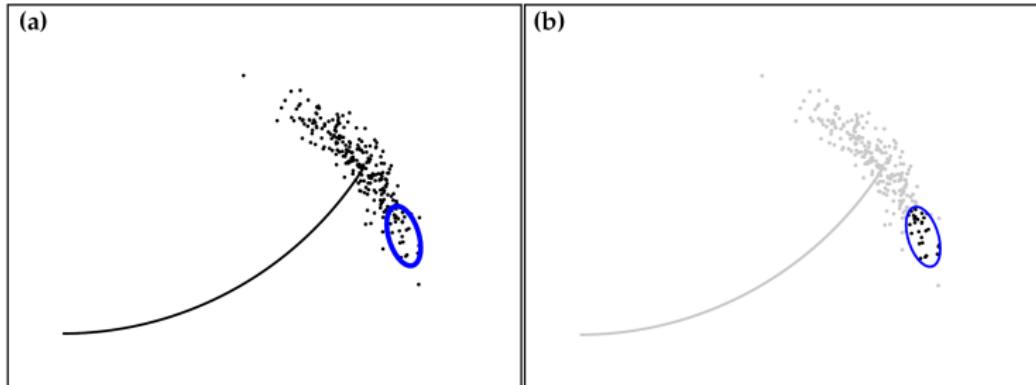


# Výsledky - Přesnost



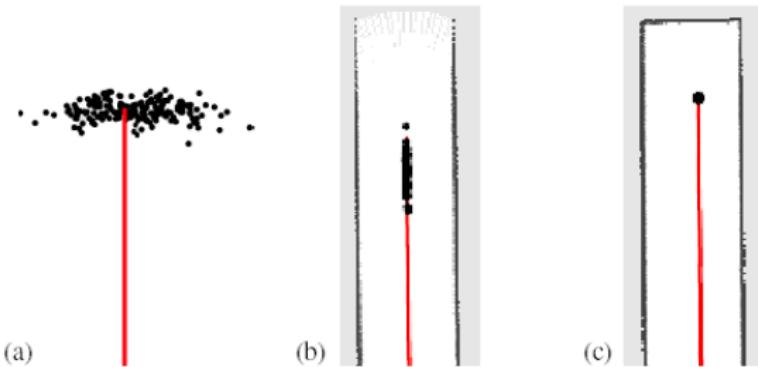
## FastSLAM - závěr

- FastSLAM je fullSLAM a online SLAM.
- Složitost  $O(nm)$  může být zlepšena na  $O(n \log m)$ .
- Neznámé korespondence: podobně jako v EKF-SLAM (pro každou částici zvlášť).
- Model pohybu nekoresponduje s požadovanou distribucí  $\Rightarrow$  vzorkování s ohledem na senzorický model.
- Umí uvažovat také negativní informaci.



# FastSLAM - lepší návrh vzorkování

Návrh vzorků se adaptuje na strukturu prostředí



## SLAM na mřížce

- Můžeme řešit SLAM problém, pokud nemáme předdefinované landmarky?
- Můžeme použít idee FastSLAMu pro stavbu mřížky obsazenosti?
- Stejně jako pro landmarky, mapa závisí na pozicích robotu během senzorického měření.
- Pokud jsou tyto pozice známy, je mapování jednoduché („mapování se známými pozicemi“).

# Rao-Blackwellizace

$$p(x_{1:t}, m | z_{1:t}, u_{0,t-1}) =$$

$p(x_{1:t} | z_{1:t}, u_{0,t-1}) p(m | x_{1:t}, z_{1:t})$

Pozice      Mapa      Měření      Akce

↑

SLAM posterior

Posterior cesty

Mapování se známými pozicemi

## Rao-Blackwellizace

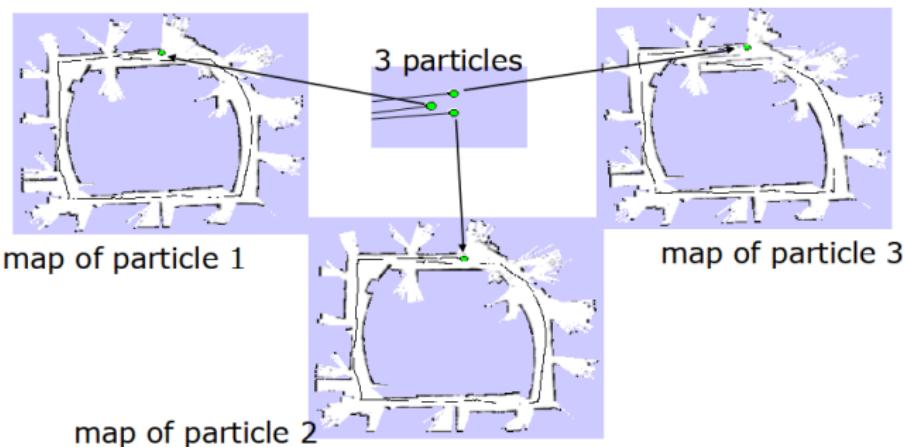
$$p(x_{1:t}, m | z_{1:t}, u_{0,t-1}) = p(x_{1:t} | z_{1:t}, u_{0,t-1}) p(m | x_{1:t}, z_{1:t})$$

- Pro lokalizaci použij částicový filtr.
- Použij odhad pozice z MCL a aplikuj mapování se známými pozicemi.

# FastSLAM na mřížce

## Algoritmus

- for  $k = 1$  to  $m$ 
  - Vyber částici z předchozí generace.
  - Modifikuj částici dle modelu pohybu.
  - Spočítej váhu podle modelu senzoru.
  - Aktualizuj mapu příslušnou k částici.



## FastSLAM se zlepšenou odometrií

- Scan-matching poskytuje lokálně konzistentní korekci pozice.
- Scan-matchingem korigované krátké sekvence odometrie se použijí jako vstup FastSLAMu.
- Je potřeba menší počet částic, neboť vstupní chyba je malá.

[Haehnel et al., 2003]

# Závěr

- Myšlenky FastSLAMu lze relativně snadno aplikovat na mřížky obsazenosti.
- Využití přesných senzorických měření vede k dobrým odhadům a vysoce efektivním filtrům.
- Tento postup je podobný scan-matchingu pro každou částici.
- Počet částic a převzorkování může být významně redukováno.
- Vylepšená verze FastSLAMu na mřížce může být použita pro rozlehlejší prostředí v reálném čase, protože potřebuje o řád méně částic.

## Poděkování

Při přípravě slidů jsem vycházel z přednášek Sebastina Thruna, z kterých pochází i většina prezentovaných obrázků. Tyto (a další) je možné volně stáhnout ze stránek

<http://www.probabilistic-robotics.org/>.

Pro vlastní studium doporučuji knihu

S. Thrun, W. Burgard, and D. Fox: *Probabilistic Robotics*. MIT Press, Cambridge, MA, 2005.